**«Ձևավորող գնահատման առարկայական սույն ուղեցույցը մշակվել է ԿԶՆԱԿ հիմնադրամի պատվերով, N 33 պայմանագրի համաձայն: Ուղեցույցը կազմել է ԿԶՆԱԿ հիմնադրամի փորձագետ՝ Քնարիկ Հովհաննիսյանը»**

**ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ԿԱՐՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆՆ ՈՒՂՂՎԱԾ ՈՒՂԵՑՈՒՅՑ**

 Ուղեցույցի նպատակն է աջակցել մաթեմատիկայի ուսուցիչներին ձևավորող գնահատման գործիքների և մեթոդների արդյունավետ կիրառման գործընթացում, գնահատման գործիքներն ու մեթոդները համադրել՝ ուղղորդելով ուսումնական գործընթացի ընթացքում սովորողների մտավոր գործունեության ակտիվացման, գիտելիքի իմաստավորման և արդյունավետ կիրառման հմտությունների զարգացմանը։

***Ձևավորող գնահատման նպատակն է`***

* աջակցել սովորողների հենքային իմացության աստիճանի լավարկմանը՝ տվյալ թեմայի շրջանակներում, կանխորոշել դժվարությունները և պլանավորել առաջընթացը,
* ապահովել արձագանք և հետադարձ կապ՝ թեմայի և առանձին բաժինների ուսումնասիրման ժամանակահատվածում,
* խթանել սովորողների ակտիվ ներգրավվածությունը, ձևավորել ու զարգացնել ինքնագնահատման և փոխադարձ գնահատման հմտություններ,
* ձևավորել և բարելավել ուսուցման ռազմավարությունները՝ ելնելով գնահատման արդյունքների վերլուծությունից։

***Ձևավորող գնահատման սկզբունքները***

1. Շարունակականություն՝ ձևավորող գնահատումը պետք է կիրառվի ամբողջ դասընթացի ուսումնասիրման ընթացքում, այլ ոչ միայն դասընթացի առանձին միավորների /թեմաներ, մոդուլներ/ ավարտին։
2. Ակտիվ ներգրավվածություն՝ սովորողները պետք է լինեն գնահատման ակտիվ մասնակիցներ՝ հնարավորություն ունենալով արտահայտել իրենց մեկնաբանությունները գնահատման գործընթացի վերաբերյալ և ստանան նպատակուղղորդ հետադարձ կապ։
3. Անմիջական և կառուցողական հետադարձ կապ՝ ուսուցիչը պետք է տրամադրի հստակ, կոնկրետ և կառուցողական դիտարկումներ՝ նախ, նշելով աշխատանքի դրական կողմերը, ապա՝ ուսման/ուսումնառության բարելավման նպատակով, նշի սխալները։
4. Ճկունություն և բազմազանություն՝ գնահատման գործիքները, մեթոդները, միջոցներն ու ձևերը պետք է բազմաբնույթ լինեն՝ ներառելով բանավոր հարցադրումներ, ինքնագնահատման թերթիկներ, զույգերով կամ խմբային քննարկումներ, առաջադրանքների կատարում, գրաֆիկական ներկայացումներ և այլն։
5. Մտածողության տարբեր ոճերի խթանում /վերլուծահամադրական, ստեղծարար և այլն/՝ գնահատելիս պետք է ոչ միայն արձանագրի ճիշտ պատասխանները, այլև գնահատվեն մտածողության ընթացքը, ռազմավարությունների ընտրությունը, բերված փաստարկները և հիմնավորումները։

