# ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

## 5-ՐԴ ԴԱՍԱՐԱՆ

17 փետրվարի, 2024 թ

1. Գտե՛ք

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + \cdots + 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20$$

արտահայտության արժեքի վերջին թվանշանը: Պատասխանը հիմնավորե՛ք:

**Լուծում**: Այն գումարելիները, որոնք պարունակում են $10$ կամ $20$ արտադրիչը վերջանում են $0$ թվանշանով: $5$ կամ $15$ արտադրիչ ունեցողները նույնպես կվերջանան $0$-ով, քանի որ նրանց զույգ թվով բազմապատկելով ստացվում է $0$-ով վերջացող թիվ:

Մնացին $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$, $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$, $11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14$ և $16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19$ գումարելիները: Նրանցից յուրաքանչյուրն ավարտվում է 4 թվանշանով: Փաստորեն, գումարը վերջանում է $4 + 4 + 4 + 4 = 16$-ի վերջին թվանշանով՝ 6-ով:

**Պատասխան**՝ 6:

2. Գրատախտակին գրված է բնական թիվ: Այդ թվի գրառումից երկու թվանշան ընտրելով և գումարելով հնարավոր է ստանալ $1, 2, 3, 4, 5, 6$ թվերից յուրաքանչյուրը: Գտե՛ք ամենափոքր թիվը, որ կարող է գրված լինել գրատախտակին: Բացատրե՛ք, թե ինչու՞ գրված թիվը դրանից փոքր լինել չի կարող:

**Լուծում**: Եթե որոնելի թիվն ունենա չորսից քիչ թվանշան, ապա հնարավոր չի լինի ստանալ $6$ տարբեր գումար:

Այժմ թիվը փնտրենք քառանիշների ցանկից: Որպեսզի երկու թվանշանների գումարը լինի $1$ պետք է թիվը պարունակի 1 և 0 թվանշանները:

Որպեսզի որևէ երկու թվանշանների գումարը լինի $2$, պետք է պարունակի ևս մեկ $1$ թվանշան, կամ $2$ թվանշան: Այս դեպքերը դիտարկենք առանձին-առանձին:

**Դեպք** $1$. Թիվն ունի $0, 1, 1$ թվանշանները: Որպեսզի գումարում լինի $3$, պետք է, որ թվանշաններից չորրորդը լինի $2$ կամ $3$: Այդ դեպքում հնարավոր չէ ստանալ $6$ գումարը:

**Դեպք** $2$. Թիվն ունի $0, 1{,}2$ թվանշանները: Ավելացնելով $3$ թվանշանը չենք ստանա $6$ գումարը: Ավելացնելով $4$ թվանշանը կարող ենք ստանալ բոլոր պահանջվող գումարները:

Այսպիսով, փնտրվող թիվը բաղկացած է $0, 1, 2, 4$ թվանշաններից: Դրանցով կազմվող ամենափոքր թիվը $1024$-ն է:

**Պատասխան**՝ $1024$:

3. Դպրոցի 5ա և 5բ դասարաններում սովորում են տարբեր քանակությամբ աշակերտներ, ընդ որում յուրաքանչյուր դասարանում սովորում է $20$-ից ավելի և $30$-ից քիչ աշակերտ: Հայտնի է, որ աջլիկները ձախլիկներից 5ա դասարանում $3$ անգամ են շատ, իսկ 5բ-ում՝ $5$ անգամ: Գտե՛ք, թե 5ա և 5բ դասարաններում ընդհանուր քանի աջլիկ կա:

**Լուծում**: Առաջին դասարանում ձախլիկների քանակը պատկերենք 1 մաս: Այդ դեպքում աջլիկները կլինեն $3$ մաս, իսկ աշակերտների քանակը՝ $4$ մաս: Ուրեմն առաջին դասարանում աշակերտների քանակը բաժանվում է $4$-ի: $20$-ից մեծ և $30$-ից փոքր թվերից $4$-ի բաժանվում են $24$-ն ու $28$-ը:

Նույն կերպ երկրորդ դասարանի աշակերտների քանակը բաժանվում է $6$-ի: $21-29$ միջակայքում այդ պայմանին բավարարում է միայն 24-ը: Ուրեմն երկրորդ դասարանում կա $24$ աշակերտ:

Քանի որ դասարաններում աշակերտների քանակները տարբեր են, ուրեմն առաջին դասարանում կա $28$ աշակերտ:

Առաջին դասարանում աջլիկների քանակը $21$ է, իսկ երկրորդում՝ $20$: Աջլիկների ընդհանուր քանակը $21+20=41$ է:

4. $5 \times 5$ աղյուսակի յուրաքանչյուր վանդակում գրված է $1$ կամ $2$: Կարինեն հաշվեց յուրաքանչյուր տողում գրված թվերի գումարն ու ասաց, ստացված թվերից $3$-ը զույգ են, իսկ $2$-ը կենտ: Գևորգը հաշվեց յուրաքանչյուր սյունակում գրված թվերի գումարն ու ասաց, որ ստացված թվերից $2$-ը զույգ են, իսկ $3$-ը՝ կենտ: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ նրանցից գոնե մեկը սխալվում է:

**Լուծում**: Երկու զույգ թվերի գումարը զույգ է, երկու կենտ թվերի գումարը՝ զույգ:

Կարինեի ստացած բոլոր թվերի գումարը հավասար է աղյուսակում գրված բոլոր թվերի գումարին: Քանի որ նրա ստացած թվերից 3-ը զույգ են, իսկ 2-ը կենտ, ուրեմն բոլոր թվերի գումարը զույգ է:

Նույն կերպ Գևորգի ստացած բոլոր թվերի գումարն է հավասար աղյուսակում գրված բոլոր թվերի գումարին: Իր ստացած 2 զույգ և 3 կենտ թվերի գումարը կենտ է:

Ստացանք, որ աղյուսակում գրված բոլոր թվերի գումարը միաժամանակ զույգ է և կենտ, ինչն անհնար է: Հետևաբար նրանցից գոնե մեկը սխալ է հաշվել: