Աստղագիտության հանրապետական օլիմպիադա

10-12-րդ դասարաններ
Առաջադրանքները և լուծումները /տևողությունը՝ 3 ժամ/

Խնդիր 1

Տիեզերանավը պտտվում էր **r = 1.3 ա.մ.** շառավղով շրջանաձև ուղեծրով, որը գտնվում է խավարածրի հարթության մեջ: Տիեզերանավին հաղորդում են հավելյալ **5 կմ/վ** արագություն իր շարժման ուղղությամբ: Որքա՞ն կլինի տիեզերանավի և Ցերեսի հարաբերական արագությունը, երբ տիեզերանավն առաջին անգամ հատի Ցերեսի ուղեծիրը, եթե նրանց հեռավորությունը այդ պահին կլինի մոտ **10^6 կմ**: Ցերեսի ուղեծիրը համարել **r = 2.8 ամ** շառավղով շրջանագիծ, որը ևս գտնվում է խավարածրի հարթությունում: Մարմինների ուղեծրային շարժման ուղղությունները նույնն են: Երկրի արագությունը վերցնել **30կմ/վ**:

Լուծում

Արագությունը սկզբնական շրջանաձև ուղեծրում՝

$$V_0 = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_\odot}{r}} = 2.6 \cdot 10^4 \text{ m/s.}$$

0.5 միավոր

Ուղղումից հետո ընդհանուր արագությունը կազմում է

$$V_\pi = V_0 + 5.0 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 3.1 \cdot 10^4 \text{ m/s.}$$

Հետևաբար՝ հաշվի առնելով էլիպսաձև ուղեծրի մեծ կիսաառանցքի համար արտահայտությունը կստանանք.

$$a = \frac{G\mathfrak{M}_\odot r}{2G\mathfrak{M}_\odot - V_\pi^2 r} = 3.4 \cdot 10^{11} \text{ m} = 2.24 \text{ au.}$$

Մեծ կիսաառանցքը 0.5 միավոր

Վերջնական արագությունը նույնպես ուղղահայաց է շառավիղի վեկտորին, այսինքն՝ արագությունը մեծացնելուց հետո տիեզերանավը սկսում է շարժվել ուղեծրի պերիհելիոնից, r_p=r :
Գտնենք ուղեծրի էքսցենտրիսիտետը՝

$$r_\pi = a(1-e) \quad \Rightarrow \quad e = 1 - \frac{r_\pi}{a} = 1 - \frac{1.3}{2.24} = 0.42.$$

Էքսցենտրիսիտետը 0.5 միավոր

$$V_1^2 = G\mathfrak{M}_\odot \left(\frac{2}{r_C} - \frac{1}{a}\right);$$

$$V_1 = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \times 2.0 \cdot 10^{30} \times \left(\frac{2}{2.8 \cdot 1.496 \cdot 10^{11}} - \frac{1}{2.24 \cdot 1.496 \cdot 10^{11}}\right)} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ m/s.}$$

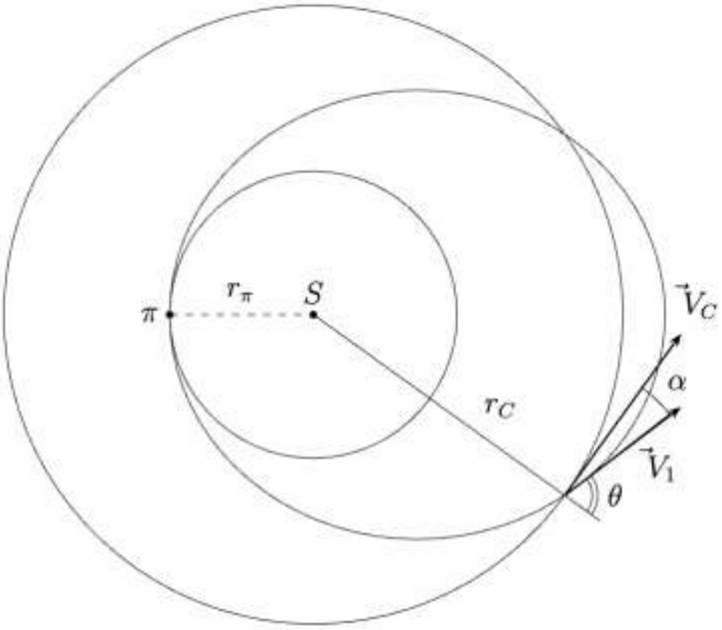
Արագությունը հատման կետում 1 միավոր

Այնուհետև մենք որոշում ենք անկյունը արագության վեկտորի և շառավիղի վեկտորի միջև.

