Հանրապետական մանկավարժահոգեբանական կենտրոն

«Հանրակրթական դպրոցների ուսուցիչների և ուսուցչի օգնականների դասավանդման հմտությունների զարգացման ապահովում» ծրագիր

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Դպրոց՝Սիսիանի համար 4 հիմնական

Թեմա՝Ֆունկցիաների գրաֆիկների հետազոտում

Վերապատրաստող - մենթոր՝ Արմինե Մեծրիցյան

Ուսուցիչ՝ Նելլի Հարությունյան

ՍԻՍԻԱՆ

2023

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ……………………………………………………………………….3

1. ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԳԱՂԱՓԱՐԸ…………………………………………………….........5

2.ԳՐԱՖԻԿՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԱԲԱՆԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ……………..7

2.1 2-ԻՑ ԲԱՐՁՐ ԱՍՏԻՃԱՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ԱՍՏԻՃՆԱՅԻՆ ՈՐՈՇ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ……………………………………………………………………..……8

2.2 ԿՈՏՈՐԱԿԱՅԻՆ ՑՈՒՑԻՉՈՎ ԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻԳՐԱՖԻԿՆԵՐ……………………………………………………………………………..10

2.3 ԿՈՏՈՐԱԿԱԳԾԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ…………………..…..11

2.4 ԼՈԳԱՐԻԹՄԱԿԱՆՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻԳՐԱՖԻԿՆԵՐ………………………….12

2.5 ՑՈՒՑՉԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ……………………………….…14

2.6 ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻԳՐԱՖԻԿՆԵՐ………………..15

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ…………………………………………………………………..…21

ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ……………………………………..……….22

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Հետազոտության թեմայի հիմնավորումը և արդիականությունը:Ժամանակակիցկրթականհայեցակարգերումավելիէկարևորվումսով որողներիբարձրակարգմտածողությանզարգացմանխնդիրը: Աշխարհումտեղիունեցողարագընթացզարգացումներըիրենցանմիջականներգործություն նենունենումկրթականհամակարգերիվրա՝առաջադրելովգիտելիքահենտնտեսությաննտ եղեկատվականհասարակությանպայմաններումգործողնապրողմարդուձևավորմաննոր պահանջ: Եվդաիրիհերթինառաջէբերումկրթությանբովանդակությանվերանայմանուարդիականաց մանխնդիր:

Հանրահայտէ, որհանրակրթությանառանցքայիննպատակներիցմեկըաշակերտինմտածելսովորեցնելնէ: Գոյություն ունեն մաթեմատիկայի բազում ձեռնարկներ բարձր դասարանների աշակերտների համար, ինչպես նաև նրանց համար, ովքեր ցանկանում են ինքնուրույնկատարելագործել իրենց գիտելիքները մաթեմատիկայից: Անհրաժեշտ է, սակայն, դպրոցն ավարտողները հիմնարար ձևով տիրապետեն ֆունկցիոնալ կախվածության հասկացությանը և կարողանան կառուցել գրաֆիկներ: Իհարկե առաջին հերթին, դա վերաբերվում է նրանց, ովքեր որոշել են շարունակել մաթեմատիկայի ուղղությամբ: Եվ պատահական չէ, որ ընդունելության ժամանակ ստուգվում է դիմորդների գրաֆիկներ կառուցելու կարողությունը, գտնել ֆունկցիայի որոշման տիրույթը, ֆունկցիայի աճն ու նվազումը և այլն:

Հայտնի է, որ բարձրագույն մաթեմատիկայի մեթոդները թույլ են տալիս կառուցել ցանկացած գրաֆիկ: Սակայն բարձրագույն մաթեմատիկայի այս տարրերի իմացությունը, որը տրվում են միջին դպրոցում, այս նպատակի համար քիչ են: Մյուս կողմից, գրաֆիկների մեծամասնությունը, երբեմն անգամ շատ հետաքրքիրները, կարող են կառուցվել բացառապես տարրական մաթեմատիկայի միջոցով: Դրանցից առավել բարդ գրաֆիկները իրենց կառուցման համար պահանջում են տարրական մաթեմատիկայի տարբեր բաժինների լավ իմացություն, միաժամանակ նաև այդ գիտելիքները հմտորեն կիրառելու կարողություն:

Հետազոտության թեմայի գիտական նորույթը.Գրաֆիկների՝ տարրական մաթեմատիկայի էլեմետններով կառուցումը սովորողներիհամար կարող է հիմք ծառայել տարրական մաթեմատիկայի տարբեր բաժիններից իրենց գիտելիքների ամրապնդմանն և կատարելագործմանը: Մաթեմատիկական ձևակերպումների խստությունը հետևյալ թեմայում սովորողների մոտ դիտարկվող հարցերի վերաբերյալ կձևավորի առավել հետևողականություն և հեշտ ըմբռնում:

Հետազոտության թեմայի նպատակը.Աշխատանքիշրջանակներում ֆունկցիայի հետազոտության ու նրա գրաֆիկի կառուցման ուսումնասիրությունը, անպայման կլինի լավագույն նախապատրաստում հետագայում բարձրագույն մաթեմատիկայի տարրերով ֆունկցիայի առավել ընդհանուր հետազոտման համար:

Գրաֆիկների կառուցման ժամանակ, շատ քիչ բացառություններով, նպատակահարմար է լինում օգտվել կոորդինատային առանցքների տեղափոխման և պարզագույն գրաֆիկների ձևափոխության մեթոդներից:

Իհարկե, տրված հետազոտվող ֆունկցիաների գրաֆիկները կարելի է կառուցել նաև նրա բնութագրիչ կետերով:

Հետազոտության մեջ գրաֆիկների մեծամասնությունը կառուցված է երկու եղանակով: Ընդ որում այստեղ լրացուցիչ ստուգմանանհրաժեշտություն չկա, քանի որ գրաֆիկների կառուցման այդ երկու եղանակները փոխադարձաբար մեկը մյուսին ստուգում են:

Աշխատանքի կառուցվածքը.Բաղկացած է ներածությունից, հետազոտվող նյութի մասին շարադրանքից, եզրակացությունից, գրականության ցանկից (11 անուն), ընդհանուր ծավալը՝ 22 էջ:

Գրականության վերլուծություն: Գիտական և մեթոդական գրականության ցանկը բերված է աշխատանքի վերջում:

1. ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԳԱՂԱՓԱՐԸ

Ֆունկցիայի հասկացությունը մաթեմատիկայում հիմնականներից մեկն է: Մաթեմատիկայի, մասնավորապես՝ հանրահաշվի դպրոցական ավանդական ծրագրերում և դասընթացներում ընդգծված համարյա բոլոր գաղափարները այս կամ այն կերպ առնչվում են ֆունկցիայի հասկացության հետ: Ավելին՝ դրանց մեծ մասը ներառվում է ֆունկցիայի գաղափարի մեջ: Անգամ առաջին հայացքից ֆունկցիայի գաղափարից շատ հեռու թվացող թվաբանական չորս գործողությունները այդ հասկացության մասնավոր օրինակներ են: Ֆունկցիայի գաղափարի այս ընդհանրական, ընդգրկուն դերը լիովին արտահայտվում է մաթեմատիկայի գրեթե բոլոր բուհական դասընթացներում:

70-ական թվականներին՝ թե՛ հայրենական, թե՛ արտասահմանյան մանկավարժների և գիտնականների կողմից սկսվեցին մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում նույնպես ֆունկցիայի այս դերի իրականացման ուղղությամբ ակտիվ աշխատանքները: Ֆունկցիայի գաղափարը դրվեց մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի հիմքում: Ավելին, առաջին պլան մղվեց սովորողների ֆունկցիոնալ մտածողության առաջնայնության, նրանց մոտ ֆունկցիոնալ մտածողության ձևավորման խնդիրը:

Այս մոտեցումը չուներ համապատասխան հոգեբանամանկավարժական հիմնավորում: Իսկապես: Նախ ֆունկցիայի գաղափարի ձևավորվումը ենթադրում է վերացարկման բավականին բարձր աստիճան: Հետևաբար՝ նրա արդյունավետ ուսուցումը կարող է իրականացվել միայն մասնավոր օրինակների բավականին ընդարձակ ցանկի ուսումնասիրությունից հետո միայն: Մինչդեռ 1-6-րդ դասարանների <<Մաթեմատիկա>> առարկան ֆունկցիայի հասկացության ուսուցման համար նման հող չի նախապատրաստում և չի էլ կարող նախապատրաստել, որովհետև նվիրված է թվային համակարգերի և նրանց վրա տրված թվաբանական գործողությունների ուսումնասիրությանը: Այնուհետև, մարդկային մտածողությունը ունի զարգացման իր օրինաչափությունը: Աշակերտների մտածողության զարգացման խնդիրը կախված է տարիքային առանձնահատկություններից: Եվ մտածողության որոշ տեսակներ կարող են արմատավորվել միայն տարիքային որոշ հասակից հետո միայն: Հավանաբար այդպիսին է նաև ֆունկցիոնալ մտածողությունը:

Ասված նկատառումները շատ արագ ցույց տվեցին երկրաչափության դասընթացի կառուցման մեջ ֆունկցիոնալ մոտեցման աննպատակահարմարությունը: Եվ երկրաչափության կոլմոգորովյան գրքերը շատ արագ զիջեցին իրենց դիրքերը: Սակայն դրանք անտեսվել են հանրահաշվի դպրոցական՝ մինչև այժմ ԽՍՀՄ և Ռուսաստանյան Դաշնությունում գործող բոլոր դասընթացներում: Ավելին՝ հանրահաշվի այդ դասընթացները՝ առանց անհրաժեշտ նախապատրաստական աշխատանքներ իրականացնելու, հիմնականում սկսվում են ֆունկցիայի գաղափարի ուսումնասիրությամբ և հետագա ողջ նյութի շարադրանքը խարսխում ֆունկցիայի գաղափարի հենքի վրա: Արդյունքում՝ սովորողները անհրաժեշտ խորությամբ չեն ընկալում ֆունկցիայի գաղափարը և նրա վրա հիմված ողջ հանրահաշվական նյութը: Իսկ այս նյութը իրականում այլ բնական հիմքեր ունի: Այն, ինչպես նաև այդ հիմքերը, որևէ սկզբունքային առնչություն չունեն ֆունկցիայի գաղափարի հետ: Ասվածը լիովին բավարար է ապացուցելու նշված դասընթացների ֆունկցիոնալ ուղղվածության մտացածին լինելը:

Միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում ֆունկցիայի գաղափարի գործառույթները որոշելու համար նկատենք, որ նախ ավագ դպրոցում ֆունկցիայի գաղափարը կատարում է կենտրոնական դերերից մեկը, և կարևոր է նման ուսուցման համար ստեղծել անհրաժեշտ հիմքեր: Այնուհետև, հանրահաշվի դասընթացի մեջ ֆունկցիայի գաղափարը կարող է կատարել համակարգող և ընդհանրացնող դեր: Վերջապես՝ ուսումնական ութ տարիների ընթացքում մաթեմատիկայից և նրա հարակից առարկաներից անցած նյութը հնարավորություն է տալիս լիարժեք բացահայտելու ֆունկցիայի գաղափարի հանրակրթական նշանակությունը: Այսպիսով միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում ֆունկցիայի գաղափարի շարադրումը հետապնդում է հետևյալ հիմնական խնդիրները.

ա. Ֆունկցիայի գաղափարի բովանդակային ուսուցում և նրա հանրակրթական նշանակության համակողմանի բացահայտում:

բ. Հանրահաշվի մեջ ֆունկցիայի գաղափարի համակարգող և ընդհանրացնող դերի իրականացում:

գ. Ֆունկցիայի՝ որպես մաթեմատիկայի կարևորագույն գաղափարներից մեկի, հետագա ուսուցման համար անհրաժեշտ հիմքերի ստեղծում:

2. ԳՐԱՖԻԿՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԱԲԱՆԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

Գրաֆիկների կառուցման մեթոդաբանական հիմունքները ենթադրում են մաթեմատիկական կրթության բովանդակության որոշակի կառուցվածք, ուսուցման մեթոդներ, միջոցներ և ձևեր, որոնք ուղղված են սովորողների ձեռք բերած գիտելիքների համակարգմանն և ընդարձակմանը:

Գրաֆիկների կառուցման ժամանակ, շատ քիչ բացառություններով, նպատակահարմար է լինում օգտվել կոորդինատային առանցքների տեղափոխության և պարզագույն գրաֆիկների ձևափոխության մեթոդներից:

