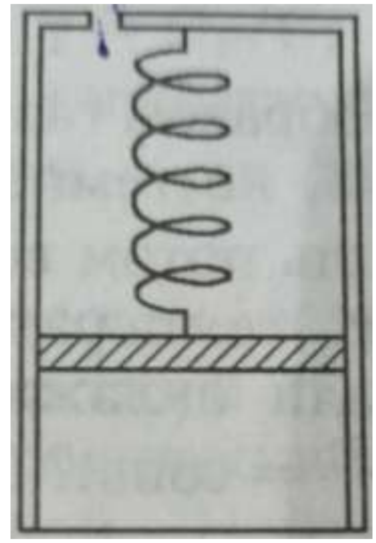
ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

Մարզային փուլ – 19.01.24թ. տևողությունը 180 րոպե (3 ժամ)

12-րդ դասարան



1) Մեկ մոլ իդեալական գազը փակված է գլանում անկշիռ մխոցի տակ: Մխոցը անկշիռ զսպանակով ամրացված է գլանի վերին մասին: Երբ զսպանակը դեֆորմացված չէ, մխոցով փակված գազի V_0 ծավալը ենթարկվում է $P_0S^2 = kV_0$ պայմանին, որտեղ P_0-ն մթնոլորտային ճնշումն է, S-ը՝ մխոցի մակերեսը, k-ն՝ զսպանակի կոշտությունը: Մխոցից վերև միշտ պահպանվում է մթնոլորտային ճնշում: Գլանի պատերը և մխոցը չունեն ջերմունակություն: Գազը սկսում են տաքացնել: Որոշել այս պայմաններում գտնվող մեկ մոլ գազի ջերմունակության թվային արժեքը (պրոցեսի ջերմունակությունը): Գազային ունիվերսալ հաստատունը՝ $R = 8.31 \frac{\text{Ջ}}{\text{մոլ}\cdot\text{Կ}}$

Ցուցում՝ գազի ջերմունակությունը այսպիսի պրոցեսի ընթացքում հաստատուն է:

Ելնելով $P_0S^2 = kV_0$ պայմանից, հեշտ է դուրս ստանալ մխոցով սահմանափակված գազի սյան բարձրությունը՝

$$H_0 = \frac{P_0S}{k}$$

Ենթադրենք տաքացրել ենք գազը մինչև T ջերմաստիճանը, որից հետո գազի սյան բարձրությունը դարձել է H:

Մխոցի հավասարակշռության պայմանից կստացվի՝

$$kx + P_0S = PS$$

Տեղադրելով P_0-ի արտահայտությունը՝

$$k(H - H_0) + kH_0 = kH = PS$$

Այստեղից՝

$$kH^2 = PSH = PV = \nu RT \text{ **(1 միավոր)**}$$

Ջերմաստիճանի շատ փոքր աճի դեպքում ունենք՝

$$k \cdot 2H\Delta H = \nu R\Delta T$$

Հասկանալի է, որ ΔH-ն էլ է շատ փոքր: Մխոցի շատ փոքր ΔH-ով բարձրանալու ընթացքում կատարված աշխատանքը կլինի (աշխատանքը որոշելու ճիշտ մեթոդը **(1 միավոր)**)՝

$$\Delta W = kH\Delta H = \frac{\nu R\Delta T}{2} \text{ **(0.5 միավոր)**}$$

Ներքին էներգիայի փոփոխությունը կլինի $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$ **(0.5 միավոր)**

Ջերմադինամիկայի առաջին օրենքից, գազին փոխանցված ջերմաքանակը կլինի (Q-ն որոշելիս նշանների ճիշտ տեղադրում և հաշվարկ **(0.5 միավոր)**)՝

$$Q = \Delta U + \Delta W = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \frac{\nu R\Delta T}{2} = 2\nu R\Delta T \text{ (**1** միավոր)}$$

Որտեղից ունենք՝

$$C = 2\nu R \text{ ***(0.5 միավոր)***}$$

2) Էլեկտրաչեզոք հաղորդիչ խորանարդին մետաղե երկար լարով միացնում են q_0 լիցքով հաղորդիչ գունդ: Արդյունքում խորանարդի լիցքը դառնում է q_1: Քանի որ խորանարդի և գնդի միջև հեռավորությունը շատ մեծ է՝ նրանց միջև փոխազդեցության ուժը կարելի է անտեսել: Գունդը կրկին լիցքավորում են մինչև q_0 լիցքը, այնուհետև նույն կերպ միացնում են խորանարդին: Ինչքա՞ն կդառնա խորանարդի կայունացված լիցքը մեծ հպումներից հետո:

Նշանակենք խորանարդի ունակությունը C_1, իսկ գնդինը՝ C_2: Մարմինների միջև փոխազդեցությունը կարելի է անտեսել, այսինքն մի մարմնի առկայությունը մյուսի վրա չի ազդում: Առաջին հպումից հետո ունենք՝

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_0 - q_1}{C_2} \quad (\mathbf{0,5} \text{ միավոր})$$

Այստեղից ունենք՝ $\frac{C_2}{C_1} = \frac{q_0 - q_1}{q_1} = \frac{q_0}{q_1} - 1 \quad (\mathbf{0,5} \text{ միավոր})$

Մյուս կողմից՝

$$q_1 = \frac{q_0}{1 + \frac{C_2}{C_1}}$$

Երկրորդ հպման ժամանակ համակարգի ընդհանուր լիցքը կլինի $q_0 + q_1$ $(\mathbf{0,5}$ ***միավոր***$)$՝

$$\frac{q_2}{C_1} = \frac{q_0 + q_1 - q_2}{C_2} \quad (\mathbf{0,5} \text{ միավոր})$$

Որտեղից՝

$$q_2 = \frac{q_0 + q_1}{1 + \frac{C_2}{C_1}} = \frac{q_0}{1 + \frac{C_2}{C_1}} + \frac{q_0}{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2}$$

n-րդ հպումից հետո ունենք՝

$$\frac{q_n}{C_1} = \frac{q_0 + q_{n-1} - q_n}{C_2} \ (\mathbf{0,5} \text{ միավոր}) \quad => \quad q_n = \frac{q_0 + q_{n-1}}{1 + \frac{C_2}{C_1}} = \frac{q_0}{1 + \frac{C_2}{C_1}} + \frac{q_0}{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2} + \cdots + \frac{q_0}{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^n} (\mathbf{0,5} \text{ միավոր})$$

Օգտվելով երկրաչափական պրոգրեսիայի բանաձևից կստանանք՝

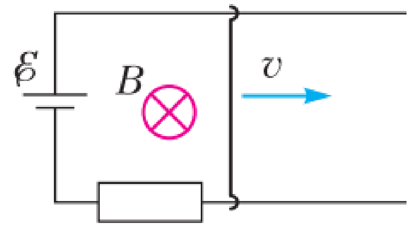
$$q_n = \frac{q_0}{1 + \frac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}}\right)^n}{1 - \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}}} \quad (\mathbf{1} \text{ միավոր})$$

Անվերջ հպումներից հետո՝

$$q_\propto = \frac{q_0}{1 + \frac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}}} = \frac{q_0}{\frac{C_2}{C_1}} = \frac{q_0}{\frac{q_0}{q_1} - 1} \quad (\mathbf{0,5} \text{ միավոր})$$

