

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ 8-րդ ԴԱՍԱՐԱՆ  
ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ՓՈԻԼ 2023-2024 թ

Տևողությունը – 2 ժամ 30 րոպե

ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐ և ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

1. Հայր և որդի որոշեցին քայլերով որոշել երկու ծառերի միջև եղած հեռավորությունը: Հոր քայլի երկարությունը 70սմ է, իսկ տղայինը՝ 50սմ: Պարզվեց, որ հոր և որդու ոտնահետքերը համընկան 13 տեղերում (հաշված նաև ծառերի մոտ): Քանի՞ մետր է ծառերի միջև հեռավորությունը:

- 1) 35    2) 60    3) 42    4) 91

**Լուծում:** Քանի որ 70-ի և 50-ի ընդհանուր բազմապատիկը 350 է, իսկ նրանց ոտնահետքերը համընկել են 13 տեղերում, հետևաբար միասին չափել են 12 հատված, հետևաբար ծառերի միջև հեռավորությունը կլինի  $12 \cdot 3,5 = 42$  մետր:

**Պատ. 3) 42**

2. Հաշվել  $xy$ -ը, եթե  $x+y=4$ , իսկ  $x^2+y^2+x^2y+xy^2=20$

- 1) 2    2) 16    3) 64    4) 108

**Լուծում:** Քանի որ  $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ , հետևաբար  $(x+y)^2-2xy+xy(x+y)=20$ : Նկատի ունենալով, որ  $x+y=4$ , կստանանք՝  $16-2xy+4xy=20$ : Որտեղից՝  $xy=2$ :

**Պատ. 1) 2**

3. Քանի՞ քառանիշ բնական թիվ կա, որոնց միավորը երկուսով մեծ է տասնավորից :

- 1) 576    2) 720    3) 5760    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Միավորների և տասնավորների հնարավոր գույգերն են՝ 02,13,24,35,46,57,68,79, հետևաբար բոլոր քառանիշ թվերի քանակը կլինի՝  $9 \cdot 10 \cdot 8 = 720$ :

**Պատ. 2) 720**

4. Քանի՞ անկյունագիծ ունի ուռուցիկ քսանանկյունը:

- 1) 17    2) 19    3) 340    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Յուրաքանչյուր գագաթից դուրս եկող անկյունագծերի քանակը 17 է, հետևաբար բոլոր անկյունագծերի քանակը կլինի  $\frac{20 \cdot 17}{2} = 170$ :

**Պատ. 4) այլ պատասխան**

5. Մեկից քսան բնական թվերից քանի՞ եղանակով կարելի է ընտրել թվերի գույգ, որոնց արտադրյալը լինի գույգ:

- 1) 45    2) 90    3) 145    4) 190

**Լուծում:** Ցանկացած քանակի թվերի արտադրյալ գույգ է, եթե արտադրիչներից գոնե մեկը գույգ է, հետևաբար մեր խնդրում տասը գույգ թվերից պետք է ընտրենք երկուսը կամ մի գույգ մի կենտ թիվ, այսինքն քանակը կլինի  $\frac{10 \cdot 9}{2} + 10 \cdot 10 = 145$ :

**Պատ. 3) 145**

6. Մեկից քսան բնական թվերից քանի՞ եղանակով կարելի է ընտրել եռյակ, որոնց արտադրյալը լինի գույգ :

- 1) 120    2) 570    3) 11400    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Ցանկացած քանակի թվերի արտադրյալ գույգ է, եթե արտադրիչներից գոնե մեկը գույգ է, հետևաբար մեր խնդրում տասը գույգ թվերից պետք է ընտրենք երեքը կամ մի գույգ երկու կենտ թիվ, կամ մի կենտ և երկու գույգ, այսինքն քանակը կլինի  $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6} + 2 \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 10}{2} = 1020$ :

**Պատ. 4) այլ պատասխան**

7. Դասարանում յուրաքանչյուր տղայի կողքին նստած է աղջիկ, ընդ որում աղջիկների մեկ հինգերորդ մասն է նստած տղաների կողքին: Քանի՞ աղջիկ կա դասարանում, եթե դասարանի աշակերտների քանակը մեծ է 30-ից և փոքր է 40-ից:

- 1) 30    2) 32    3) 36    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Եթե աղջիկների քանակը նշանակենք  $x$ , ապա դասարանի աշակերտների քանակը կլինի  $\frac{6}{5} \cdot x$ : Հետևաբար դասարանի աշակերտների քանակը պետք է բաժանվի 6-ի, որովհետև 5-ը և 6-ը փոխադարձաբար պարզ են, իսկ խնդրի պայմանից այն 36 է: Աղջիկների քանակը կլինի 30:

**Պատ. 1) 30**

8. Բնական թիվը 4-ի և 7-ի բաժանելիս մնացորդների գումարը 8 է: Ինչպիսի՞ ամենափոքր արժեք կընդունի այդ մնացորդների արտադրյալը:

- 1) 10    2) 12    3) 15    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Բնական թիվը 4-ի բաժանելիս մնացորդներն են 1, 2, 3, իսկ 7-ի բաժանելիս՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6: Հետևաբար այդ գումարներն են՝  $2+6=8$  և  $3+5=8$ : Ուստի՝ մնացորդների արտադրյալը կլինի 12:

**Պատ. 2) 12**

9. Կողք-կողքի գրված են 11 բնական թվեր (պարտադիր չէ տարբեր), որոնց գումարը 64 է: Ցանկացած 3 կողք-կողքի գրված թվերի գումարը 18 է: Ինչի՞ է հավասար վեցերորդ տեղում գրված թիվը:

- 1) 8    2) 10    3) 12    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Առաջին երեք և վերջին երեք թվերի գումարը 36 է:  $64 - 36 = 28$ : Մնացած հինգ թվերի գումարը 28 է, հետևաբար վեցերորդ տեղում գրված թիվը  $18 + 18 - 28 = 8$ :

**Պատ. 1) 8**

10. Յոթանիշ թիվը վերջանում է 9876-ով: Առաջին երեք նիշերից կազմված թվի և հաջորդ չորս նիշերով թվի գումարը հավասար է առաջին չորս նիշերով և հաջորդ երեք նիշերով կազմված թվերի գումարին: Գտնել յոթանիշ թվի թվանշանների գումարը:

- 1) 33    2) 37    3) 57    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Յոթանիշ թիվը նշանակենք  $\overline{abc9876}$  : Ըստ պայմանի  $\overline{abc} + 9876 = \overline{abc9} + 876$ : Կատարելով համապատասխան ձևափոխություններ, կստանանք  $9 \cdot \overline{abc} = 8991$ , որտեղից  $\overline{abc} = 999$ , այսինքն անհայտ թիվը 9999876-ն է: Թվանշանների գումարը 57 է:

**Պատ. 3) 57**

11. Այգում ապրում են 70 կապույտ և կարմիր քամելեոններ: Այն բանից հետո, երբ մի քանի կապույտ քամելեոն փոխվեցին կարմիր գույնի, պարզվեց, որ կապույտ քամելեոնների թիվը պակասեց հինգ անգամ, իսկ կարմիրների քանակը ավելացավ երեք անգամ: Քանի՞ քամելեոն փոխեց գույնը:

- 1) 60    2) 40    3) 20    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Ենթադրենք այգում կար  $x$  քամելեոն կապույտ գույնի: Ըստ խնդրի տվյալների  $\frac{4}{5} \cdot x = 2(70 - x)$ , որտեղից  $x=50$ , այսինքն գույնը փոխել է 40 քամելեոն:

**Պատ. 2) 40**

12. Արամն ունի երեք միաստեսակ զառեր, որոնց 6 նիստերին գրված են պարզ թվեր, որոնց գումարը 87 է: Երեք զառերը միասին երկու նետումներից հետո թվերի գումարը 10 և 62 էին, ընդ որում երկու նետումների ընթացքում թվերից մեկը չերևաց: Որն էր այդ թիվը:

- 1) 13    2) 17    3) 19    4) 23

**Լուծում:** Երեք պարզ թվերի գումար հավասար է 10-ի միայն 2+3+5 դեպքում: Քանի որ երկրորդ նետումից գումարը 62 է, հետևաբար 2-ը երկու դեպքում էլ երևացել է: Չերևացող թիվը կլինի  $87-2-3-5-60=17$ :

**Պատ. 2) 17**

13. ABCD ուղղանկյան մեջ  $AB=6$ ,  $AD=10$ : A և D անկյունների կիսորդները BC կողմը հատում են համապատասխանաբար Y և X կետերում: Գտնել XY հատվածի երկարությունը:

- 1) 4    2) 6    3) 16    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Քանի որ AY-ը կիսորդ է, հետևաբար  $BY=6$  և  $CY=4$ : Նույն պատճառով  $CX=CD=6$ , հետևաբար  $XY=CX-CY=6-4=2$ :

**Պատ. 4) այլ պատասխան**

14. n բնական թիվն այնպիսին է, որ n+2-ը բաժանվում է 3-ի, իսկ n+3-ը բաժանվում է 4-ի: Հետևյալ պնդումներից, որն է միշտ ճիշտ ցանկացած n-ի համար՝

- 1) n+4-ը բաժանվում է 5-ի  
2) n+5-ը բաժանվում է 6-ի  
3) n+6-ը բաժանվում է 7-ի  
4) n+7-ը բաժանվում է 8-ի

**Լուծում:** Խնդրի տվյալներից հետևում է, որ n-ը 3-ի և 4-ի բաժանելիս տալիս է մեկ մնացորդ, հետևաբար n-ը 12-ի բաժանելիս տալիս է մեկ մնացորդ, ուստի n+5-ը բաժանվում է վեցի:

**Պատ. 2) n+5-ը բաժանվում է 6-ի**

15. ABC եռանկյան մեջ  $AB=4$ ,  $AC=6$ : AC կողմի վրա նշված է D կետն այնպես, որ A անկյան կիսորդը ուղղահայաց է BD-ին և նրա հետ հատվում է H կետում: Եթե M-ը BC-ի միջնակետն է, ապա ինչի է հավասար HM-ը:

- 1) 1    2) 2    3) 4    4) այլ պատասխան

**Լուծում:** Ստացվում է, որ ABD եռանկյան համար AH-ը և կիսորդ է և բարձրություն, հետևաբար ABD-ն հավասարասրուն եռանկյուն է, ուստի  $AB=AD=4$ ,  $DC=2$ : BDC եռանկյան մեջ MH-ը կլինի միջին գիծ, հետևաբար այն հավասար է DC-ի կեսին, այսինքն  $MH=1$ :

**Պատ. 1) 1**

16. Քանի՞ հնգանիշ թիվ կարելի է կազմել 0, 1, 2 թվանշաններով, որոնք բաժանվեն 12-ի՝ հնգանիշ թվի մեջ օգտագործելով բոլոր այդ թվանշանները:

**Լուծում:** Որպեսզի թիվը բաժանվի 12-ի, այն պետք է բաժանվի 3-ի և 4-ի, հետևաբար վերջին երկու նիշերը պետք է լինեն 00, 12, 20: Քանի, որ բոլոր նիշերը պետք է օգտագործվեն, հետևաբար առաջին և երկրորդ դեպքերը համարժեք են և քանակը յուրաքանչյուր դեպքում չորս է: Երրորդ դեպքում նիշերի գումարը կամ մեկ է կամ չորս, ուստի այս դեպքում քանակը ևս չորս է, այսինքն կա 12-ի բաժանվող 12 հնգանիշ թիվ:

**Պատ. 12**

17. Տուրիստն առաջին օրը անցավ ամբողջ ճանապարհի 20%-ը և էլի 2կմ: Երկրորդ օրը մնացածի 50%-ը և 1կմ: Երրորդ օրը մնացածի 25%-ը և 3կմ: Չորրորդ օրը մնացած 18կմ-ը: Քանի՞ կմ անցավ տուրիստը չորս օրում:

**Լուծում:** Նման խնդիրները հարմար է լուծել վերջից: Խնդրի պայմաններից հետևում է, որ երրորդ օրը մնացել էր  $(18 + 3) \cdot \frac{4}{3} = 28$  կմ: Երկրորդ օրը՝  $2 \cdot (28 + 1) = 58$  կմ: Ամբողջ ճանապարհը՝  $(58+2) \cdot \frac{5}{4} = 75$ :

**Պատ. 75**

18.  $m$  և  $n$  իրարից տարբեր բնական թվերն այնպիսին են, որ  $(n \cdot 5^n)^n = m \cdot 5^9$ : Գտնել  $m+n$ -ի հնարավոր ամենափոքր արժեքը:

**Լուծում:** Տրված հավասարությունը գրենք հետևյալ կերպ  $n^n \cdot 5^{n^2} = m \cdot 5^9$ : Նկատենք, որ եթե  $n=3$ , ապա  $m=3^3=27$ : Հեշտ է համոզվել, որ ավելի փոքր  $n$  և  $m$  չկա: Հետևաբար  $3+27=30$ :

**Պատ. 30**

19. Գրատախտակին գրված են երեք բնական թվեր՝  $a, b, c$ : Այդ թվերը ջնջեցին և փոխարենը գրեցին  $a-1, b+1, c^2$ : Պարզվեց, որ նորից նույն թվերն են գրված (հնարավոր է այլ հերթականությամբ): Գտնել  $b$ -ն, եթե հայտնի է, որ  $a+b+c=1918$ :

**Լուծում:** Նկատենք, որ  $a+b+c=a-1+b+1+c^2$ : Այստեղից կստանանք  $c^2=c$ : Քանի որ  $c$ -ն բնական թիվ է, կստանանք  $c=1$ : Հաշվի առնելով, որ  $a+b=1917, a=b+1$ , կստանանք՝  $2b+1=1917$ , կամ  $b=958$ :

**Պատ. 958**

20.  $ABC$  եռանկյան մեջ  $\angle B=120$  աստիճան,  $AB=2BC$ :  $AB$  կողմի միջնուղղահայացի այն հատվածը, որն ընկած է եռանկյան ներսում հավասար է 8-ի: Գտնել  $C$  կետի հեռավորությունը  $AB$  կողմից:

**Լուծում:**  $C$  կետից  $AB$  ուղղին իջեցնենք  $CC_1$  ուղղահայացը,  $AB$ -ի  $M$  միջնակետում  $MN=8$  միջնուղղահայացը,  $B$  կետում  $AB$ -ին  $BD$  ուղղահայացը,  $BM$  հատվածի  $EF$  միջնուղղահայացը:  $BDA$  եռանկյան համար  $MN$ -ը միջին գիծ է, հետևաբար  $BD=16$ :  $EF=12$ , որպես  $MBDN$  սեղանի միջին գիծ: Նկատենք, որ  $BC_1=CB/2=BM/2=BE$ , հետևաբար  $CC_1EF$  սեղանի համար  $BD$ -ն միջին գիծ է: Ուստի  $CC_1=20$ :

**Պատ. 20**