

Տևողությունը – 180 րոպե

1. Գտե՛ք բոլոր a իրական թվերը, որոնց համար ցանկացած n բնական թվի համար

$$a(n^3 + 2n)$$

արտահայտության արժեքը ամբողջ թիվ է:

Լուծում:

$$P(1) = 3a \text{ կամ համարժեք}$$

2 միավոր

$$a = \frac{k}{3}, \text{ որևէ } k \text{ ամբողջ թվի համար:}$$

+1 միավոր

Ապացուցել, որ $\frac{k}{3}$ բավարարում է

+4 միավոր

2. N բնական թիվը կոչվում է ներկայացվող, եթե այն հնարավոր է ներկայացնել

$$N = \left[\frac{1}{a}\right] + \left[\frac{1}{b}\right] + \left[\frac{1}{c}\right]$$

տեսքով, որտեղ a, b և c թվերը դրական են և $a + b + c = 1$: Գտե՛ք ամենափոքր ներկայացվող թիվը:

Լուծում:

$$N \leq 4 \text{ ներկայացնելի չէ}$$

1 միավոր

$$N = 5 \text{ ներկայացնելի չէ}$$

+2 միավոր

$$N = 6 \text{ ներկայացնելի չէ}$$

+2 միավոր

$$N = 7 \text{ ներկայացնելի է}$$

+2 միավոր

3. Բնական թվի կտոր կանվանենք նրա գրառման մեկ կամ մի քանի հաջորդական թվանշաններով կազմված թիվը: Օրինակ, 8745 թվի կտորներն են 8, 7, 4, 5, 87, 74, 45, 874, 745, 8745 թվերը: Բնական թիվը **յուրահատուկ** է, եթե նրա կտորներից ոչ մեկը չի բաժանվում 9-ի (8745-ը յուրահատուկ չէ, քանի որ 45-ը բաժանվում է 9-ի): Ցանկացած n բնական թվի համար գտե՛ք n -անիշ յուրահատուկ թվերի քանակը:

Լուծում: Դիտարկել A_1, A_2, \dots, A_k թվերը

1 միավոր

$$k \leq 8,$$

+2 միավոր

$$k = 1 \text{ դեպքում քանակը } 8 \text{ է}$$

+1 միավոր

$$8 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (8 - k + 1) \text{ է, երբ } k \leq 8$$

+3 միավոր

4. Դիցուք B և C կետերով անցնող շրջանագիծը ABC եռանկյան AB և AC կողմերը հատում է համապատասխանաբար D և E կետերում: Դիցուք ADC եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը BE հատվածը հատում է F կետում, իսկ ABE եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը CD հատվածը հատում է G կետում: Դիցուք BG և CF հատվածները հատվում են S կետում: Ապացուցե՛ք, որ $\angle FAS = \angle GAS$:

Տևողությունը – 180 րոպե

Լուծում: Քանի, որ $\angle AFC = \angle ADC = \angle AEF$, հետևաբար $\triangle AEF \sim \triangle AFC$, 1 միավոր

$$AF^2 = AE \cdot AC \quad +1 \text{ միավոր}$$

$$AF^2 = AE \cdot AC = AD \cdot AB = AG^2 \quad +2 \text{ միավոր}$$

$$\angle FAS = \angle SAG \quad +3 \text{ միավոր}$$