Իհարկե, տրված հետազոտվող ֆունկցիաների գրաֆիկները կարելի է կառուցել նաև ֆունկցիաների բնութագրիչ հատկությունների հետազոտության միջոցով:

Հետազոտության մեջ գրաֆիկների մեծամասնությունը կառուցված է երկու եղանակով: Ընդ որում այստեղ լրացուցիչ ստուգման անհրաժեշտությունչկա, քանի որ գրաֆիկների կառուցման այդ երկու եղանակները փոխադարձաբար մեկը մյուսին ստուգում են:

Այն գրաֆիկները, որոնք կառուցված են մեկ եղանակով, անպայման անհրաժեշտ է ստուգումն իրականացնել գրաֆիկի բնութագրիչներով:

Բնութագրիչներով ստուգումը (կոորդինատային առանցքների հետ հատման կետերը և այլն) հատկապես անհրաժեշտ է արհեստական հնարներով գրաֆիկների կառուցման ժամանակ:

2.12-ԻՑ ԲԱՐՁՐ ԱՍՏԻՃԱՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ՈՐՈՇ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ

1. $y = |-x^3| + 1$

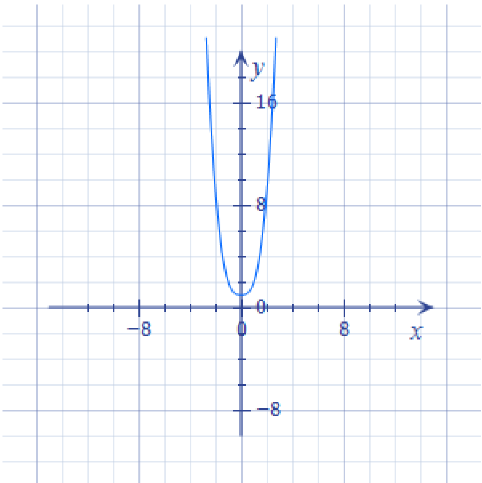
Քանի որ $|-x^3| = |x^3|$,ապա ֆունկցիան կարելի գրել հետևյալ կերպ.

$$y = |x^3| + 1$$

Առաջին եղանակ.

$y = |x^3|$սկզբնական ֆունկցիան զույգ է: Նրա գրաֆիկը ուղղաձիգ առանցքի նկատմամբ խորանարդային պարաբոլ է, գծագրով նման է քառակուսային պարաբոլին ($y=x^2$):

Կառուցելով այդ ֆունկցիայի գրաֆիկը՝ հորիզոնական Ox առանցքի նկատմամբ այն տեղափոխում ենք 1 միավորով դեպի վեր:



Նկ.1

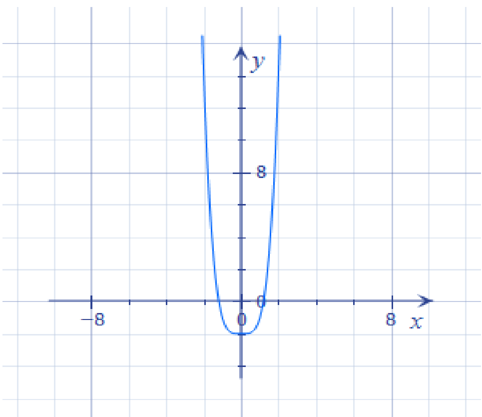
Երկրորդ եղանակ.

1) Որոշման տիրույթը x-երի ողջ թվային առանցքնէ, իսկ արժեքների տիրույթը՝ $1 \leq y < \infty$:
2) Զույգ ֆունկցիա է, քանի որ $f(-x) = |(-x)^3| + 1 = |x^3| + 1 = f(x)$
3) $X_0=0$ դեպքում,y=1, պարաբոլի գագաթը՝ (0; 1):
4) Երբ x>0 –ից ֆունկցիան աճում է խորանարդային օրենքով:

Չնայած նրան, որ գրաֆիկը երկու եղանակով էլ կառուցված է, ստուգելու համար լրացուցիչ որոշում ենք ստուգիչ (-1; 2) կետը:

2. $y = x^4 - 2$(նկ.3)

Առաջին եղանակ.



Նկ.2

$y = x^4$ սկզբնական ֆունկցիան ունի միևնույն տեսքը, ինչ $y = x^2$ ֆունկցիան: Կառուցելով այդ ֆունկցիայի գրաֆիկը՝ այնուհետև այն տեղափոխում ենք հորիզոնական առանցքի նկատմամբ 2 միավորով դեպի ներքև:

Երկրորդ եղանակ.

1) Որոշման տիրույթը x-երի ողջ թվային առանցքն է, իսկ արժեքների տիրույթը՝ $-2 \leq y < \infty$
2) Ֆունկցիա զույգ է:
3) Պարաբոլի գագաթն ունի $x_0=0$, $y_0=-2$ կոորդինատները:
4) X-երի առանցքի հետ հատման կետերն են.

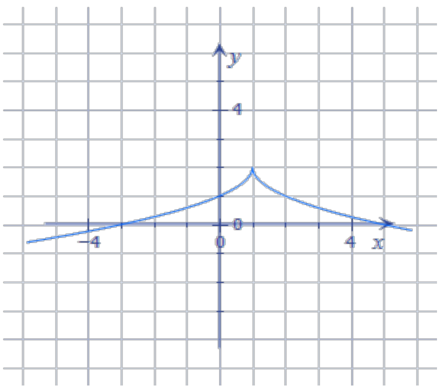
y=0 դեպքում, $x^4-2=0$,որտեղից է$x_{1,2} = \sqrt[4]{2} \approx \pm 1{,}2$: Ստանում ենք (1,2; 0) և (-1,2; 0) կետերը:

5) X- ը աճելու դեպքում (աջ կիսահարթությունում) y-ները ևս աճում են:

Աստիճանային ֆունկցիաների գրաֆիկների կառուցման այս երկու եղանակների համեմատումից երևում է, որ օժանդակ մեթոդների օգտագործումը ավելի է հեշտացնում այսպիսի գրաֆիկների կառուցումը:

2.2.ԿՈՏՈՐԱԿԱՅԻՆ ՑՈՒՑԻՉՈՎ ԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ

1. $y = 2 - \sqrt{|1-x|}$(նկ.3)



Նկ.3

Առաջին եղանակ.