***Ձևավորող գնահատման գործիքներ և մեթոդներ***

| **Գործիք/մեթոդ** | **Կիրառման նկարագրություն մաթեմատիկայում** | **Օրինակ** |
| --- | --- | --- |
| *Հարցեր / հարցազրույց* | Ուսուցիչը դասի ընթացքում կամ վերջում ուղղում է նպատակային, բաց հարցեր՝ հասկանալու սովորողի մտքի ընթացքը, բացահայտելու սխալները կամ սխալ ըմբռնումները։ | Ուսուցիչը հարցնում է. «Ինչո՞ւ ես կարծում, որ այս լուծումն է ճիշտ», կամ «Կարո՞ղ ես այլ ձևով լուծել»։ |
| *Դիտարկում*  | Ուսուցիչը դիտում է սովորողների աշխատանքը զույգերով կամ անհատապես՝ պարզելու, թե ինչպես են նրանք կիրառում մաթեմատիկական գիտելիքը։ | Ուսուցիչը հետևում է սովորողներին, երբ նրանք համեմատում են կոտորակներ։ |
| *Սովորողի աշխատանքների վերլուծություն* | Վերլուծվում են սովորողի գրավոր կամ բանավոր պատասխանները՝ հասկանալու հմտությունների և ընկալման մակարդակը։ | Ուսուցիչը վերլուծում է սովորողի հաշվարկում կատարած սխալը՝ հասկանալու մտածողության ընթացքը։ |
| *Անհատական/խմբային հետադարձ կապ* | Ուսուցիչը տալիս է անհատական խորհուրդներ՝ ուղղորդելով սովորողի առաջընթացը։ | Ուսուցիչը ասում է՝ «Ճիշտ մոտեցում է, բայց ուշադրությու՛ն դարձրու նշաններին»։ |
| *Ինքնագնահատում* | Սովորողը գնահատում է իր կատարումը՝ նշելով ուժեղ և թույլ կողմերը։ | Սովորողը նշում է՝ «Դժվարացա բաժանել կոտորակները»։ |
| *Ընկերային/փոխադարձ գնահատում* | Սովորողները փոխադարձ գնահատում են միմյանց աշխատանքը՝ տրամադրելով աջակցող արձագանքներ։ | Սովորողները համեմատում են միմյանց լուծումները և տալիս մեկնաբանություն։ |
| *Աշխատանքի նմուշների համեմատում* | Տարբեր սովորողների լուծումների համեմատական վերլուծություն՝ ընդհանուր պատկերացում ստանալու համար։ | Ուսուցիչը ցուցադրում է երկու լուծում և հարցնում՝ «Ո՞րն է ավելի ճիշտ կամ արդյունավետ կամ ռացիոնալ»։ |
| *Չափորոշիչների վրա հիմնված գնահատում* | Սովորողներին ներկայացվում է հստակ չափորոշիչներով նկարագրություն՝ ըստ որի գնահատվում է առաջընթացը։ | Սովորողը նշում է՝ «Գիտեմ՝ ինչպես փոխել սովորոկան կոտորակը տասնորդականի»։ |
| *Գնահատման ակնառու միջոցներ* | Օգտագործվում են գունավոր քարտեր, ժպիտիկներ/զմայլիկներ, սանդղակներ՝ ցուցադրելու հասկացվածության/ընկալման մակարդակը։ | Սովորողները դասի վերջում բարձրացնում են կանաչ, դեղին կամ կարմիր քարտ։ |
| *Ելքի քարտեր* | Դասի ավարտին սովորողները գրում են, թե ինչ հասկացան կամ ինչ հարցեր ունեն։ | «Այսօրվա կարևոր գաղափարները»,«Ո՞ր հարցն է մնացել անպատասխան», «3-2–1» և այլն։ |
| *Ինքնավստահության ցուցիչն արձանագրող աղյուսակ* | Սովորողը գնահատում է ինքնավստահության աստիճանն իր կատարողականի նկատմամբ։ | Օրինակ՝ 1-ից 5 սանդղակով։ |
| *Խմբային քննարկումներ* | Սովորողները զույգերով կամ խմբերով քննարկում են առաջադրանքները։ | Գործնական առաջադրանքների կամ տեքստային խնդիրների լուծման ընթացքում |
| *Իրավիճակային առաջադրանքներ* | Իրական կյանքից վերցված խնդիրներ, որոնք պահանջում են տրամաբանական մտածողություն։ | Օրինակ՝ բյուջեի պլանավորում, չափումների կիրառություն |
| *Սխալի վրա հիմնված ուսուցում* | Սովորողը դիտարկում է սխալ լուծումներ և փորձում բացատրել, թե ինչու են դրանք սխալ։ | «Ո՞րն է սխալը այս լուծման մեջ և ինչպե՞ս ուղղել»: |

 ***Ուսուցչի դերը ձևավորող գնահատման ընթացքում***

* Իրականացնել նպատակադրված հարցադրումներ՝ միտված մտածողության և մտածական գործունեության հնարների ձևավորմանն ու զարգացմանը,
* Վերլուծել գնահատման արդյունքները՝ դրանք համադրելով ուսուցման վերջնարդյունքներին,
* Ստեղծել աջակցող կրթական միջավայր, որտեղ սխալներն ընկալվում են որպես ուսման հնարավորություն, աջակցելով սովորողներին՝ ինքնուրույն վերլուծելու սեփական ուսումնական գործունեությունը, առաջընթացը։

**Հետադարձ կապ**

Ձևավորող գնահատման կարևոր բաղադրիչ է հանդիսանում **հետադարձ կապի** ապահովումն ուսուցչի կողմից։

Ներկայացնում ենք **հետադարձ կապի օրինակներ՝ ըստ վերջնարդյունքների**, որոնք կարող եք կիրառել ինչպես անհատական աշխատանքի, այնպես էլ խմբային քննարկումների ժամանակ։ Յուրաքանչյուր արձագանքի ձևակերպումը նպաստում է սովորողի՝ սեփական սխալը ճանաչելու, մտածելու և սխալն ուղղելու կարողությունների զարգացմանը։

Օգտագործել ենք հետևյալ պայմանանշանները․

✔️ Այս նշանը նշանակում է *ճիշտ, հաջողված կամ լիարժեք կատարված պատասխան կամ գործողություն*։

### ✔️ Նշանի իմաստն ուսուցման համատեքստում․

Այս նշանը հետադարձ կապի մեջ օգտագործվում է՝

* **Նշելու սովորողի ճիշտ կատարումը**,
* **Ուժեղացնելու նրա մոտիվացիան**,
* **Ճշգրտելու, թե ինչն է եղել հաջողության պատճառը**,
* **Օրինակելի վարք կամ պատասխանն առանձնացնելու համար**։
Օրինակ՝

✔️ *«Դու ճիշտ ես ընտրել տառային արտահայտությունը, քանի որ այն ունի փոփոխական»։* ✔️ *«Հաշվել ես բոլոր մասերը, և դրանց գումարը ամբողջ թիվն է։ Կեցցե՛ս»։* Այս արձագանքը նաև նպաստում է սովորելու **դրական վարքի ամրապնդմանը**։

Եվ եթե 🔄 նշանակում է՝ «վերանայիր», ապա ✔️ նշանակում է՝ «շարունակիր այսպես»։

❌ Այս նշանը նշանակում է *սխալ, ոչ ճիշտ կամ թերի պատասխան/գործողություն։*

### ❌ Նշանի իմաստն ուսուցման համատեքստում․

Ուսուցչական հետադարձ կապում այն կիրառվում է՝

* **Ճշգրտելու,** որ սովորողը սխալ է հասկացել կամ կիրառել գործողությունը,
* **Ուղղորդելու՝** դեպի վերանայում կամ նոր մոտեցում,
* **Առանց մեղադրանքի մատնանշելու սխալը՝** զարգացման նպատակով։
Օրինակ՝

