ՄԱՍՆԱԿՑԱՅԻՆ
ԴՊՐՈՑ
ԿՐԹԱԿԱՆ ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ

Հետազոտական աշխատանք

Կազմակերպության տվյալներ • Անվանում, հասցե • Տնօրեն • Էլ.հասցե • Հեռախոս	«Մասնակցային դպրոց» կրթական հիմնադրամ Վահրամ Սողոմոնյան masnakcayindproc@gmail.com +37493581908
Հետազոտության թեմա/վերնագիր • Հետազոտության թեմա	Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդները դպրոցական դասընթացում
Ուսուցչի տվյալներ • Անուն, ազգանուն, հայրանուն • Մասնագիտություն • Հեռախոս • Էլ. հասցե • Դասավանդվող առարկաներ • Դասարաններ	Հայկանուշ Վաղոյի Սաֆարյան Մաթեմատիկայի ուսուցչուհի 093103113 haykushsafaryan@mail.ru Մաթեմատիկա 5-9-րդ դասարաններ
Ուսումնական հաստատության տվյալներ • Անվանումը, հասցե • Հեռախոս • Էլ. հասցե (տնօրենության) • Web կայքի հասցե	Վահան Տերյանի անվան թիվ 60 դպրոց Երևան, Տիգրան Մեծի պող., 42 շենք (Էրեբունի վարչ. շրջան) (010) 550070 Կայք: https://yerevan60.schoolsite.am

Բովանդակություն

Ներածություն

Նպատակը եւ հետազոտական հարցը	***Հետազոտության հիմնական նպատակն է՝*** ներկայացնել և ուսումնասիրել հանրակրթական դպրոցներում մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդները: Այդ նպատակի իրականացումը ենթադրում է կոնկրետ խնդիրների լուծում, որոնք էլ ապահովում են աշխատանքի տրամաբանությունն ու կառուցվածքը: Առաջադրված նպատակին հասնելու համար աշխատանքում առաջադրվել է հետևյալ ***հետազոտական հարցը՝*** • Որքանո՞վ է ապացուցումների մեթոդները նպաստում դասապրոցեսում՝ արդյունավետ ուսուցմանը:
Ո՞ր առանցքային կոմպետենցիային/կարողունակությանն է ուղղված նպատակի ուսումնասիրությունը	• Մաթեմատիկական և գիտատեխնիկական կարողունակությունը • Սովորել սովորելու կարողունակությունը • Լեզվական գրագիտության կարողունակությունը
Հետազոտության թիրախային խումբը և շրջանակը /քանակ, սեռային բաշխում/	9-րդ դասարան 28 աշակերտ՝ 16 տղա, 12 աղջիկ
Օգտագործված հետազոտական մեթոդները, գործիքները (օրինակ՝ քանական	Հետազոտության նպատակին համապատասխան առաջարկված հարցի լուծման համար կիրառվել են հետևյալ մեթոդները՝ • գրականության ուսումնասիրություն և վերլուծություն, զուգահեռ համադրություն,

հետազոտություն՝ հարցաթերթիկի միջոցով, որակական հետազոտություն՝ խորին հարցազրույցի միջոցով եւ այլն)	• մաթեմատիկա առարկայի պետական չափորոշիչների, ծրագրերի, դասագրքերի վերլուծություն, • մաթեմատիկական ապացուցման մեթոդներ, • մասնագիտական գործունեության արդյունքների վերլուծություն, • խմբային աշխատանք • բաց հարցեր, • մանկավարժական փորձարկաման, արդյունքների մշակման և վերլուծություն:
Հետազոտության իրականացման ժամանակահատվածը	13.09/15.09. 2023

Հիմնական բովանդակություն

Գրականության ակնարկ Մեջբերումներ արդեն արված հետազոտություններից, Մեջբերումներ գրականությունից, տեղեկության վստահելի աղբյուրներից: **<u>Պարտադիր է կատարել հղում աղբյուրին</u>**	Հանրահայտ է, որ հանրակրթության առանցքային նպատակներից մեկը աշակերտին մտածել սովորեցնելն է[1]: Սակայն գիտամանկավարժական գրականության մեջ միասնական տեսակետ չի ձևավորվել: Ավելին, հաճախ արտահայտվում են միմյանց հակադիր, իրարամերժ կարծիքներ: Մասնավորապես ԽՍՀՄ-ում, որի կրթական ավանդույթները պահպանվում էին նաև մեր երկրում, 50-60-ական թվականներին գերիշխում և իրականացվում էր այն տեսակետը, որ անհրաժեշտ է միջնակարգ դպրոցում դասավանդել առանձին «Տրամաբանություն» առարկա[2]: Սակայն հետագայում, գաղափարական և քաղաքական նկատառումներից ելնելով, դադարեցվել է այդ առարկայի դասավանդումը, և առաջին պլան է մղվել այն տեսակետը, թե տրամաբանական մտածողության զարգացման համար պետք է բավարարվել մաթեմատիկայի ընձեռած հնարավորություններով,իսկ նման հնարավորություններ ստեղծեցին Ա.Ն. Կոլմոգորովի գլխավորությամբ ստեղծված դասագրքերը[3]: Հավանաբար, այդ դասագրքերի բարդությունն էր հիմնական պատճառը, որ հետագա տարիների ընթացքում աստիճանաբար նվազեց տրամաբանության բաղադրիչի դերը հանրակրթական ծրագրերում: Ապացուցումը և նրա եղանակները մշտապես եղել են գրեթե բոլոր տրամաբանների, բազմաթիվ մաթեմատիկոսների և մեթոդիստների ուշադրության

[1] «Միջնակարգ (լրիվ) ընդհանուր կրթության պետական չափորոշիչ»: ՀՀ ԿԳՆ «Տեղեկագիր», 2000 թ., N2, էջ 24-46:
[2] Тихомиров О. К., Психология мышления, М., “Изд-во МГУ”, 1984, 230 стр.
[3] Кондаков М. И., Логический словарь-справочник. 2-е изд., испр. и доп, М., “Наука”, 1975, 717 стр.

	կենտրոնում, որովհետև այդ տրամաբանական գործողությունը հսկայական պրակտիկ նշանակություն ունի շրջակա աշխարհի ճանաչման գործընթացում:
Հետազոտության ընթացքը	**ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԱՊԱՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԸ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ** Հիմնական դպրոցի հանրահաշվի և երկրաչափության նախկին և գործող դասագրքերի ինչպես տեսական նյութերի, այնպես էլ խնդիրների համակարգերի տրամաբանական վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ավանդաբար մաթեմատիկայի դասընթացում բացահայտ կամ կիսաբացահայտ տեսքով գործում են ապացուցման համադրման, վերլուծական-համադրման, հակասության, բացառության, լրիվ ինդուկցիայի, կառուցարկման մեթոդները, ինչպես նաև փաստի հերքման հակաօրինակի և թերի մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդները: Հանրահաշվի գործող դասագրքերում այդ մեթոդները հանդես են գալիս ինչպես ավանդական, այնպես էլ ոչ ավանդական ձևերով: Ընդ որում, բացի հակասության մեթոդից, ՀՀ նախկին՝ «Հանրահաշիվ 6-8 (7-9)» դասընթացում կիրառվում է նաև հակասող ենթադրության մեթոդի մի տարատեսակ, որը կիրառվում է միակության ապացուցումներում և չի հանգեցնում հակասության, այլ ենթադրե լով, որ որոնելի օբյեկտը (հարաբերությունը) միակը չէ, օրինակ, երկուսն է, ցույց է տրվում, որ իրականում դրանք իրար հավասար են[5]: Հայտնի է, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասագրքերի դասանյութերում զետեղված մաթեմատիկական պնդումների ապացուցումներն ու

խնդիրների լուծումները յուրահատուկ ցուցանմուշի դեր են կատարում: Հեղինակային այդ ապացուցումներն ու լուծումները ցուցադրում են նաև, թե սովորողները ինչպես (ինքնուրույն) պետք է կատարեն դասանյութի վերջում զետեղված վարժություններն ու խնդիրները: Հետևաբար, եթե որևէ ապացուցման մեթոդ դասանյութի տեսական մասում մեկնաբանված ու ցուցադրված չէ, անտրամաբանական է մտածել, որ տնային ու դասարանական հանձնարարությունները կատարելիս սովորողները դրանք կկարողանան կիրառել:

Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայում ավանդաբար պահանջվում է, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասագրքի խնդիրների հավաքածուն լինի համակարգված[4]: Դա անչափ կարևոր չափանիշներից մեկն է, որով սովորաբար պարզում են մաթեմատիկայի ցանկացած նոր դասագրքի ու խնդրագրքի պիտանելիության հարցը: Սակայն հազվադեպ են հանդիպում դասանյութի տեսական մասի շարադրմանը վերաբերող նման պահանջ-չափանիշներ: Մեր կարծիքով՝ լավ դասագիրքը ոչ միայն ունի համակարգված խնդիրների ու վարժությունների հավաքածու, այլև տեսական նյութի բացատրությունում պետք է անհրաժեշտ համամասնությամբ զետեղված լինեն բոլոր այն տրամաբանական կառույցները (մեթոդները, արտածման կանոնները), որոնք անհրաժեշտ են դասագրքի խնդիրներն ու վարժությունները լուծելու համար:

Նշենք, որ ոչ ավանդական արտածումները, որոնք հանդիպում են ՀՀ միջնակարգ դպրոցի նախկին և արտասահմանյան որոշ դասագրքերում, էապես նպաստում են հիմնական դպրոցի շրջանավարտների փաստարկման կարողությունների ու ալգորիթմական մտածողության ձևավորմանը, որն էլ իր հերթին նպաստում է նրանց ճանաչողական ունակությունների և տրամաբանական մտածողության ձևավորմանը:

Մաթեմատիկայի դասավանդման ավանդական մեթոդիկան հիմնականում ի զորու չի եղել ձևավորել սովորողների գերակշռող մեծամասնության տրամաբանական մտածողությունը, մասնավորապես ապացուցողական ունակությունները: Ավանդական մեթոդիկայով մատուցված (ավանդական) ապացուցումները հնարավորություն չէին տալիս սովորողներին տեսնելու այդ արտածումներում կիրառված տրամաբանական կառույցները և դրանք ընկալելու որպես տրամաբանական (ապացուցողական) որոշակի քայլերի հաջորդականություն («ալգորիթմ») և հետևաբար նաև ճանաչելու կիրառված ապացուցման մեթոդը, որի անունն անգամ մեծ մասամբ չի հիշատակվում դասագրքերում: Բացառություն են կազմում միայն հակասող ենթադրության (հակասության) և մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդները[7]:

Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդիկային նվիրված գրականությունում նշվում է, որ դպրոցական մաթեմատիկայի ամենակիրառական ապացուցման մեթոդը՝ համադրումը, ունի մեկ դժվարություն՝ ապացուցման առաջին, ինչպես նաև, ցանկացած հաջորդ քայլի ընտրությունը: Ինչպես գրում է Վ. Վ. Ռեպյովը, «այդ իմաստով մեթոդն ունի առանձնահատուկ թերություն: Ապացուցումը որոնողի տրամադրության տակ չկա ճանապարհի ընտրության որևէ չափանիշ. նա չգիտի՝ որ ճանապարհով պետք է գնա, որպեսզի պնդման պայմանը մոտեցնի եզրակացությանը: Ապացուցողի տրամաբանության տակ չկա նաև այն բանի չափանիշը, թե որպես ելակետային ինչ պնդումներ ընտրել, ինչպիսի հետևություններ կատարել դրանցից և այլն: Այնուամենայնիվ, այն ունի որոշակի նշանակություն՝ արժեք, հատկապես այն դեպքերում, երբ թեորեմի պայմանը եզրակացությանը կապող տրամաբանական իրավիճակները բարդ չեն»:

Իրականում լրիվ ինդուկցիան միայն սկսում է և ավարտում ապացուցումը, իսկ ապացուցման հիմնական ծանրությունը ընկնում է այն ուղիղ կամ անուղղակի ապացուցման մեթոդների վրա, որոնցով կատարվում է թեորեմի ապացուցումը յուրաքանչյուր դեպքում: Այս պատճառով մեթոդական գրականությունում սխալմամբ լրիվ ինդուկցիայով կատարված ապացուցումները հաճախ դասվում են ուղիղ կամ անուղղակի ապացուցումների թվին՝ կախված այն բանից՝ ուղիղ մեթոդով են ապացուցված ենթաթեորեմները, թե անուղղակի մեթոդով:

Լրիվ ինդուկցիայով կատարված ապացուցումների ամենադժվար պահերն են՝ ա) ճշմարիտ բաժանարար դատողության ընտրությունը, բ) օբյեկտների Q բազմության տրոհումը զույգ առ զույգ չհատվող, ոչ դատարկ դասերի (դեպքերի) և գ) այն բանի հիմնավորումը, որ սպառվել (քննարկվել) են բոլոր դեպքերը: Բացի դրանից՝ կարելի է նշել հիմնական դպրոցում այդ մեթոդի կիրառության ևս մի առանձնահատկություն՝ դատողությունների բազմափուլությունը:

Գրեթե նույն դժվարություններն են ուղեկցում նաև բացառության մեթոդին: Հենց այդ դժվարություններն են պատճառը, որ ավանդաբար այդ մեթոդները դասվում են մաթեմատիկայի դասընթացի ամենաբարդ մեթոդների շարքին, իսկ այդ մեթոդներով կատարված ապացուցումները անմատչելի են հիմնական դպրոցի շատ սովորողների համար:

Ավանդաբար դժվար մեթոդների շարքին է դասվում նաև կառուցարկման մեթոդը: Համենայն դեպս, երկրաչափությունում դա այդպես է: Ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ երկրաչափության և հանրահաշվի դպրոցական դասընթացների ապացուցման առաջատար մեթոդը համա դրումն է: Միաժամանակ այն ցանկացած այլ մեթոդով կատարված ապացուցումների բաղկացուցիչ մաս է: Օրինակ` հակասության մեթոդի էությունը բացահայտվում է հետևյալ թեորեմով.

« A A Am ,. . . , 1 2 ├ B , եթե որպես տրամաբանական հետևություն A A Am ,. . . , 1 2 և ˥ B բանաձևերից կարելի է արտածել հակասություն»: Եթե այստեղ A A Am ,. . . , 1 2 բանաձևերի տակ հասկանանք ապացուցվելիք պնդման պայմանը, իսկ B -ի տակ` եզրակացությունը, ապա որպեսզի A = {A1 A2 ,. . . , Am} պայմանից արտածենք B -ն, բավական է A-ից և ˥ B -ից արտածել հակասություն, այսինքն`

A, ˥ B ├ C &˥C , (α)

որն էլ դպրոցական մաթեմատիկայում կատարվում է համադրման մեթոդով:

Այսպիսով` հակասության մեթոդով ապացուցման էական մասը (α) արտածման ստացումն է համադրման մեթոդով: Իսկ դա նշանակում է, որ հակասության մեթոդով իրականացված ապացուցումներում կիրառվում են հակասության կառույցը և համադրման մեթոդը:

Վերլուծական-համադրման մեթոդի էությունից բխում է, որ այդ մեթոդով իրականացված ապացուցումներում կիրառվում են պնդման եզրակացության վերլուծությունը և համադրումը: Ընդ որում, եթե վերլուծության ընթացքում ամենուրեք պահպանվում է բանաձևերի համարժեքությունը, ապա համադրումն ավելորդ է:

Անուղղակի ապացուցման մյուս տեսակի՝ բացառության մեթոդի էությունից բխում է, որ այդ մեթոդով իրականացված անուղղակի ապացուցումները հանգում են բացառության կառույցի կիրառմանը1 և հակասության մեթոդով մնացած այլընտրանքների (դեպքերի) բացառմանը՝ հերքմանը:

Մաթեմատիկական ապացուցումների վերլուծությունը ցույց տվեց նաև, որ կառուցարկման մեթոդով կատարված ապացուցումը սկսվում է այն օբյեկտի (հարաբերության) կառուցարկումից, որի գոյությունը պահանջվում է ապացուցել, և ավարտվում է ապացուցումով, այսինքն՝ այն փաստի հիմնավորմամբ, որ այդպես կառուցարկված օբյեկտը (հարաբերությունը) իսկապես պատկանում է թեորեմի (խնդրի) պայմանով որոշվող օբյեկտների դասին: Ընդ որում՝ սովորաբար այդ փաստի ապացուցումը կատարվում է «փաստի տակ տանելու» գործողությամբ (համադրման մեթոդով տրված հասկացությունը բնութագրող հատկանիշների իրականացման ստուգում):

Լրիվ ինդուկցիայի մեթոդը կիրառվում է $\forall x \in X (A(x) \Rightarrow B(x))$ տիպի տրամաբանական ձև ունեցող թեորեմներ ապացուցելիս, որտեղ այդ պնդման ընդհանրության շնորհիվ սովորողներին հայտնի բաժանարար դատողության միջոցով ընդհանրության քվանտորի որոշման տիրույթը տրոհվում է չհատվող և ոչ դատարկ դասերի (դեպքերի): Այդ պատճառով լրիվ ինդուկցիայի կառույցը ենթադրում է.