Քանի որ$|1-x| = |x-1|$, ապա ֆունկցիան կարելի է գրել հետևյալ ձևով.

$$y = -\sqrt{|x-1|} + 2$$

Սկզբնական $y = -\sqrt{|x|}$ֆունկցիան զույգ ֆունկցիա է, որի գրաֆիկը կազմված է երկու ճյուղերից. Աջ ճյուղը$-\sqrt{x}$ֆունկցիայի գրաֆիկնէ, այն հորիզոնական առանցքի նկատմամբ$\sqrt{x}$ֆունկցիայի գրաֆիկի հայելային արտացոլումն է:Սկզբնական ֆունկցիայի գրաֆիկի ձախ ճյուղը համաչափ է աջին:

Այնուհետև y-ների առանցքը տեղափոխում ենք (-1)-ով, իսկ x-երի առանցքը՝ (-2)-ով:

Երկրորդ եղանակ.

1) Որոշման տիրույթը x-երի ողջ թվային առանցքն է:
2) Ընդհանուր տեսքի ֆունկցիա է:
3) X-երի առանցքի հետ հատման կետերն են.

y=0 դեպքում, $2-\sqrt{|1-x|}=0;\ \sqrt{|1-x|}=2; |1-x|=4; 1-x=\pm 4;\ x_1=-3;\ x_2=$5:

Ստանում ենք (-3; 0) և(5; 0)կետերը:

y-ների առանցքի հետ հատման կետն է.

x=0 դեպքում, $y=2-\sqrt{1}=1$: Ստանում ենք (0; 1) կետը:

4) Ֆունկցիայի եզրային արժեքները.$x\to\pm\infty, y\to-\infty$
5) Գրաֆիկն ունի երկու տեղամաս

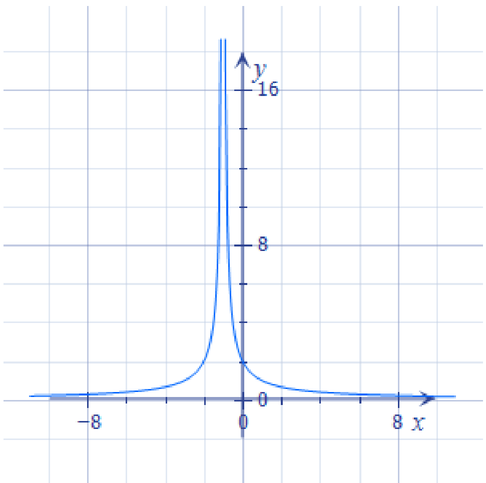
   ա) 1-x≥0 –ի դեպքում, այսինքն երբx≤1, $y=2-\sqrt{1-x}$

   բ) 1-x≤0 –ի դեպքում, այսինքն երբ x≥1, $y=2-\sqrt{x-1}$

Երկու տեղամասերը հատվում են(1; 2) կետում:

2.3 ԿՈՏՈՐԱԿԱԳԾԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ

1. $y=\frac{2}{|1+x|}$կամ $y=\left|\frac{2}{1+x}\right|$(նկ.4)



Նկ.4

Առաջին եղանակ.

Սկզբնական ֆունկցիայի գրաֆիկը՝ $y=\frac{1}{|x|}$, կառուցում ենք կետազծերով: Այնուհետև y-ների առանցքը տեղափոխում ենք (+1)-ով, որից հետո գրաֆիկը ձգվում է 2 անգամ ուղղաձիգ ուղղությամբ:

Լավ կլինի որպես սկզբնական ֆունկցիա ընդունել $y=\frac{2}{|x|}$ ֆունկցիան, որպեսզի խուսափենք գրաֆիկի ձգումից:

Երկրորդ եղանակ.

1) Որոշման տիրույթը գտնում ենք x≠-1 պայմանից, որտեղից ստանում ենք $(-\infty;-1)$ և $(-1;\ +\infty)$ միջակայքերը: X=-1 ուղիղը հանդիսանում է որպես ուղղաձիգ ասիմպտոտ:

1 ա. Ֆունկցիայի արժեքները սահմանափակված են հետևյալ պայմաններով.

ա)y≥0 , քանի որ բացարձակ արժեք է

բ) y≠0, քանի որ $y\to 0$դեպքում, $x\to\infty$:

Հետևապես, երբ y>0 դեպքում ֆունկցիան գտնվում է վերևի կիսահարթությունում. երբ $x\to\pm\infty, y\to 0$, որտեղից էլ հետևում է որ x-երի առանցքը հանդիսանում է հորիզոնական ասիմպտոտ:

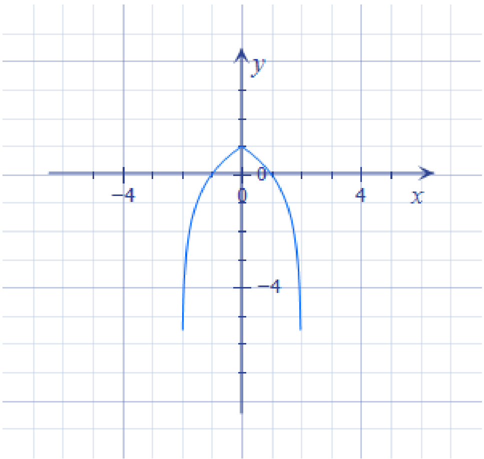
2) Գրաֆիկը y-ների առանցքի հետ հատվում է, երբ x=0 դեպքումy=2, (0; 2) կետում:
3) Ճշգրտման համար որոշում ենք ևս մեկ կետի կոորդինատները, օրինակ x=-3 դեպքում y=1, (-3; 1) կետը:

2.4. ԼՈԳԱՐԻԹՄԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ

1. $y=\log_2(2-|x|)$(նկ.5)

Զույգ ֆունկցիա է,որի արդյունքում սկզբից կառուցում ենք գրաֆիկի մեկ ճյուղը, իսկ մյուսը՝ նրան համաչափ:

Առաջին եղանակ.



Նկ.5

Երբ X≥0, ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը. $y = \log_2(2-x)$: Ձևափոխում ենք այս արտահայտությունն այնպես, որ արգումենտն ունենա դրական նշան.

$$y = \log_2[-(x-2)]$$

Կառուցում ենք $y = \log_2(-x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը: Այնուհետև y-ների առանցքը տեղափոխում ենք (-2)-ով, որից հետո գրաֆիկի ձախ մասը ջնջում ենք: Ստանում ենք գրաֆիկի մի ճյուղը, իսկ ձախ ճյուղը կառուցում ենք համաչափ y-ների առանցքին:

Սկզբից հեշտ է կառուցել գրաֆիկի ձախ ճյուղը (երբx≤0)՝ձևափոխելով ֆունկցիան հետևյալ ձևով.

$$y = \log_2[2-(-x)], \qquad y = \log_2(2+x)$$

Այս դեպքում սկզբնական ֆունկցիան ավելի պարզ է՝$y = \log_2 x$: Y-ների առանցքը տեղափոխում ենք (+2)-ով, որից հետո գրաֆիկի առաջին մասը (կետագծայինը) մաքրում ենք՝փոխարինելով այն կորով, որը համաչափ է գրաֆիկի ձախ մասին:

<u>Երկրորդ եղանակ</u>.

1) Որոշման տիրույթը գտնում ենք հետևյալ պայմանից.

   $2-|x| > 0, |x| < 2$, ստանում ենք (-2; 2) միջակայքը:

2) Զույգ ֆունկցիա է:

3) Բնութագրիչ կետերն են.

ա)x-երի հետ հատման կետ որպես, երբ y=0, $y = \log_2(2-|x|) = 0$, $2-|x| = 1, x = \pm 1$, առաջին ճյուղի համար ստանում ենք (1; 0)կետը:

բ)y-ների հետ հատման կետ որպես, երբ x=0$y = \log_2(2-0) = 1$,ստանում ենք (0; 1) կետը:

գ)$\lim_{x\to 2} y = \lim_{x\to 2}(2-x) = -\infty$,x=2 ուղիղը աջ ճյուղի համար (ինչպես նաև x=-2ուղիղը ձախ ճյուղի համար) հանդիսանում է ուղղաձիգ ասիմպտոտ:

Բերված հավասարումներից կարելի է տեսնել, որ լոգարիթմական ֆունկցիաների գրաֆիկների կառուցման ժամանակ օժանդակ մեթոդները այդքան էլ նկատելի առավելություններ չունեն, ինչպես աստիճանային և կոտորակագծային ֆունկցիաների ժամանակ:

2.5. ՑՈՒՑՉԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ

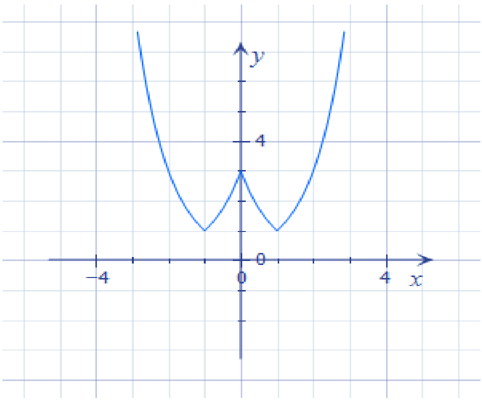
$y = 3^{||x|-1|}$(*Նկ.6*)

Առաջին եղանակ.

Զույգ ֆունկցիա է, քանի որ $|-x| = |x|$, այդ պատճառով ուսումնասիրում ենք գրաֆիկի միայն աջ մասը (երբx≥0): Այս դեպքում ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը.

$$y = 3^{|x-1|}$$

$y = 3^{|x|}$սկզբնական ֆունկցիան է: Կառուցում ենք գրաֆիկի աջ մասը (երբ x≥0) և y-ների առանցքը տեղափոխում (-1)-ով, ինչը որ գտնվում է y-ների առանցքից ձախ, մաքրում ենք: Այնուհետև կառուցում ենք գրաֆիկի ձախ մասը աջին համաչափ: Աջ և ձախ մասերի համար ընդհանուր կետը որոշված է երկրորդ եղանակում:



Նկ.6

Երկրորդ եղանակ.

1) Որոշման տիրույթը՝ $(-\infty; +\infty)$, իսկ արժեքների տիրույթը որոշվում է հետևյալ պայմանից.

$||x|-1| \geq 0$, այստեղից $y \geq 3^0, y \geq 1$

2) Զույգ ֆունկցիա է: Գրաֆիկի աջ մասի հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝ $y = 3^{|x-1|}$: Հետևապես, գրաֆիկի աջ մասը կազմված է 2 ճյուղից, որոնց հավասարումներն են.

երբx-1≥0, x≥1, y=3^{x-1}

երբx-1≤0, x≤1, $y = 3^{-(x-1)} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

Երկու ճյուղերի համար ընդհանուր կետը որոշում ենք հետևյալ կերպ.

Երբ x-1=0, x=1, y=3^0=1: Ստանում ենք (1; 1) ընդհանուր կետը:

3) Y-ների առանցքի հետ հատման կետը որոշում ենք հետևյալ կերպ

Երբ x=0, y=$3^{|0-1|}$=3՝ ստանում ենք (0; 3) կետը:

4) $\lim_{x\to\infty} y = \lim_{x\to\infty} 3^{|x-1|} = \infty$

Այս ամենը հիմք ընդունելով՝ կարելի է կառուցել գրաֆիկի աջ մասը: Իսկ ձախը՝ նրան համաչափ:

Տարբեր եղանակներով ցուցչային ֆունկցիաների գրաֆիկների կառուցման համեմատությունները ցույց են տալիս, որ օժանդակ մեթոդների կիրառումը հեշտացնում է ցուցչային գրաֆիկների կառուցումը, հատկապես, երբ այդ ժամանակ հաշվի են առնվում ֆունկցիայի այնպիսի ընդհանուր հատկություններ, ինչպիսին է զույգությունը և այլն:

2.6 ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐ

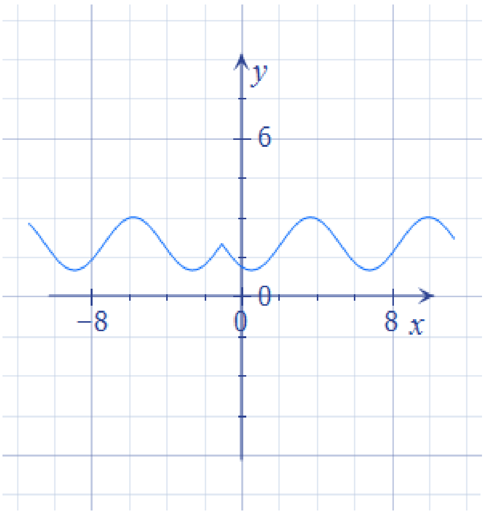
1. $y = 2 - \sin\left|x + \frac{\pi}{3}\right|$(նկ7)

<u>Առաջին եղանակ</u>.