$$V_1 r_C \sin\theta = V_\pi r_\pi = \sqrt{G\mathfrak{M}_\odot a(1-e^2)} \quad \Rightarrow \quad \sin\theta = \frac{\sqrt{G\mathfrak{M}_\odot a(1-e^2)}}{V_1 r_C};$$

$$\theta = \arcsin \frac{\sqrt{6.67\cdot 10^{-11} \times 2.0\cdot 10^{30} \times 2.24\cdot 1.496\cdot 10^{11} \times (1-0.42^2)}}{1.54\cdot 10^4 \times 2.8\cdot 1.496\cdot 10^{11}} = \arcsin 0.939 = 70^\circ.$$

Կազմած անկյունը 1 միավոր



Գծագիրը 0.5 միավոր

Ուղեծրի մասշտաբով 10^6 կմ հեռավորությունը շատ փոքր է, ուստի կարելի է ենթադրել, որ Ցերեսի և տիեզերանավերը գտնվում են ուղեծրի գրեթե նույն կետում: Միևնույն ժամանակ, այս հեռավորությունը բավական մեծ է, որ մենք կարող ենք անտեսել Ցերեսի գրացիտացիոն ազդեցությունը:

Ցերեսի արագությունը՝

$$V_c = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_\odot}{r_c}} = 1.8\cdot 10^4 \text{ m/s},$$

ուղղահայաց է շառավիղ-վեկտորին: Այնուհետև տիեզերանավի և Ցերեսի արագության վեկտորների միջև անկյունը մոտեցման պահին հավասար է

$$\alpha = 180^\circ - \theta - 90^\circ = 20^\circ$$

Հետևաբար, հարաբերական արագությունը կլինի.

$$\Delta V = \sqrt{V_c^2 + V_1^2 - 2V_cV_1\cos\alpha} =$$
$$= \sqrt{(1.8\cdot 10^4)^2 + (1.5\cdot 10^4)^2 - 2\times(1.8\cdot 10^4)\times(1.5\cdot 10^4)\times\cos 20^\circ} = 6.5\cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

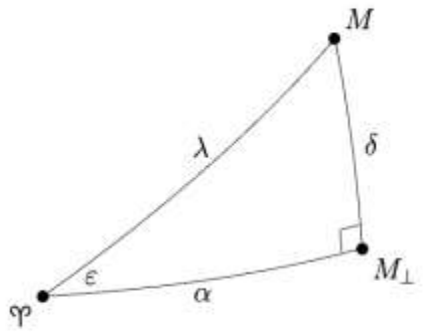
Վերջնական հարաբերական արագությունը 1 միավոր

Խնդիր 2

Մի հեռավոր մոլորակում հասարակածային և էկլիպտիկական կոորդինատային համակարգերը սահմանված են այնպես, ինչպես Երկրի վրա: Նաև ունենք որ $(\alpha_1 = 20.4°;\ \delta_1 = 22.5°)$ և $(\alpha_2 = 74.7°;\ \delta_2 = 49.0°)$ երկնային սֆերայի կետերը գտնվում են նաև Էկլիպտիկայի վրա: Հաշվեք մոլորակի մակերեսի այն մասը, որտեղ հնարավոր են բևեռային գիշերներ:

Լուծում

Կարող ենք լուծել խնդիրը օգտագործելով տրված կետերից որևէ մեկը: Կառուցենք սֆերիկ եռանկյուն կետերից մեկով, կետի պրոյեկցիայով հասարակածի վրա և գարնանային գիշերահավասարի կետով;