❌ *«Դու ընտրել ես թվային արտահայտությունը՝ որպես տառային։ Հիշի՛ր՝ տառային արտահայտությունները ունեն փոփոխական (օրինակ՝ x կամ a)»։* ❌ *«Չի կարելի համեմատել մետր և կիլոգրամ՝ դրանք տարբեր չափողականություններ են»։* 🔄 Այս նշանը խորհրդանշում է **վերանայման, վերաիմաստավորման կամ ուղղման առաջարկ**։

🔄 Նշանի իմաստն ուսուցման համատեքստում․

* **Բացահայտ սխալ չի կատարվել**, բայց անհրաժեշտ է վերանայել մտածման ընթացքը կամ լուծման քայլերը,
* **Ուսուցչի խթանումն է՝** խրախուսելու սովորողին ինքնուրույն տեսնել հնարավոր բացթողումը կամ բարելավելու տարբերակը,
* **Դրդում է քննադատաբար վերլուծել**, այլ ոչ պարզապես կրկնել սխալը։

Օրինակ՝

🔄 *«Փորձի՛ր նորից վերաշարադրել արտահայտությունը՝ հիշելով գործողությունների հերթականությունը»։* 🔄 *«Ստուգի՛ր՝ արդյոք բոլոր անդամները նույն միավորով են չափված։ Եթե ոչ, վերածի՛ր՝ նախքան հարաբերություն կազմելը»։* Այս նշանը հատկապես օգտակար է ձևավորող գնահատման համատեքստում, որտեղ կարևոր է ուսուցչի՝ **ուղղորդող ու զարգացնող դերը**, այլ ոչ միայն ճիշտ-սխալ արձագանքը։

Այսպիսով՝ ուսուցչական նշանների համատեքստում․

✔️ = ճիշտ է, հաստատում է
❌ = սխալ է, ուղղման կարիք ունի
🔄 = վերանայիր, մտածիր նորից կամ բարելավիր
 Այս նշանային համակարգը օգտակար է նաև, եթե դուք դասարանում կիրառում եք **ինքնաստուգման կամ փոխստուգման աղյուսակներ**։

Որոշ վերջնարդյունքների համար **ուսուցչի կողմից իրականացվող հետադարձ կապը** ներկայացրել ենք հետևյալ կերպ․

* **հետադարձ կապի ձևը,**
* **բովանդակությունը,**
* **ձևակերպման օրինակներ։**

Որոշ վերջնարդյունքների համար էլ հետադարձ կապի օրինակները ներկայացրել ենք աղյուսակի միջոցով։

**ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԻ ԵՎ ԱՆԱԼԻԶԻ ՏԱՐՐԵՐ /10-րդ դասարան/**

**Թեմա՝ Թվային արգումենտի եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ և եռանկյունաչափական հավասարումներ**

ՆՊԱՏԱԿԸ

* Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների մասին գիտելիքների զարգացումն ու խորացումը, դրանց հատկությունները գրաֆիկորեն մեկնաբանելու հմտությունների զարգացումը.
* Հակադարձ եռանկյունաչափական ֆունկցիաների ուսումնասիրումը, դրանց հատկությունները կիրառելու հմտությունների ձևավորումը.
* Եռանկյունաչափական հավասարումների հիմնական տեսակների ու դրանց լուծման ալգորիթմների հետ ծանոթացումը, դրանք լուծելու հմտությունների ձևավորումը և զարգացումը:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

1. Սինուս և կոսինուս ֆունկցիաների հատկություններն ու գրաֆիկները

2. Տանգենս և կոտանգենս ֆունկցիաների հատկություններն ու գրաֆիկները

3. Թվի արկսինուսը և արկկոսինուսը

 4. Թվի արկտանգենսը և արկկոտանգենսը

 5. Պարզագույն եռանկյունաչափական հավասարումների լուծման բանաձևերը

 6. Եռանկյունաչափական հավասարումներ

ՎԵՐՋՆԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԸ

* Իմանա և կիրառի հիմնական եռանկյունաչափական ֆունկցիաների հատկությունները (որոշման և արժեքների տիրույթներ, սահմանափակություն, զրոներ, զույգություն, պարբերականություն, մոնոտոնություն, նշանապահպանում, էքստրեմումներ, մեծագույն և փոքրագույն արժեքներ):
* Սահմանի թվի արկսինուս, արկկոսինուս, արկտանգենս և արկկոտանգենս հասկացությունները, գտնի դրանց արժեքները և կիրառի հատկությունները:
* Իմանա պարզագույն եռանկյունաչափական հավասարումների լուծման բանաձևերը, դրանց արտածումները և մեկնաբանի դրանք:
* Լուծի եռանկյունաչափական հավասարումներ:

**ԲՆՈՒԹԱԳՐԻՉՆԵՐ՝ ԸՍՏ ՎԵՐՋՆԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ**

* **Իմանա և կիրառի հիմնական եռանկյունաչափական ֆունկցիաների հատկությունները**

Առաջադրանք 1. Ո՞րն է sin(x) ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը։

**Հետադարձ կապ․** Ճիշտ պատասխան՝ [−1, 1]։ Սովորողը պետք է տարբերակի որոշման և արժեքների տիրույթները։

Առաջադրանք 2. Գծել cos(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը և նշել նրա զրոները։

**Հետադարձ կապ․** cos(x) ֆունկցիայի զրոներն են՝ π/2 + πn, n ∈ Z։ Գրաֆիկի պատկերումը և վերլուծումը կարևոր է ֆունկցիայի հատկությունների ըմբռնման համար։ Առաջարկվում է կատարել գծագիրը, այնուհետև ստացվածը ճշգրտել դինամիկ երկրաչափության ծրագրային հնարավորությունների կիրառման միջոցով։