$$q_\propto = \frac{q_0 q_1}{q_0 - q_1} \quad (\mathbf{0,5} \text{ միավոր})$$

3) Անշարժ Π-ձև հաղորդիչը, որի վրա դրված է շարժական մետաղե կցորդիչը գտնվում է համասեռ մագնիսական դաշտում: Առաջացած շղթային միացված է հոսանքի աղբյուր և դիմադրատարր (տես նկարը): Հաղորդիչ կցորդիչը v_1 և v_2 արագություններով նույն չափով տեղափոխելուց դիմադրատարրում անջատվում է նույն չափով ջերմաքանակ $(v_1 \neq v_2)$: Ի՞նչ արագությամբ է պետք տեղափոխել ձողը, որպեսզի շղթայում ընդհանրապես չանջատվի ջերմաքանակ: Շփման ուժերը և ծանրության ուժերը անտեսել: Հաղորդիչ կոնտուրի դիմադրությունը համարել հաստատուն, ինքնամակածումը անտեսել:



v արագության դեպքում դիմադրության վրա լարումը կլինի $\mathcal{E} - Bvl$, իսկ դրա վրա անջատվող հզորությունը կլինի՝

$$P = \frac{(\mathcal{E} - Bvl)^2}{R} \ (\mathbf{1} \text{ միավոր})$$

Որպեսզի գտնենք անջատված ամբողջ էներգիան պետք է բազմապատկել $t = \frac{s}{v}$ $(\mathbf{0,5}$ միավոր$)$ժամանակը՝

$$Q = Pt = P \cdot \frac{s}{v} = \frac{(\mathcal{E} - Bvl)^2}{R} \cdot \frac{s}{v} \quad (\mathbf{0,5} \text{ միավոր})$$

Որտեղ s-ը ձողի անցած ճանապարհն է:

Ըստ խնդրի պայմանի՝

$$\frac{(\mathcal{E} - Bv_1 l)^2}{R} \cdot \frac{s}{v_1} = \frac{(\mathcal{E} - Bv_2 l)^2}{R} \cdot \frac{s}{v_2} \qquad (\mathbf{0,5} \text{ միավոր})$$

Որտեղից ունենք՝

$$\frac{(\mathcal{E} - Bv_1 l)^2}{v_1} = \frac{(\mathcal{E} - Bv_2 l)^2}{v_2}$$

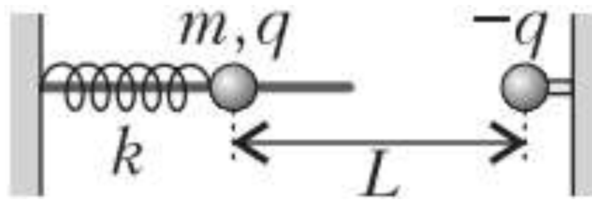
Հասկանալի է, որ $\mathcal{E} - Bv_1 l$-ը և $\mathcal{E} - Bv_2 l$-ը միաժամանակ չեն կարող լինել դրական $(\mathbf{0,5}$ միավոր$)$: Առանց ընդհանրությունը խախտելու կարող ենք համարել, որ $v_2 > v_1$: Քառակուսի արմատ հանելուց հետո ունենք՝

$$\frac{\mathcal{E} - Bv_1 l}{\sqrt{v_1}} = \frac{Bv_2 l - \mathcal{E}}{\sqrt{v_2}}$$

Որտեղից կստանանք՝ $\frac{\mathcal{E}}{Bl} = \sqrt{v_1 v_2}$ $\quad (\mathbf{0,5}$ միավոր$)$: Որպեսզի ջերմություն չանջատվի դիմադրատարրում պետք է՝

$P = \frac{(\mathcal{E} - Bvl)^2}{R} = 0 \quad (\mathbf{0,5}$ միավոր$) \Rightarrow v = \frac{\mathcal{E}}{Bl} \quad (\mathbf{0,5}$ միավոր$) \quad \boldsymbol{v} = \sqrt{v_1 v_2} \ (\mathbf{0,5}$ միավոր$)$