Սֆերիկ եռանկյան և գծագրի համար 1.5 միավոր

Կապենք իրար եռանկյան կողմերը և անկյունները՝

$$\sin\lambda\cos\varepsilon = \sin\alpha\cos\delta - \cos\alpha\sin\delta\cos 90° \quad\Rightarrow\quad \sin\lambda = \frac{\sin\alpha\cos\delta}{\cos\varepsilon},$$

$$\frac{\sin\delta}{\sin\varepsilon} = \frac{\sin\lambda}{\sin 90°}.$$

$$\frac{\sin\delta}{\sin\varepsilon} = \frac{\sin\alpha\cos\delta}{\cos\varepsilon} \quad\Rightarrow\quad \tan\delta = \sin\alpha\tan\varepsilon.$$

1.5 միավոր ճիշտ սֆերիկ բանաձևերի համար

և այսպիսով կարող ենք գտնել թեքության անկյունը

$$\varepsilon = \arctan\frac{\tan\delta_1}{\sin\alpha_1} = \arctan\frac{\tan 22.5°}{\sin 20.4°} = \arctan 1.19 = 50°.$$

1 միավոր ճիշտ թեքության արժեքի համար

Իմանալով թեքվածությունը կարող ենք հեշտ գտնել մակերեսը՝

$$\eta = \frac{2S_{\text{cap}}}{S_{\text{sphere}}} = \frac{2\cdot(2\pi Rh)}{4\pi R^2} \qquad h = R[1-\cos(90°-\varphi_0)] = R(1-\sin\theta)$$

$$\eta = \frac{2\times 2\pi R^2(1-\sin\theta)}{4\pi R^2} = 1-\sin 40° = 0.357 = 35.7\,\%.$$

1 միավոր վերջնական պատասխանի և մակերեսի հաշվարկի համար

Խնդիր 3

Ստորև բերված են տեսանելի կրկնակի աստղ μ Sco-ի բաղադրիչների հասարակածային կոորդինատները:

	α	δ
μ Sco (առաջնային)	20ժ17ր38.90վ	12°30′30″
μ Sco (երկրորդական)	20ժ18ր03.30վ	12°32′41″

Աստղերը դիտում են աստղադիտակի միջոցով, որի կիզակետային հեռավորությունը **10780 մմ** է: Աստղադիտակի վրա դրված է **765×510** պիքսելանոց CCD տեսախցիկ, որի մեկ պիքսելի չափսը **9 մկմ × 9 մկմ** է: Կարո՞ղ են արդյոք կրկնակի աստղի երկու բաղադրիչներն էլ լինել տեսախցիկի միևնույն կադրի մեջ:

Լուծում

Ամենաերկար բաժանումը որ կարելի է տեղավորել CCD-ի վրա դա նրա անկյունագծով է, այսինքն դրա տեսադաշտը կլինի`

$$
\begin{aligned}
S &= \sqrt{765^2 + 510^2} \times 9\ \mu\mathrm{m} \\
&= 919.4 \times 9\ \mu\mathrm{m} \approx 8.27\ \mathrm{mm} \\
f &= 10780\ \mathrm{mm} \\
\theta &= \frac{S}{f} = \frac{206\,265'' \times 8.27}{10780} \\
&= 158.3'' = 2.64'
\end{aligned}
$$

0.5 միավոր անկյունագծի մտքի համար, 1 միավոր անկյունագծի ֆիզիկական երկարությունը հաշվելու համար, 1 միավոր անկյունագծի անկյունային չափը հաշվելու համար, 0.5 միավոր ճիշտ պատասխանի համար

Աստղերի միջև անկյունային հեռավորությունը,

$$
\begin{aligned}
&\gamma = \sqrt{\Delta\ \alpha^2 + \Delta\ \delta^2} \\
&\because \Delta\ \alpha = 20^h 18^m 03^s.3 - 20^h 17^m 38^s.9 = 0^m 24^s.4 \\
&\because \Delta\ \delta = -12°32'41'' + 12°30'30'' = -2'11'' \\
&\therefore \gamma = \sqrt{((0^m 24^s.4) \times 15)^2 + (-2'11'')^2} \\
&\quad = \sqrt{(366'')^2 + (-131'')^2} \\
&\quad \approx 389''
\end{aligned}
$$