Առաջադրանք 3. Բացատրել, թե ինչու է tan(x) ֆունկցիան պարբերական։

**Հետադարձ կապ․** tan(x + π) = tan(x)։ Պարբերականությունը հիմնավորել։

* **Սահմանի արկսինուս, արկկոսինուս, արկտանգենս և արկկոտանգենս հասկացությունները**

Առաջադրանք 1. Ո՞րն է arcsin(x) ֆունկցիայի որոշման տիրույթը։

**Հետադարձ կապ․** Ճիշտ պատասխան՝ x ∈ [−1, 1]։

Առաջադրանք 2. Հաշվել arccos(0.5)-ը և հիմնավորել պատասխանը՝ մեկնաբանելով յուրաքանչյուր քայլը։

**Հետադարձ կապ․** Արժեքը պետք է պատկանի [0, π] միջակայքին։ Ճիշտ պատասխան՝ π/3։

Առաջադրանք 3. Բացատրել տարբերություն կա arctg(x) և tg⁻¹(x) գրառումների տարբերությունը։

**Հետադարձ կապ․** Ճիշտ մեկնաբանություն՝ երկուսն էլ նույնիմաստ են, բայց tan⁻¹(x) գրառումը երբեմն շփոթեցնում է։

* **Իմանա պարզագույն եռանկյունաչափական հավասարումների լուծման բանաձևերը**

Առաջադրանք 1. Լուծել sin(x) = 1 հավասարումը։

**Հետադարձ կապ․** x = π/2 + 2πn, n ∈ Z։

Առաջադրանք 2. Լուծել cos(x) = −1/2 հավասարումը [0; 2π] միջակայքում։

**Հետադարձ կապ․** Նախ անհրաժեշտ է գտնել ընդհանուր լուծումները՝ ըստ բանաձևի, ապա՝ մասնավոր լուծումները՝ ըստ տրված միջակայքի պատկանելիության։ Պատասխաններ՝ 2π/3, 4π/3։

Առաջադրանք 3. Գրել tg(x) = √3 հավասարման լուծման բանաձևը։

**Հետադարձ կապ**․ x = π/3 + πn, n ∈ Z։

* **Լուծի եռանկյունաչափական հավասարումներ**

Առաջադրանք 1. Լուծել sin(2x) = 0 հավասարումը, մեկնաբանելով յուրաքանչյուր քայլը։

**Հետադարձ կապ․** 2x = πn → x = πn/2, n ∈ Z

Առաջադրանք 2. Լուծել 2cos²(x) − 1 = 0 հավասարումը, մեկնաբանելով յուրաքանչյուր քայլը։

**Հետադարձ կապ**․ Կատարել նույնական ձևափոխություններ․ cos²(x) = 1/2 → cos(x) = ±1/√2 → x = ±π/4 + 2πn

Առաջադրանք 3. Լուծել tg²(x) = 3 հավասարումը, մեկնաբանելով յուրաքանչյուր քայլը։

**Հետադարձ կապ․** tg(x) = ±√3 → x = ±π/3 + πn, n ∈ Z։

Առաջարկել որոնել լուծման այլ եղանակ՝ կրճատ բազմապատկման բանաձևի կիրառում, ստացված հավասարման լուծում՝ արտադրիչների վերլուծման եղանակով, ստացված լուծումների միավորում։

Կատարել լուծման երկու եղանակների քննարկում։

**Գնահատման չափանիշներ**

| **Գնահատման մակարդակը** | **Նկարագրությունը** |
| --- | --- |
| Լիարժեք է կատարվել | Առաջադրանքը լուծված է ճիշտ, տրամաբանական բացատրությամբ և/կամ բանաձևով |
| Մասամբ է կատարվել | Լուծման քայլերը առկա են, սակայն կան ոչ էական, աննշան սխալներ կամ բացթողումներ։  |
| Թերի է կատարվել | Առաջադրանքը լուծված է սխալ, բացակայում են հիմնավորումները։ |
| Չի կատարվել | Առաջադրանքի լուծումը  բացակայում է։ |

**Նույն առաջադրանքները ներկայացված են ձևավորող վարժանքների աշխատաթերթիկի միջոցով․**

**Ձևավորող վարժանքների աշխատաթերթիկ**

Ձևավորող վարժանքներ՝ պարզից բարդ սկզբունքով

Թեմա՝ Եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ և հավասարումներ

1. Գտնել sin(x) ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը։

Պատասխան՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2. Գծել cos(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը և նշիր նրա զրոերը։

Պատկեր՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. Բացատրել՝ ինչու է tg(x) ֆունկցիան պարբերական։

Բացատրություն՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4. Գրել arcsin(x) ֆունկցիայի որոշման տիրույթը։

Պատասխան՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

5. Հաշվել arccos(0.5) և նշի՛ր պատասխանի եռանկյունաչափական մեկնաբանությունը։

Պատասխան՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

6. Բացատրել տարբերությունը arctg(x) և tg⁻¹(x) գրառումների միջև։

Բացատրություն՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

7. Լուծել sin(x) = 1 հավասարումը։

Լուծում՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

8. Լուծել cos(x) = −1/2 հավասարումը [0; 2π] միջակայքում։

Լուծում՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

9. Գել tg(x) = √3 հավասարման լուծման բանաձևը։

Բանաձև՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

10. Լուծել sin(2x) = 0 հավասարումը։

Լուծում՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

11. Լուծել 2cos²(x) − 1 = 0 հավասարումը։

Լուծում՝ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

12. Լուծել tg²(x) = 3 հավասարումը։

Աշխատաթերթիկի պատասխաններ

Եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ և հավասարումներ

1. Պատասխան՝ [−1, 1]

2. Պատասխան՝ Զրոերը՝ x = π/2 + πn, n ∈ Z

3. Պատասխան՝ Որովհետև tg(x + π) = tan(x), հետևաբար պարբերական է π պարբերությամբ։

4. Պատասխան՝ x ∈ [−1, 1]

5. Պատասխան՝ π/3

6.Պատասխան՝ Երկուսն էլ նույն ֆունկցիան են՝ հակառակ տանգենս, բայց tg⁻¹(x)-ը կարող է շփոթեցնել որպես աստիճան։

7. Պատասխան՝ x = π/2 + 2πn, n ∈ Z

8. Պատասխան՝ x = 2π/3, 4π/3

9. Պատասխան՝ x = π/3 + πn, n ∈ Z

10. Պատասխան՝ x = πn/2, n ∈ Z

11.Պատասխան՝ cos(x) = ±1/√2 → x = ±π/4 + 2πn

12. Պատասխան՝ tg(x) = ±√3 → x = ±π/3 + πn

**ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆ /10 -ՐԴ ԴԱՍԱՐԱՆ/**

**Թեմա՝ Քառանիստ**

ՆՊԱՏԱԿԸ

● Քառանիստի և նրա տարրերի հասկացությունների ներմուծումը, դրանց հետ կապված օրինաչափությունները խնդիրներ լուծելիս կիրառելու հմտությունների ձևավորումն ու զարգացումը։

 ● Տարածական պատկերացումների խորացումն ու զարգացումը

ՎԵՐՋՆԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐ

* Ճանաչի քառանիստը, դրա տարրերը։
* Սահմանի քառանիստ, քառանիստի կողմնային մակերևույթ, քառանիստի լրիվ մակերևույթ հասկացությունները։
* Պատկերի քառանիստը՝ նաև դինամիկ մաթեմատիկայի ծրագրերով։

**ԲՆՈՒԹԱԳՐԻՉՆԵՐ՝ ԸՍՏ ՎԵՐՋՆԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ**

* **Ճանաչի քառանիստը, դրա տարրերը։**

Առաջադրանք 1։Լրացնել բաց թողնված բառերը կամ նշանակումները՝ ըստ գծագրի․



 Քառանիստն ունի --- նիստ,---- գագաթ, --- կող:

Եռանկյուններից մեկը կոչվում է քառանիստի -----, մնացած երեքը՝ -----------------:

### Հետադարձ կապի օրինակներ

#### Դրական արձագանք (եթե սովորողը ճիշտ է կատարում առաջադրանքը)

Շնորհակալություն, առաջադրանքը շատ լավ ես կատարել։ Ճիշտ ես լրացրել քառանիստի նիստերի, գագաթների և կողերի քանակը։ Շարունակի՛ր այսպես՝ դու լավ ես պատկերացնում քառանիստի կառուցվածքը։

#### Ուղղող-զարգացնող հետադարձ կապ (եթե առկա են թեթև սխալներ)

Ուշադրությու՛ն դարձրու, որ քառանիստի նիստերի քանակը 4 է, գագաթների քանակը նույնպես 4 է։ Նորից դիտի՛ր նկարը՝ քանի գագաթ ես տեսնում։ Հիշի՛ր, որ եռանկյուններից մեկը հիմքն է, իսկ մյուս երեքը՝ կողմնային նիստերը։ Փորձի՛ր ևս մեկ անգամ լրացնել առաջադրանքը:

#### Խրախուսիչ հետադարձ կապ (եթե սովորողը դժվարանում է)

Շատ լավ է, որ փորձում ես։ Ե՛կ միասին վերլուծենք։ Քառանիստը կազմված է 4 եռանկյուններից․ դրանցից մեկը հիմքն է, իսկ մնացած երեքը՝ կողմնային նիստեր։ Եթե հաշվենք գագաթները՝ դրանք 4-ն են։ Կողերի քանակը կարող ես գտնել հաշվելով յուրաքանչյուր նիստի եզրերը՝ դրանք 6-ն են։ Կարող ես այժմ լրացնել բաց թողնված բառերը՝ օգտագործելով այս տվյալները։

#### Բարձր մտածողության խթանող հետադարձ կապ

Դու արդեն լավ ես տարբերակում քառանիստի տարրերը։ Փորձի՛ր նաև մտածել, թե ինչ կփոխվի, եթե հիմքը չլիներ եռանկյուն, այլ քառակուսի․ օրինակ՝ ստանայինք քառանիստի մեկ այլ տեսակ՝ քառանիստ բուրգ։ Այսպիսի համեմատությունները կօգնեն քեզ ավելի խորությամբ հասկանալ քառանիստների դասակարգումը։

* **Սահմանի քառանիստ, քառանիստի կողմնային մակերևույթ, քառանիստի լրիվ մակերևույթ հասկացությունները։**

 Առաջադրանք 2։ Քառանիստ է կոչվում այն --------------, որի բոլոր՝ ----- նիստերը եռանկյուններ են։

 Առաջադրանք 3։ Նշել ճշմարիտ պնդումները՝ ըստ գծագրի․



ա) Զուգահեռանիստի կողմնային նիստերը եռանկյուններ են:

բ) Քառանիստի նիստերը չորս եռանկյուններ են:

գ) Պրիզմայի հիմքը ABC եռանկյունն է:

դ) Եռանկյուն բուրգի կողմնային կողերը 6-ն են։

**Հետադարձ կապի օրինակ**

#### Դրական արձագանք

Շատ ճիշտ ես ընտրել պնդումները։ Ճիշտ ես նշել, որ քառանիստի նիստերը 4 եռանկյուններ են։ Զուգահեռանիստի նիստերը եռանկյուններ չեն։ Պրիզմայի հիմքը կարող է լինել եռանկյուն (ABC), բայց վերջին պնդումը սխալ է, որովհետև եռանկյուն բուրգի կողմնային կողերը 3-ն են։

#### Ուղղող-զարգացնող հետադարձ կապ

Որոշ պնդումների հետ շփոթություն է եղել։ Օրինակ՝ եռանկյուն բուրգի կողմնային կողերը 3-ն են, ոչ թե 6։ Նիստերի քանակը 4 է, և բոլորն էլ եռանկյուններ են։ Ուշադիր դիտի՛ր ևս մեկ անգամ գծագիրը և վերլուծի՛ր։

#### Խրախուսիչ հետադարձ կապ

Լավ ես աշխատում։ Քառանիստի կառուցվածքը հիշելու համար պատկերացրու՛ գծագրի 4 գագաթները և փորձ՛իր հաշվել նիստերը։ Այսպես հեշտ կլինի տարբերակել նաև պրիզման և զուգահեռանիստը։

Առաջադրանք 4։ Պարզել, թե քառանիստի տրված կողի հետ մյուս կողերից ո՞րն է/որո՞նք են խաչվում:



ա) AB կողի հետ:

բ) AD կողի հետ:

գ) AC կողի հետ:

**Հետադարձ կապի օրինակ**

#### Դրական արձագանք

Շատ լավ ես որոշել խաչվող կողերը։ Օրինակ՝ AB կողը խաչվում է AC և AD կողերի հետ։ Շարունակի՛ր այդպես։

#### Ուղղող-զարգացնող հետադարձ կապ

Մի փոքր շփոթություն կա։ Հիշի՛ր, որ նույն նիստին պատկանող կողերը խաչվում են։ Օրինակ՝ AB-ն խաչվում է AD-ի և AC-ի հետ, բայց BC-ի հետ՝ ոչ։ Նորից ուսումնասիրի՛ր գծագիրը։

#### Խրախուսիչ հետադարձ կապ

Կարող ես քեզ օգնել՝ հետևյալ կերպ. յուրաքանչյուր նիստ եռանկյուն է․ եռանկյունում բոլոր կողմերը միմյանց հետ խաչվում են։ Դու կարող ես դրանք հաշվել յուրաքանչյուր նիստում առանձին-առանձին։

 Առաջադրանք 5։ DABC քառանիստի DB և DA կողերի վրա ընտրված են M և N կետերը (դրանք կողերի միջնակետեր չեն):

 

 ա) Ո՞ր նիստին է պատկանում MN հատվածը:

բ ) Քառանիստի հիմքի ո՞ր ուղղի հետ է հատվում MN ուղիղը:

**Հետադարձ կապի օրինակ**

**Դրական արձագանք**

Շատ լավ ես վերլուծել։ MN հատվածը պատկանում է DBA նիստին, իսկ MN ուղիղը հատվում է քառանիստի հիմքի՝ AB կողմի հետ։

#### Ուղղող-զարգացնող հետադարձ կապ

Ուշադրությու՛ն դարձրու կետերի գտնվելու վայրին․ M և N կետերը գտնվում են DB և DA կողերի վրա, այսինքն՝ նույն գագաթից սկսվող կողմերի վրա։ Հետևաբար, MN հատվածը պատկանում է D գագաթով նիստին։ Փորձ՛իր նորից պատկերացնել գծագրի համապատասխան նիստը։

#### Խրախուսիչ հետադարձ կապ

Քեզ օգնելու համար՝ գծագրի վրա նշիր M և N կետերը։ Նրանց միացնող MN հատվածը գտնվում է DBA նիստում (եթե M-ը DB-ի, իսկ N-ը DA-ի վրա են)։ MN ուղիղը կարող ես երկարացնել մինչև այն հատի հիմքի կողմերից մեկը։

 Առաջադրանք 6։ Որոշել կանոնավոր քառանիստի բոլոր կողերի գումարը, եթե նրա մի կողի երկարությունը 3.5 սմ է:

 Առաջադրանք 7։ Կանոնավոր քառանիստի կողը 18 սմ է: Հաշվել կանոնավոր քառանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:

 Առաջադրանք 8։ Տրված է DABC քառանիստը, որի D գագաթով կողերը ուղղահայաց են, իսկ դրանք պարունակող նիստերը՝ կողմնային նիստեր։ Գտնել քառանիստի կողմնային նիստերի մակերեսների գումարը, եթե DA = 10 սմ; DB = 10սմ; DC = 11սմ։

**Հետադարձ կապի օրինակ**

#### Դրական արձագանք

6․ Ճիշտ ես հաշվել։ Քառանիստն ունի 6 կող, յուրաքանչյուրի երկարությունը 3.5 սմ, ընդհանուր՝ 3.5 × 6 = 21 սմ։ Ճիշտ արդյունք ես ստացել։

7․ Շատ լավ ես լուծել։ Սկզբում ճիշտ ես հաշվել մեկ եռանկյան մակերեսը, այնուհետև՝ ամբողջ կողմնային մակերևույթը։ Շատ ճիշտ մոտեցում ես ցուցաբերել։

8․ Շատ ճիշտ ես։ Հերոնի բանաձևով հաշվելով յուրաքանչյուր կողմնային նիստի մակերեսը, ապա գումարելով՝ ստանում ես կողմնային մակերևույթի ընդհանուր մակերեսը։ Ճիշտ ես կիրառել բանաձևը։