4) $m = 10$գ զանգվածով և $q = 10^{-6}$ Կլ լիցք ունեցող գնդիկը հագցված է ողորկ մեկուսիչ հորիզոնական ձողի վրա (տես նկարը): Մեկուսիչ անկշիռ զսպանակով այդ լիցքը միացված է պատին: Պատին ամրացված է մեկ այլ $-q$ լիցքով գնդիկ, որը գտնվում է ձողով անցնող ուղղու վրա: Համակարգի հավասարակշռության վիճակում գնդիկների միջև հեռավորությունը $L = 50$ սմ է: Երբ զսպանակին ամրացված գնդիկը փոքր ինչ շեղեցին հավասարակշռության դիրքից և բաց թողեցին, այն սկսեց տատանվել $f = 1{,}47$ Հց հաճախությամբ: Ինչքա՞ն է զսպանակի k կոշտությունը:



Ցուցում՝ հաշվարկների ժամանակ կարող եք օգտվել $(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x$ մոտավորությունից, որը ճիշտ է $\alpha x \ll 1$ պայմանի դեպքում:

Քանի որ լիցքերը տարանուն են, ապա հավասարակշռության վիճակում զսպանակը կլինի ձգված: Իսկ հավասարակշռության պայմանում՝

$$kx_0 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{L^2} = 0 \quad (\mathbf{0,5}\text{ միավոր})$$

Շեղենք զսպանակին կապված մարմինը փոքր չափով՝ ϵ-ով դեպի աջ, այդ դեպքում m զանգվածով մարմնի վրա ազդող համազոր ուժը կլինի՝

$$F_{\text{համազոր}} = k(x_0+\epsilon) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(L-\epsilon)^2} = k(x_0+\epsilon) - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon}{L}\right)^{-2} (\mathbf{1}\text{ միավոր})$$

Օգտվելով խնդրում բերված պայմանից $(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x$ և կատարելով $x = -\frac{\epsilon}{L}$ նշանակումը, կստանանք՝

$$\left(1 - \frac{\epsilon}{L}\right)^{-2} \approx 1 + 2 \cdot \frac{\epsilon}{L}\, (\mathbf{1}\text{ միավոր})$$

Տեղադրելով ստացվածը վերևում բերված բանաձևում՝ կստանանք՝

$$F_{\text{համազոր}} = k(x_0+\epsilon) - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon}{L}\right)^{-2} \approx k(x_0+\epsilon) - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{\epsilon}{L}\right) = kx_0 - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} + k\epsilon - \frac{q^2\epsilon}{2\pi\epsilon_0 L^3}$$

$$(\mathbf{0,5}\text{ միավոր})$$

Հաշվի առնելով հավասարակշռության պայմանը՝

$F_{\text{համազոր}} = k\epsilon - \frac{q^2\epsilon}{2\pi\epsilon_0 L^3} = \left(k - \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 L^3}\right)\epsilon$ $(\mathbf{0,5}\text{ միավոր})$

Այսպիսով տատանման քվազիկոշտությունը կլինի

$$k_{\text{քվազիկոշտություն}} = \left(k - \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 L^3}\right) (\mathbf{0,5}\text{ միավոր})$$

Իսկ տատանման հաճախության համար ունենք՝

$$w^2 = (2\pi f)^2 = \frac{\left(k - \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 L^3}\right)}{m} = \frac{k}{m} - \frac{q^2}{2\pi m\epsilon_0 L^3}\, (\mathbf{0,5}\text{ միավոր})$$

Այստեղից, զսպանակի կոշտությունը կլինի՝

$$k = m\left((2\pi f)^2 + \frac{q^2}{2\pi m\epsilon_0 L^3}\right) \approx 1\text{ Ն/մ } (\mathbf{0,5}\text{ միավոր})$$