1.5 միավոր աստղերի անկյունային հեռավորության համար

Սա շատ մեծ է վերևում ստացված տեսադաշտից, հետևաբար աստղերը չեն տեղավորվի մի կադրում:

0.5 միավոր վերջնական պատասխանի համար

Խնդիր 4

Համարելով որ աստղերի **L** լուսատվությունը և **M** զանգվածը կապված են $L \sim M^4$ օրենքով, գնահատել թե ինչպիսի զանգվածով (արտահայտած Արեգակի զանգվածով) աստղերի մոտ է կարելի հայտնաբերել Երկրին նման զանգվածով, ալբեդոյով և ջերմաստիճանային պայմաններով մոլորակ՝ օգտագործելով **R = λ/Δλ =10**$^{\mathbf{8}}$ լուծողունակությամբ սպեկտրոգրաֆ: Երկրի և Արեգակի զանգվածների հարաբերությունը վերցնել $3 \cdot 10^{-6}$: Երկրի արագությունը 30կմ/վ է:

Լուծում

Տրված լուծողունակությամբ հնարավոր է չափել միայն այնպիսի օբյեկտի արագությունը, որը կտա Δλ-ից ավելի մեծ սպեկտրային գծի շեղում, այսինքն.

$$\frac{V}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \geq \frac{1}{R}.$$

Ենթադրենք, որ M զանգված ունեցող աստղի շուրջ պտտվում է շատ ավելի փոքր m զանգվածով մոլորակ: Մոլորակից մինչև աստղ հեռավորությունը D է: Եթե ենթադրենք, որ ուղեծիրը շրջանաձև է, ապա
մոլորակի արագությունը կլինի

$$v = \sqrt{\frac{GM}{D}}.$$

Աստղը նույնպես կշարժվի մոլորակի հետ իրենց ընդհանուր ծանրության կենտրոնի նկատմամբ: Աստղի արագությունը՝ V-ն հակուղղված է մոլորակի v արագությանը: Համակարգի զանգվածի կենտրոնն անշարժ է, ուստի MV = mv:
Հետևաբար.

$$V = v\frac{m}{M} = \sqrt{\frac{Gm^2}{MD}}.$$

աստղի արագությունը գտնելու համար 1 միավոր

Այս արագությունը սպեկտրոգրաֆով գրանցելու համար այն պետք է բավարարի հետևյալ պայմանին.

$$\sqrt{\frac{Gm^2}{MD}} \geq \frac{c}{R}.$$

0.5 միավոր պայմանի համար

Մոլորակն իր հատկություններով նման է Երկրին, այսինքն՝ պետք է աստղից ստանա այնքան ջերմություն, որքան Երկիրը ստանում է Արեգակից: Այս ջերմաքանակը համեմատական է աստղի լուսատվությանն ու հակադարձ համեմատական նրանից հեռավորությանը: Արեգակի զանգվածը և լուսատվությունը նշանակելով M_0 և L_0, իսկ Երկիր - Արեգակ հեռավորությունը՝
D_0, գրենք այս պայմանը մաթեմատիկորեն.

$$\frac{L}{D^2} = \frac{L_0}{D_0^2}.$$

1 միավոր պայմանի համար

Հաշվի առնելով զանգված-լուսավորություն կապը, մենք ստանում ենք.

$$D = D_0\sqrt{\frac{L}{L_0}} = D_0\left(\frac{M}{M_0}\right)^2.$$

0.5 միավոր օգտագործելու համար զանգված-լուսատվություն կապը

Սա տեղադրենք մեր ստացած անհավասարության մեջ.

$$\sqrt{\frac{Gm^2M_0^2}{M^3D_0}} \geq \frac{c}{R}.$$

Այստեղից մենք ստանում ենք

$$\left(\frac{M}{M_0}\right)^3 \leq \frac{R^2Gm^2}{c^2D_0M_0} = \left(R\frac{m}{M_0}\cdot\frac{v_0}{c}\right)^2.$$

1.5 միավոր անհավասարման համար

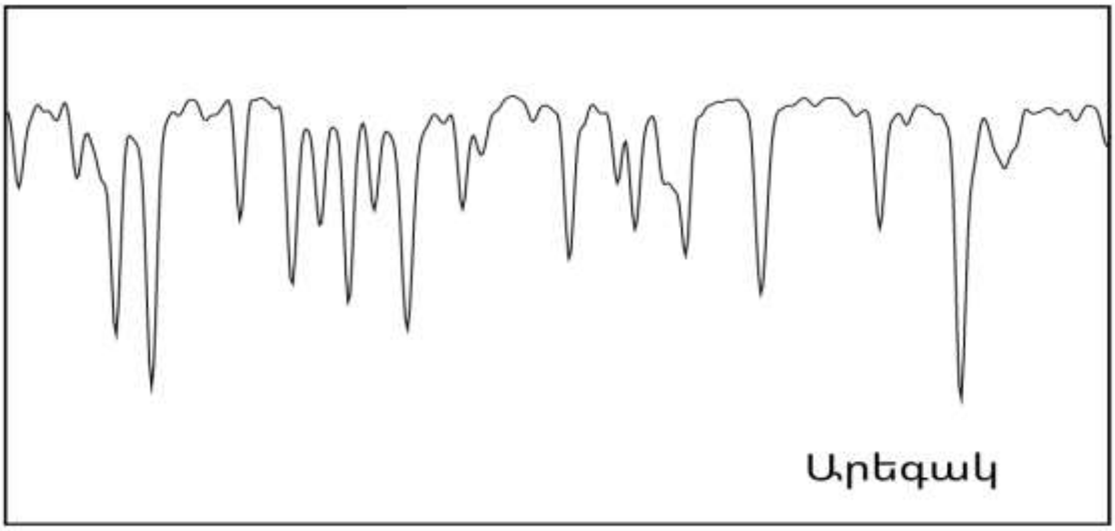
Այստեղ v_0-ն Երկրի ուղեծրային արագությունն է: Հաշվի առնելով, որ (m/M_0) հարաբերակցությունը $3\cdot10^{-6}$ է, իսկ $(v_0/c) = 10^{-4}$, մենք գտնում ենք, որ նշված հատկություններով մոլորակը կարող է հայտնաբերվել միայն այն աստղերի մոտ, որոնց զանգվածը չի գերազանցում **0.1** արեգակնային զանգվածը:
0.5 միավոր վերջնական պատասխանի համար

