

Տևողությունը – 180 րոպե

- Ապացուցե՛ք, որ գոյություն ունեն անվերջ քանակությամբ իրարից տարբեր  $x$  և  $y$  բնական թվեր որոնց համար  $x^3 + y^3 - x^2y - y^2x$  արտահայտության արժեքը բնական թվի 2024-րդ աստիճան է:
- $N$  բնական թիվը կոչվում է ներկայացվող, եթե այն հնարավոր է ներկայացնել  $N = \left[\frac{1}{a}\right] + \left[\frac{1}{b}\right]$  տեսքով, որտեղ  $a$  և  $b$  թվերը դրական են և  $a + b = 1$ : Գտե՛ք բոլոր ներկայացվող թվերը:  
**ՉԻՇԵՑՈՒՄ:**  $[x]$ -ը  $x$ -ը չգերազանցող ամենամեծ ամբողջ թիվն է՝  $\left[5\frac{2}{7}\right] = 5$ :
- Բնական թվի կտոր կանվանենք նրա գրառման մեկ կամ մի քանի հաջորդական թվանշաններով կազմված թիվը: Օրինակ, 8748 թվի կտորներն են 8, 7, 4, 87, 74, 48, 874, 748, 8748 թվերը: Բնական թիվը **յուրահատուկ** է, եթե նրա կտորներից ոչ մեկը չի բաժանվում 9-ի (8745-ը յուրահատուկ չէ, քանի որ 45-ը բաժանվում է 9-ի): Գտե՛ք ամենամեծ յուրահատուկ թիվը:
- Դիցուք  $BE$ -ն և  $CD$ -ն  $ABC$  սուրանկյուն եռանկյան բարձրություններն են: Դիցուք  $ADC$  եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը  $BE$  հատվածը հատում է  $F$  կետում, իսկ  $ABE$  եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը  $CD$  հատվածը հատում է  $G$  կետում: Դիցուք  $BG$  և  $CF$  հատվածները հատվում են  $S$  կետում: Ապացուցե՛ք, որ  $FG$  և  $AS$  ուղիղները փոխուղղահայաց են: