

Տևողություն – 180 րոպե

1. Գտե՛ք բոլոր a իրական թվերը, որոնց համար ցանկացած n բնական թվի համար $a(n^5 + 4n)$ արտահայտության արժեքը ամբողջ թիվ է:

Լուծում:

$P(1) = 5a$ կամ համարժեք 2 միավոր

$a = \frac{k}{5}$, որևէ k ամբողջ թվի համար: +1 միավոր

Ապացուցել, որ $\frac{k}{5}$ բավարարում է +4 միավոր

2. N բնական թիվը կոչվում է ներկայացվող, եթե այն հնարավոր է ներկայացնել

$$N = \left[\frac{1}{a} \right] + \left[\frac{1}{b} \right] + \left[\frac{1}{c} \right]$$

տեսքով, որտեղ a , b և c թվերը դրական են և $a + b + c = 1$: Գտե՛ք բոլոր ներկայացվող թվերը:

Լուծում:

$N \leq 4$ ներկայացնելի չէ 1 միավոր

$N = 5$ ներկայացնելի չէ +1 միավոր

$N = 6$ ներկայացնելի չէ +2 միավոր

$N = 7$ ներկայացնելի է +1 միավոր

$N \geq 8$ ներկայացնելի է +1 միավոր

3. Բնական թվի կտոր կանվանենք նրա գրառման մեկ կամ մի քանի հաջորդական թվանշաններով կազմված թիվը: Օրինակ, 8745 թվի կտորներն են 8, 7, 4, 5, 87, 74, 45, 874, 745, 8745 թվերը: Բնական թիվը **յուրահատուկ** է, եթե նրա կտորներից ոչ մեկը չի բաժանվում 9-ի (8745-ը յուրահատուկ չէ, քանի որ 45-ը բաժանվում է 9-ի): Գտե՛ք բոլոր (m, n) իրարից տարբեր բնական թվերի թվագույգերը, որոնց համար m -անիշ և n -անիշ յուրահատուկ թվերի քանակները հավասար են:

Լուծում: Դիտարկել A_1, A_2, \dots, A_k թվերը 1 միավոր

$k \leq 8$, +2 միավոր

$k = 1$ դեպքում քանակը 8 է +1 միավոր

$8 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (8 - k + 1)$ է, երբ $k \leq 8$ +2 միավոր

Ծիշտ պատասխան +1 միավոր

Տևողությունը – 180 րոպե

4. Դիցուք B և C կետերով անցնող շրջանագիծը ABC եռանկյան AB և AC կողմերը հատում է համապատասխանաբար D և E կետերում: Դիցուք ADC եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը BE հատվածը հատում է F կետում, իսկ ABE եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը CD հատվածը հատում է G կետում: BG և CF հատվածները հատվում են S կետում: Ապացուցե՛ք, որ FG և AS ուղիղները փոխուղղահայաց են:

Լուծում: Քանի, որ $\angle AFC = \angle ADC = \angle AEF$, հետևաբար $\triangle AEF \sim \triangle AFC$: **1 միավոր**

$$AF^2 = AE \cdot AC:$$
+1 միավոր

$$AF^2 = AE \cdot AC = AD \cdot AB = AG^2$$
+2 միավոր

Ավարտել **+3 միավոր**