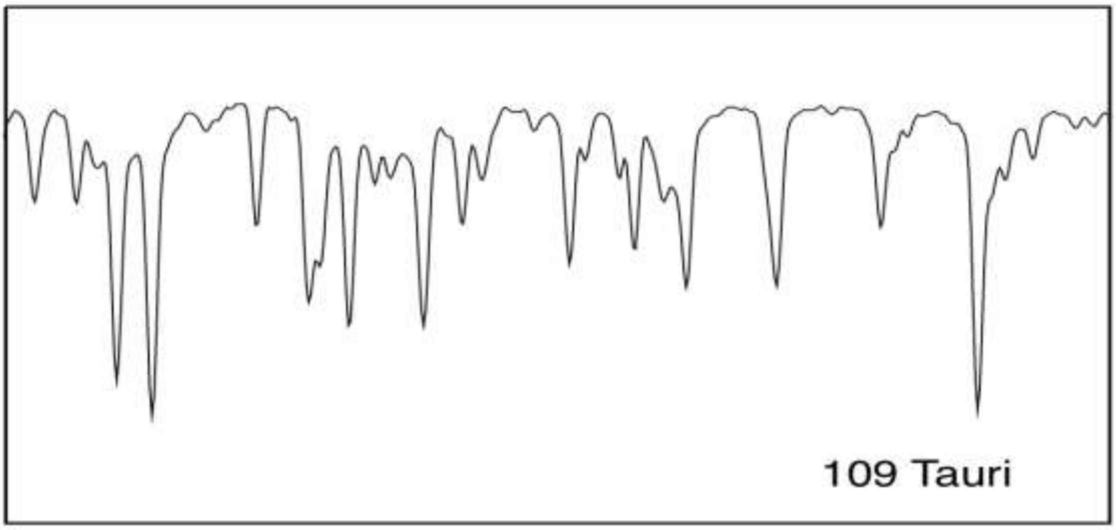
Խնդիր 5

Բերված են Արեգակի և 109 Տաուրի աստղի (սպեկտրային դասը՝ G8) սպեկտրների հատվածներ, որոնք ստացվել են միևնույն օրը միևնույն դիտման կետից՝ հորիզոնից մոտավորապես նույն բարձրության վրա: Ալիքի երկարության՝ x առանցքի երկայնքով երկու գրաֆիկների ընդգրկած սպեկտրային միջակայքը և մասշտաբը համընկնում են, իսկ ձախից աջ ալիքի երկարությունը մեծանում է: Երկու աստղերի սպեկտրներում տեսանելի են աստղերին պատկանող գծեր, ինչպես նաև Երկրի մթնոլորտում առաջացող ջրային գոլորշիների գծեր: Տվյալ սպեկտրային միջակայքում ջրային գոլորշիների ամենաուժեղ գծերի ալիքի երկարությունները տրված են ստորև աղյուսակում: Նշել աստղերին պատկանող գծերը սպեկտրներում և գտնել 109 Տաուրի աստղի տեսագծային արագությունը Երկրի նկատմամբ:

7302.0	7312.4
7303.0	7315.3
7304.0	7317.1
7308.6	7318.5
7309.3	7323.8

H_2O ալիքի երկարությունները անգստրեմներով (Å)





Լուծում

109 Tauri աստղի սպեկտրային դասը համընկնում է Արեգակի սպեկտրային դասի հետ: Հետևաբար, աստղային կլանման գծերի տեսքը նրանց սպեկտրներում պետք է լինի նույնը, բայց 109 Տաուրիի սպեկտրային գծերը շեղված են՝ դիտորդի նկատմամբ ճառագայթային արագության պատճառով:

0.5 միավոր

Ջրային գոլորշիների գծերը առաջանում են Երկրի մթնոլորտում, և նրանց համար Դոպլերյան շեղում չկա:

1 միավոր

Երկու սպեկտրները տեղադրենք մեկը մյուսի տակ և դրանցում նշենք նույն ալիքի երկարություններով գծերը: Դա կլինեն մթնոլորտի գոլորշիների կլանման սպեկտրի գծերը: Համապատասխան ալիքի երկարություններով գծերից ամենաուժեղները կարելի է նույնացնել տրված աղյուսակով: Սա մեզ թույլ է տալիս վերականգնել սպեկտրի սանդղակը ըստ ալիքի երկարության: Սպեկտրը ընդգրկում է 7300-ից 7330 Å միջակայքը:

2 միավոր

Եկեք առանձնացնենք մի քանի պայծառ գծեր, որոնք տեղաշարժվել են 109 Տաուրի աստղի սպեկտրում Արեգակի սպեկտրի նմանատիպ գծերի համեմատ: Դրանք տեղափոխվում են աջ կողմ, այսինքն՝ աստղ 109 Տաուրին ունի դրական տեսագծային արագություն և հեռանում է մեզանից: Քանի որ սպեկտրալ
գրաֆիկի վրա ներկայացված միջակայքը բավականին նեղ է, գծերի տեղաշարժը՝ ($\Delta\lambda$) կարելի է համարել հաստատուն: Այնուամենայնիվ, ավելի լավ ճշգրտության հասնելու համար իմաստ ունի այն չափել մի քանի գծի համար և միջինացնել արդյունքները:
Մեծությունը $\Delta\lambda = 0.4$Å է, տեսագծային արագությունը՝ $v = c\,(\Delta\lambda/\lambda) = 16$ կմ/վ:

1.5 միավոր