5) Բարակ, կոշտ պատերով առաձգական A գնդոլորտը ներսից պատված է ռետինե շերտով: Ռետինե շերտը և A գնդոլորտը միասին ունեն m զանգված: A գնդոլորտի ներսում, նրան համակենտրոն, գտնվում է $m/2$ զանգվածով B գնդիկը, որի պատերը բոլոր կողմերից կիպ հպվում են ռետինե շերտին (տե՛ս նկար): Ցանկացած տատանում, որը առաջանում է A+B համակարգում՝ մարող է. տատանումներով պայմանավորված մեխանիկական էներգիան մի քանի տատանում հետո վերածվում է ջերմային էներգիայի:
ա) Համակարգը պահում ենք առաձգական հատակից h բարձրության վրա և բաց թողնում առանց սկզբնական արագության: Ի՞նչ բարձրության կհասնի այս համակարգը հատակից անդրադառնալուց հետո:
բ) Համակարգը պահում են հորիզոնի հետ 45^0 անկյուն կազմող առաձգական հարթության վերևում՝ h բարձրության վրա հարվածի կետից: Ինչքա՞ն կլինի համակարգի արագության՝ թեք հարթության հետ կազմած անկյան տանգենսը անդրադառնալուց հետո: Համարեք, որ անդրադարձման պրոցեսի վերջում տատանումները մարել են:

ա) Հատակին հասնելիս և՛ A, և՛ B գնդերն ունեն ուղղաձիգ ներքև ուղղված $v = \sqrt{2gh}$ արագություն: Անդրադառնալուց A գնդի արագությունը փոխում է ուղղությունը՝ պահելով մեծությունը հաստատուն: Անդրադառնալուց անմիջապես հետո համակարգի իմպուլսը կլինի՝

$$p_{\text{սկզբնական}} = mv - \frac{m}{2}v \ (\mathbf{1} \text{ միավոր})$$

որպես դրական ուղղություն ընդունված է դեպի վեր ուղղությունը: Ինչպես նշվեց խնդրում, այսպիսի համակարգում տատանումների մարելը արագ է: Տատանումների մարելուց հետո երկու գնդերի արագությունները կլինեն նույնը, իսկ լրիվ իմպուլսը՝

$$p_{\text{վերջնական}} = \left(m + \frac{m}{2}\right)u$$

Օգտվելով, իմպուլսի պահպանման օրենքից՝

$$u = \frac{v}{3} \ (\mathbf{0.5} \text{ միավոր})$$

Այստեղից ունենք, որ առավելագույն բարձրությունը կփոքրանա 9 անգամ՝ $h_{\text{առավելագույն}} = \frac{h}{9}$ $(\mathbf{0.5}$ միավոր$)$:

բ) Թեք հարթությանը հարվածելիս համակարգի իմպուլսի պրոյեկցիան թեք հարթության երկայնքով (դեպի ներքևը համարվում է դրական) կլինի՝

$$p_{x \text{ սկիզբ}} = mv\sin(\alpha) + \frac{m}{2}v\sin(\alpha) \ \ (\mathbf{0.5} \text{ միավոր})$$

$$p_{x \text{ վերջ}} = \left(m + \frac{m}{2}\right)u_x \ \ (\mathbf{0.5} \text{ միավոր})$$

Այստեղից, բախումից հետո արագության թեք հարթության վրա պրոյեկցիան կլինի՝
$u_x = v\sin(\alpha)$
Թեք հարթությանը ուղղահայաց բաղադրիչը կլինի (դեպի վեր ուղղությունը դրական)՝

$$p_y = mv\cos(\alpha) - \frac{m}{2}v\cos(\alpha) = \left(m + \frac{m}{2}\right)u_y \ \ \ (\mathbf{1} \text{ միավոր})$$

Այստեղից, բախումից հետո արագության թեք հարթությանը ուղղահայաց պրոյեկցիան կլինի՝

$$u_y = \frac{v\cos(\alpha)}{3}$$

Այսպիսով, արագության հարթության հետ կազմած անկյան տանգենսը կլինի

$$tg(\beta) = \frac{u_y}{u_x} = \frac{ctg\,(\alpha)}{3} \ (\mathbf{0.5} \text{ միավոր})$$

$$tg(\beta) = \frac{1}{3} \ \ \ (\mathbf{0.5} \text{ միավոր})$$