#### Ուղղող-զարգացնող հետադարձ կապ

6․ Հիշի՛ր, որ կանոնավոր քառանիստը ունի 6 կող։ Եթե թիվ ես նշել ուղղի՛ր, ապա փորձիր 3.5 բազմապատկել 6-ով։ Այդպես կստանաս կողերի ընդհանուր երկարությունը։

7․ Ուշադրություն դարձրու, որ քառանիստի յուրաքանչյուր նիստ եռանկյուն է։ Սկզբում հաշվիր մեկ եռանկյան մակերեսը, այնուհետև բազմապատկիր 3-ով՝ կողմնային մակերևույթը ստանալու համար։

8․Կարող ես օգտվել Հերոնի բանաձևից յուրաքանչյուր եռանկյան համար․ 
Հաշվի՛ր յուրաքանչյուր նիստի համար առանձին, ապա գումարի՛ր։

#### Խրախուսիչ հետադարձ կապ

6․ Եթե հիշես քառանիստի կառուցվածքը՝ 4 գագաթ, 6 կող և 4 նիստ, քեզ ավելի հեշտ կլինի հաշվարկները կատարել։

7․ Շատ մոտ ես եղել ճիշտ լուծմանը։ Հիշի՛ր հատուկ է հավասարակողմ եռանկյան համար բանաձևը՝ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^{2}^{}$։ Քանի որ կանոնավոր քառանիստի նիստերը հավասարամեծ եռանկյուններ են, կարող ես այն կիրառել։

8․ Լավ ես սկսել։ Հիշի՛ր Հերոնի բանաձևը՝ այն կօգնի կողմնային նիստերի մակերեսները հաշվարկել կողմերի երկարություններով։ Կարող ես նաև նախ գրել յուրաքանչյուր նիստի կողմերը, որպեսզի շփոթություն չլինի։

* **Պատկերի քառանիստը՝ նաև դինամիկ մաթեմատիկայի ծրագրերով։**

 Առաջադրանք 9։ Պատկերի քառանիստը՝ նաև դինամիկ մաթեմատիկայի ծրագրերով՝ ըստ բնութագրիչների․

ա) Բոլոր չորս նիստերը հավասարակողմ եռանկյուններ են:

բ) Բոլոր նիստերը կանոնավոր եբազմանկյուններ են:

գ) Կողմնային նիստերը հավասար եռանկյուններ են։

դ) Բոլոր նիստերը եռանկյուններ են։

ե) Ունի երկու հիմք։

զ) Հիմքում հավասարակողմ եռանկյուն է։

է) Բոլոր կողերը հավասար են։

ը) Կողմնային նիստերը ուղղահայաց են հիմքին։

թ) Բոլոր կողմնային կողերը հավասար են։

**Հետադարձ կապի օրինակներ**

### Դրական արձագանք (եթե սովորողը ճիշտ է կատարել առաջադրանքը)

Շատ լավ ես վերլուծել քառանիստի բնութագրիչները։ Ճիշտ ես նշել, որ պատկերած քառանիստը կանոնավոր քառանիստ է (կամ տետրաեդր), քանի որ.

* բոլոր նիստերը հավասարակողմ եռանկյուններ են (ա, բ, դ, զ, է ճիշտ են),
* բոլոր կողերը հավասար են (է),
* բոլոր կողմնային նիստերը հավասար եռանկյուններ են (գ),
* չունի երկու հիմք (ե՝ սխալ է),
* կողմնային նիստերը չեն կարող բոլորն ուղղահայաց լինել հիմքին, քանի որ բոլոր նիստերը նույն կարգավիճակ ունեն (ը՝ սխալ),
* բոլոր կողմնային կողերը հավասար են (թ՝ ճիշտ)։

Շատ լավ օգտագործել ես նաև դինամիկ մաթեմատիկայի ծրագիրը՝ քառանիստը պտտեցնելով, մոտեցնելով, դիտելով նիստերի և կողերի հարաբերակցությունները։ Շարունակի՛ր այս մոտեցումը կիրառել այլ տարածական մարմինների համար ևս։

### Ուղղող-զարգացնող հետադարձ կապ (եթե առկա են թեթև շփոթություններ)

Լավ ես մոտեցել խնդրին։ Մի քանի կետում ավելի ճիշտ ձևակերպելու կարիք կա։

Օրինակ՝

* Քառանիստը չունի երկու հիմք, այլ ունի մեկ հիմք կամ բոլոր նիստերը համարժեք են (ե՝ սխալ),
* Կողմնային նիստերը չեն կարող լինել ուղղահայաց հիմքին, քանի որ բոլոր նիստերը նույն կարգավիճակում են (ը՝ սխալ),
* Մնացած բնութագրիչների մեծ մասը ճիշտ ես նշել։

Փորձի՛ր կրկին աշխատել նաև դինամիկ մաթեմատիկայի ծրագրով՝ քառանիստը պտտելով և ուսումնասիրելով նիստերի դիրքերը։ Այս մոտեցումը կօգնի տարածական պատկերն ավելի լավ ընկալել։

### Խրախուսիչ հետադարձ կապ (եթե սովորողը դժվարացել է)

Դու արդեն շատ լավ ես սկսել տարբերակել քառանիստի հատկանիշները։ Հիշի՛ր՝ երբ բոլոր նիստերը եռանկյուններ են և այդ եռանկյուններն էլ հավասարակողմ են՝ մենք ունենք կանոնավոր քառանիստ։

Կարող ես օգտվել դինամիկ մաթեմատիկայի ծրագրից՝ քառանիստը պտտելով, դիտելու համար, թե քանի նիստ ունի, ինչ ձևի են նիստերը, և արդյոք կողերը հավասար են։ Այս դիտարկումները կօգնեն ավելի ճիշտ որոշումներ կայացնել յուրաքանչյուր ենթակետի համար։

### Բարձր մտածողության խթանող հետադարձ կապ

Շատ լավ ես աշխատել այս առաջադրանքի շուրջ։ Հաջորդիվ կարող ես փորձել ուսումնասիրել նաև ոչ կանոնավոր քառանիստները դինամիկ մաթեմատիկայի ծրագրերով։ Օրինակ՝ փոփոխի՛ր միայն մեկ նիստի անկյունը և փորձի՛ր գնահատել՝ արդյոք այլ նիստերը մնում են եռանկյունաձև։ Այսպիսի վարժությունները կօգնեն քեզ ավելի խորությամբ հասկանալու քառանիստների կառուցվածքը և դրանց դասակարգումը։

## Լրացուցիչ դիտարկում՝ դինամիկ մաթեմատիկայի ծրագրերի համար

Սովորողին կարելի է խորհուրդ տալ.

* **GeoGebra 3D Graphing** ծրագրով կառուցել քառանիստ,
* փոփոխել գագաթների դիրքը և դիտել, թե ինչպես են փոխվում նիստերի ձևերն ու կողերի երկարությունները։
* պտտել մարմինը տարբեր տեսանկյուններից՝ տարածական պատկերի ընկալումը ամրապնդելու համար։

**ՈՒՍՈՒՑՉԻ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՔԱՅԼԱՇԱՐ՝**

**ուղղված ձևավորող գնահատման արդյունքների վերլուծությանը, դրանց հիման վրա սովորողների դժվարությունների ու սխալների հաղթահարմանն ու հետագա ուսուցման ընթացքում դրանց կանխարգելմանը**

Ձևավորող գնահատման արդյունքների վերլուծության և սովորողների դժվարությունների հաղթահարման քայլաշարի նպատակն է՝ ստեղծել աշխատող/գործուն գործիքակազմ՝ ձևավորող գնահատման արդյունքների հիման վրա սովորողների դժվարությունների բացահայտման, սխալների հաղթահարման և դրանց կանխարգելման համար։

Քայլ 1. Տվյալների հավաքագրում

* Հավաքագրել ձևավորող գնահատման տարբեր արդյունքներ (օրինակ՝ ելքի քարտեր, առաջադրանքների պատասխաններ, բանավոր արձագանքներ և այլն),
* իրականացնել արդյունքների վերլուծություն՝ ըստ թեմաների կամ հմտությունների,
* դասակարգել կրկնվող սխալներն ու հանդիպող դժվարությունները։

Քայլ 2. Դժվարությունների բնույթի վերլուծություն

* Սահմանել սխալների բնույթը / հասկացնային, մաթեմատիկական հաշվարկների, լեզվական, նշանային, մոդելավորման, կառուցվածքային և այլն/,
* Արձանագրել և քննարկել սովորողների կողմից թույլ տրված սխալների օրինակներ՝ վերլուծության համար։

Քայլ 3. Ուսուցման ռազմավարության ճշգրտում

* Տարանջատել սովորողներին՝ ըստ աջակցության անհրաժեշտության,
* ընտրել համապատասխան մեթոդներ՝ անհատական կամ փոքր խմբերով ուղղորդում, բացատրության նոր մոտեցում՝ պարզեցված լեզվամաթեմատիկական շարադրանքով կամ տեսաշարով, հաճախ կրկնվող սխալների վրա հիմնված՝ առաջադրանքների կատարմանը նպաստող նմուշօրինակներ, սովորող-սովորող փոխուսուցում։

Քայլ 4. Սխալների ուղղում դասի շրջանակում /ինչպե՞ս օգնել սովորողին՝ շտկելու իր սխալը/

* Դասի սկզբում կազմակերպել կարճ վերլուծություն՝ «Ինչ սխալներ արվեցին և ինչու»,
* սովորողների մասնակցությամբ քննարկել սխալների շտկման տարբերակներ,
* օգտագործել թիրախային, կարճ, հստակ առաջադրանքներ՝ ուղղված սխալի շտկմանը,
* առաջարկել նոր առաջադրանքներ՝ ըստ յուրաքանչյուր սովորողի կարիքի։

Քայլ 5. Սխալների կանխարգելում /ինչպե՞ս խուսափել սխալների կրկնությունից

* Դասը պլանավորելիս կանխատեսել հնարավոր դժվարությունները և զգուշացնել սովորողներին,
* կիրառել հստակ գործողությունների ալգորիթմներ (օրինակ՝ քայլ առ քայլ պարզեցման մեթոդ),
* դասագործընթացում ներառել ինքնագնահատման պարզ հարցաշարեր («ստուգի՛ր՝ արդյոք...»),
* կիրառել հայտորոշող-պարզ առաջադրանքներ, որոնք թույլ կտան ստուգելու՝ արդյոք սովորողը պատրաստ է անցնել բազմամակարդակ առաջադրանքների կատարման հաջորդ մակարդակ։

Քայլ 6. Մշտադիտարկում և ճկուն ուսուցում /ինչպես հետևել սովորողների գրանցած առաջընթացին/

* ձևավորող գնահատման կարճ եղանակների կիրառմամբ համեմատել ընթացիկ և նախորդող արդյունքները,
* հարմարեցնել ուսուցման ընթացքը /տեմպը/՝ ըստ խմբի կամ տվյալ սովորողի կարիքների։

Սխալվելը ուսումնառության մաս կազմող բաղադրիչ է։ Ուսուցչի դերը սխալը որպես խթան օգտագործելն է՝ դեպի ճշգրտում, հստակեցում և ինքնուրույնություն։