Ֆունկցիան գրենք հետևյալ ձևով.

$$y = -\sin\left|x + \frac{\pi}{3}\right| + 2$$

Կառուցում ենք $y = -\sin|x|$սկզբնական ֆունկցիան: Y-ների առանցքը տեղափոխում ենք $\left(+\frac{\pi}{3}\right)$-ով, իսկ x-երինը՝ (-2)-ով:



Նկ.7

Երկրորդ եղանակ.

Գրաֆիկն ունի երկու ճյուղ, որոնց հավասարումները տարբեր են

$x+\frac{\pi}{3}\geq 0, x\geq -\frac{\pi}{3}$ դեպքում $y=-\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+2$

$x+\frac{\pi}{3}\leq 0, x\leq -\frac{\pi}{3}$ դեպքում $y=-\sin\left[-\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right]+2$ կամ

$$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+2$$

1) Որոշման տիրույթը՝ $(-\infty;\ +\infty)$, իսկ արժեքների տիրույթը որոշվում է հետևյալ պայմանից.

$$-1\leq -\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\leq 1$$

$$-1+2\leq y\leq 1+2$$

$$1\leq y\leq 3$$

2) Ֆունկցիան զույգությամբ և կենտությամբ օժտված չէ:

2ա. Ֆունկցիան2πպարբերությամբ պարբերական ֆունկցիա է: Ավելի կոնկրետ կարելի է ասել, որ երկու ֆունկցիաներն էլ 2πպարբերությամբ պարբերական ֆունկցիաներ են:

3) Գտնում ենք գրաֆիկի երկու մասերի համար ընդհանուր կետը .

$x=-\frac{\pi}{3}; y=-\sin|0|+2=2; \left(-\frac{\pi}{3};2\right)$կետը

4) Գրաֆիկի աջ ճյուղի այս պարբերության համար գտնում ենք ևս մի քանի բնութագրիչ կետեր:

1. $x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}; x=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}; y=-\sin\frac{\pi}{2}+2=1;\ \left(\frac{\pi}{6};1\right)$կետը
2. $x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{3};\ y=-\sin\pi+2=2;\ \left(\frac{2\pi}{3};2\right)$կետը

3. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = 1\frac{1}{6}\pi;\ y = -\sin\frac{3\pi}{2} + 2 = 3;\ \left(1\frac{1}{6}\pi; 3\right)$կետը

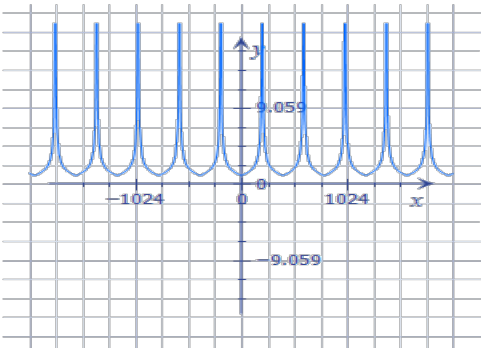
4. $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = 1\frac{2}{3}\pi;\ y = 2;\ \left(1\frac{2}{3}\pi; 2\right)$կետը

4ա. Նույնը կատարում են գրաֆիկի ձախ ճյուղի համար.

1. $x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2}; x = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = -\frac{5\pi}{6}; y = \sin\left(-\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 2 = 1;\ \left(-\frac{5\pi}{6}; 1\right)$կետը
2. $x = -\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -1\frac{1}{3}\pi; y = \sin(-\pi) + 2 = 2;\ \left(-1\frac{1}{3}\pi; 2\right)$կետը
3. $x = -1\frac{1}{3}\pi - \frac{\pi}{2} = -1\frac{5}{6}\pi; y = \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + 2 = 3;\ \left(-1\frac{5}{6}\pi; 3\right)$կետը
4. $x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -2\frac{1}{3}\pi;\ y = 2;\ \left(-2\frac{1}{3}\pi; 2\right)$կետը

Այսքան կետերով գրաֆիկի կառուցումը ոչ մի դժվարության չի հանդիպում:

6. $\mathrm{y} = 1 + 0{,}75\left|\mathrm{t}g\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}\right)\right|$(նկ.8)



Նկ.8

Առաջին եղանակ.

Առաջին հերթին ձևափոխում ենք արտահայտությունը.

$$\mathrm{y} = 0{,}75\left|\mathrm{tg}\left[-\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right]\right| + 1 = 0{,}75\left|-\mathrm{tg}\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right| + 1$$

$$\mathrm{y} = 0{,}75\left|\mathrm{tg}\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right| + 1$$

Կառուցում ենք $y = |\mathrm{tg}\, x|$սկզբնական ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Սկզբնական գրաֆիկը ձևափոխության է ենթարկվում հետևյալ կերպ.

ա) հորիզոնական ուղղությամբ ձգվում է 2 անգամ, սակայն այդ դեպքում առաջին հերթին տեղափոխվում են սկզբնական գրաֆիկի զրոյական կետերըն նրա ուղղաձիգ ասիմպտոտները:

բ) ուղղաձիգ ուղղությամբ օրդինատները փոքրանում են՝ կազմելով սկզբնական գրաֆիկի օրդինատների 0,75-ը:

Այնուհետև տեղափոխվում են կոորդինատային առանցքները.

ա)y-ների առանցքը՝ $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$-ով բ)x-երի առանցքը՝ (-1)-ով

<u>Երկրորդ եղանակ</u>.

1) Ֆունկցիայի որոշման տիրույթը որոշվում է հետևյալ պայմանից.

$$-\frac{\pi}{2}+2\pi n<\frac{\pi}{6}-\frac{x}{2}<\frac{\pi}{2}+2\pi n$$

$$-\frac{2\pi}{3}+2\pi n<-\frac{x}{2}<\frac{\pi}{3}+2\pi n$$

$$\frac{4\pi}{3}+2\pi n>x>-\frac{2\pi}{3}+2\pi n \text{կամ}$$

$$-\frac{2\pi}{3}+2\pi n<x<\frac{4\pi}{3}+2\pi n$$

Ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը որոշվում է հետևյալ պայմանից.

$\left|\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x}{2}\right)\right| \geq 0$; որտեղից ստանում ենք y≥1:

2) Ֆունկցիան զույգությամբ և կենտությամբ օժտված չէ:

2ա. Ֆունկցիան2πպարբերությամբ պարբերական ֆունկցիա է,քանի որ

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x}{2}\right)=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x}{2}-\pi n\right)=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x+2\pi n}{2}\right)$$

3) Այս պարբերության համար բնութագրիչ կետերն են.

Հիմք ընդունելով առաջին օրինակում իրականացված ֆունկցիայի հետազոտությունը՝ ընտրում ենք $-\frac{2\pi}{3}<x<\frac{4\pi}{3}$ պարբերությունը: Դուրս ենք բերում կոորդինատները յուրաքանչյուր ¼ պարբերությունը մեկ՝$\frac{\pi}{2}$հետո:

1. $x_0=-\frac{2\pi}{3};\ y_0=1+0{,}75\left|\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3\cdot 2}\right)\right|=1+0{,}75\left|\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right|=1+0{,}75\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}$ գոյություն չունի, այդ պատճառով որոշում ենք սահմանը.

$$\lim_{x\to-\frac{2\pi}{3}+0} y_0=1+0{,}75\left|\operatorname{tg}\left[\frac{\pi}{6}-\left(-\frac{2\pi}{3}+0\right)\right]\right|=1+0{,}75\left|\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-0\right)\right|=+\infty$$

2. $x_1=-\frac{2\pi}{3}+\pi=\frac{\pi}{3};\ y_1=1+0{,}75\operatorname{tg}\pi=1;\left(\frac{\pi}{3};1\right)$կետը

3. $x_2=-\frac{2\pi}{3}+2\pi=\frac{4\pi}{3};\ y_2$գոյություն չունի այդ պատճառով որոշում ենք սահմանը

$$\lim_{x\to-\frac{4\pi}{3}-0} y_0=1+0{,}75\left|\operatorname{tg}\left[\frac{\pi}{6}-\left(\frac{2\pi}{3}-0\right)\right]\right|=1+0{,}75\left|\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{2}+0\right)\right|=|-\infty|=+\infty$$

4. Ակնհայտ է, այստեղ գրաֆիկն ավելի ճշգրտելու համար անհրաժեշտ է վերցնել ևս մեկ կետ, օրինակ x_0ևx_1 կետերի միջև:

$x_0=-\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{6};\ y_0=1+0{,}75\left|\operatorname{tg}\left[\frac{\pi}{6}-\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right]\right|=1+0{,}75\left|\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right|=1{,}75$; $\left(-\frac{\pi}{6};1{,}75\right)$կետը:

Հաշվված կետերով մեկ պարբերության համար կառուցում ենք գրաֆիկը, այնուհետև՝ մի քանի պարբերության համար:

Տարբեր եղանակներով եռանկյունաչափական ֆունկցիաների գրաֆիկների կառուցումների համեմատությունը ցույց է տալիս, որ կառուցման օժանդակ մեթոդները հեշտացնում են խնդրի լուծումը, հատկապես եթե այդ դեպքում օգտագործվում են տրված ֆունկցիայի ակնառու հատկությունները (համաչափություն, պարբերականություն):

Դասի պլան

Դասարան՝ 9-րդ դասարան,

Ուսուցիչ՝ ՆելլիՀարությունյան

Բաժին. Թվային ֆունկցիա

Թեմա. Ֆունկցիայի գրաֆիկի ձևափոխություններ

Նպատակը- Ճանաչել ֆունկցիայի գրաֆիկի ձևափոխությունները և զարգացնել ֆունկցիայի գրաֆիկ կառուցելու հմտություններ:

Վերջնարդյունքներ.

Գիտելիք-Իմանա ֆունկցիայի գրաֆիկի ձևափոխությունները , կարողանա ֆունկցիայի բանաձևը ձևափոխել ըստ տրված ձևափոխությունների, գտնի ձևափոխված ֆունկցիայի որոշման և արժեքների տիրույթները:

Ընկալում-Կարողանա բացատրել ֆունկցիայի գրաֆիկի տեղաշարժը ըստ տրված ձևափոխությունների:

Կիրառում-Կարողանա կիրառել $f(x)+a, f(x+a), af(x), f(ax), -f(x), f(-x), |f(x)|, f(|x|)$ ձևափոխությունները ֆունկցիայի գրաֆիկը կառուցելու և հատկությունները թվարկելու համար:

Համադրում-Համեմատի ձևափոխությունների միջոցով գրաֆիկ կառուցելու և հատկությունները պարզելու քայլերը առանց ձևափոխությունների կիրառության գրաֆիկի կառուցման հետ:

Գնահատում- Արժևորի ֆունկցիայի գրաֆիկի ձևափոխությունների դերը գրաֆիկի կառուցման մեջ:

Խաչվող հասկացություններ-Պատճառ և հետևանք

Անհրաժեշտ միջոցներ-համակարգիչ,

էլեկտրոնային գրատախտակ, դասագիրք, տետր և գրիչ:

Դասագիրք	Հանրահաշիվ 9
Հեղինակ	Գ.Գ.Գևորգյան, Ա.Ա.Սահակյան

Տևողությու ն	Բովանդակություն	Գործողությու ն
2 րոպե	Անդրադարձ նախորդ դասին հանձնարարված տնային աշխատանքին:	Կատարվում է նախորդ ժամին տրված տնային աշխատանքի քննարկում, պարզաբանվում են առաջացած հարցերը:
5 րոպե	Դասի խթանման փուլ՝մտագրոհ learningapps էլեկտրոնային գործիքի միջոցով:	Էլեկտրոնային գրատախտակին բացվում են քարտեր, որոնց հակառակ կողմում թաքնված են ֆունկցիաների գրաֆիկներ և բանաձևեր:Սովորողները պետք է յուրաքանչյուր գրաֆիկին համապատասխանեցնեն իր բանաձևը՝ հնարավորինս քիչ քայլեր կատարելով, եթե սխալ քարտ է ընտրվում,ապա երկուսն էլ փակվում են: Վարժությունը օգնում է վերհիշել ոչ միայն ֆունկցիաների գրաֆիկները և իրենց համապատասխան բանաձևերը, այլ նաև Զարգացնում է հիշողությունը:
2 րոպե	Վերհիշում են ձևափոխությունները	
4 րոպե	Դիտում են գրաֆիկի ձևափոխության տեսանյութ	Տեսանյութում սովորողները տեսնումեն $y=x^2-4\|x\|+3$ֆունկցիայի գրաֆիկի կառուցումը, որտեղ նախ որոշվում են ձևափոխության քայլերն՝ ըստ բանաձևի տեսքի, որից հետո կատարվում է Համապատասխան տեղաշարժ գրաֆիկի վրա:
7 րոպե	Կառուցում են y=||x−|− 3|գրաֆիկը	Նախորոք պատրաստած սահիկի վրա սովորողները տեսնում են առաջադրանքը և $y=\|x\|$ֆունկցիայի գրաֆիկը: Մշակելով համապատասխան քայլեր՝ կառուցում են տրված ֆունկցիայի գրաֆիկը: Գրաֆիկի օգնությամբ գտնում են ,թե a պարամետրի տրված արժեքներից յուրաքանչյուրի համար f(x)=aհավասարումը քանի լուծում ունի:

15րոպե	Հանձնարարվում էխմբայինաշխատանք	Դասարանը բաժանվում է երեքխմբի,յուրաքանչյուր խումբ ստանում է քարտ,որի վրա պատկերված են ֆունկցիաներիչորսական գրաֆիկներ: Սովորողները պետք էդուրս բերեն յուրաքանչյուր գրաֆիկինհամապատասխան բանաձևը և ներկայացնենիրենց կատարած աշխատանքը `բացատրելովկատարածքայլերը: Պատրաստվելու համար տրվում է 7-8 րոպեժամանակ:

9 րոպե	Կատարվում է միավորային գնահատում	Quizizz գործիքի միջոցով աշակերտները լրացնում են թեստ ֆունկցիայի գրաֆիկի ձևափոխություններ թեմայից:
1 րոպե	Հանձնարարվում է Տնային աշխատանք	Կատարել առաջադրնքներ՝342բ,344

Դասարանից դուրս գալուց առաջ, աշակերտները գրատախտակին փակցնում են կպչուն թերթիկներ՝ կանաչ, դեղին կամ կարմիր:

Կանաչ, եթե դասի ընթացքում ամեն ինչ պարզ էր և

հասկանալի: Դեղին, եթե մնացել են որոշ անհասկանալի

հարցեր:

Կարմիր, եթե ամեն ինչ անհասկանալի էր:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Հիմնական դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում ֆունկցիայի գրաֆիկի կառուցման ուսումնասիրությունը մաթեմատիկայի ուսուցման դպրոցական դասընթացում սկսվում է միջին դպրոցում: Հիմնական դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում բարդ գրաֆիկների կառուցմանը նվիրված հարցերը դպրոցական դասընթացից դուրս է մղված, հավանաբար ուսումնասիրության բարդ լինելու պատճառով: Այս հարցը բուհական դասընթացում ուսումնասիրում են ֆունկցիայի 2-րդ կարգի ածանցյալի միջոցով: Հետազոտական աշխատանքում փորձել եմ լրացնել այս բացը, որը կնպաստի հետագայում այս թեման լավ յուրացնելու համար:

Դիտարկել եմ բավականին ընդհանուր մի մեթոդ, որի օգնությամբ հնարավոր կլինի կառուցել ոչ ստանդարտ ֆունկցիաների գրաֆիկներ: Կատարված հետազոտությունը թույլ է տալիս ձևակերպել հետևյալ հիմնական եզրակացությունները.

1. Գրաֆիկների կառուցման ժամանակ պահանջվում է մաթեմատիկայի տարբեր բաժինների լավ իմացություն, միաժամանակ նաև այդ գիտելիքները ստեղծագործաբար կիրառելու կարողություն:
2. Տեսականորեն հիմնավորվել է և փորձարարական աշխատանքներով հաստատվել, որ հնարավոր է իրագործել գրաֆիկների կառուցման իրականացման մեթոդիկան:
3. Կատարվել է առաջադրանքների դասակարգում՝ ըստ մաթեմատիկական ապարատի օգտագործման աստիճանի:
4. Հետազոտությունը օգտակար կլինի ինչպես «Մաթեմատիկա» առարկայից օլիմպիադային պատրաստվող աշակերտների, այնպես էլ ուսանողների, ուսուցիչների և բոլոր հետաքրքրվողների համար:

ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. ՄիքայելյանՀ.Ս. Հանրահաշիվ: Հանրակրթականդպրոցի7-րդդասարանիդասագիրք.-Եր.: «Էդիթպրինտ», 2006:
2. ՄիքայելյանՀ.Ս. Հանրահաշիվ: Հանրակրթականդպրոցի8-րդդասարանիդասագիրք.-Եր.: «Էդիթպրինտ», 2007:
3. ՄիքայելյանՀ.Ս. Հանրահաշիվ: Հանրակրթականդպրոցի9-րդդասարանիդասագիրք.-Եր.: «Էդիթպրինտ», 2008:
4. ԳևորգյանԳ.Գ., ՍահակյանԱ.Ա. Հանրահաշիվևմաթեմատիկականանալիզիտարրեր: Ավագդպրոցի 10-րդդասարանիդասագիրքբնագիտամաթեմատիկականհոսքիհամար).-Եր.: ՏիգրանՄեծ, 2009.- 208 էջ:
5. Ֆիխտենգոլց Գ.Մ. Մաթեմատիկական անալիզի հիմունքներ, մաս 1, Երևան, «Լույս», 1979թ.
6. Հանրակրթական պետական կրթակարգ (միջնակարգ կրթության պետական չափորոշիչ). -Ե.: Անտարես, 2004.-72էջ:
7. Егерев В.К, Радунский Б.А, Тальский Д.А., Методика построения графиков функций. 2-е изд., М.: Высшая школа, 1970. - 152 с.
8. Ершов Л.В, Райхмист Р.Б.Построение графиков функций. Кн. для учителя. М. : Просвещение, 1984. — 80 с.
9. Гурский И.П. Функции и построение графиков (пособие для учителей), Москва: Просвещение 1968г - 215с.
10. http://www.cleverstudents.ru/functions/function_researching.html
11. https://www.desmos.com/calculator/s60mqvyp85