1. սովորողներին հայտնի ճշմարիտ բաժանարար դատողության որոնում,
2. թեորեմի բացատրամասում խոսվող օբյեկտների

բազմության տրոհում դեպքերի (դասերի),

3. ուղիղ կամ անուղղակի մեթոդներով թեորեմի ապացուցում յուրաքանչյուր դեպքում,
4. լրիվ ինդուկցիայի կանոնի կիրառում: Պնդման հերքման հակօրինակի մեթոդով իրականացված ապացուցումները, որպես կանոն, սկսվում են այն օբյեկտի՝ հակաօրինակի որոնմամբ, որի համար՝

$\forall x \in X\ (A(x) \Rightarrow B(x))$

ընդհանրական պնդման $A(x_0)$ x պայմանը ճշմարիտ է, իսկ, հակառակը, $B(x_0)$ x եզրակացությունը՝ կեղծ:

Հաջորդ փուլում ապացուցվում (ստուգվում) է, որ ճշմարիտ են (x_0) 0 A x և] (x_0) 0 B x բանաձևերը:

Մեծ մասամբ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում հանդիպող հերքման առաջադրանքներում որոնվող x0 $\in$ X օբյեկտը թիվ է կամ երկրաչափական պատկեր, որը գտնելը առանձնապես մեծ դժվարություն չի ներկայացնում: Սակայն հաճախ այդ օբյեկտի որոնումը միանգամից հնարավոր չէ. այն անհրաժեշտ է կառուցարկել այնպես, որ ճշմարիտ լինի (x_0) 0 A x &] (x_0) 0 B x բանաձևը: Նման իրավիճակի մենք հանդիպում ենք մաթեմատիկայի պատմությունում: Որպես օրինակ՝ կարելի է նշել Էվկլիդեսի կողմից պարզ թվերի անվերջության ապացուցումը, որտեղ «պարզ թվերի բազմությունը վերջավոր է, և դրանք n p_2, p , p ,. . . , $p_1 = 2$ 3 թվերն են» պնդումը հերքելու համար կառուցարկվում է 1 $X_0 = p_1\ p_2$ pn + թիվը, որը ակնհայտորեն չի բաժանվում $\{p_1, p_2, p_3,. . . , pn\}$ պարզ թվերից և ոչ մեկի վրա, ուստի այն ևս պարզ է[6]:

Այսպիսով՝ կատարած վերլուծությունները թույլ են տալիս եզրակացնել, որ ապացուցման գործընթացներում, բացի համադրման մեթոդից, ապացուցման մնացած մեթոդներից և ոչ մեկը «մաքուր» վիճակում, միայնակ չի գործում, այլ դրանք կիրառվում են որոշակի հավաքածուներով՝ միակցություններով: Ընդ որում՝ յուրաքանչյուր ապացուցումում կարելի է առանձնացնել ապացուցման առաջատար մեթոդը և նշել օժանդակ մեթոդները: Առաջատար մեթոդը սկսում է և ավարտում ապացուցումը, տանում է ապացուցման ընդհանուր գիծը՝ մարտավարությունը, իսկ օժանդակ մեթոդները կատարում են միջանկյալ աշխատանք՝ իրենց վրա վերցնելով առանձին դեպքերի հիմնավորումը կամ հերքումը և այլն:

Ավանդաբար ապացուցման եղանակը բնութագրելիս անվանվում է միայն առաջատար մեթոդը, օրինակ՝ «ապացուցում հակասության մեթոդով» կամ «ապացուցում լրիվ ինդուկցիայի մեթոդով» և այլն:

Հենց այս իմաստով էլ կարելի է խոսել ոչ թե առանձին մեթոդի, այլ մեթոդների միակցության (կոմպլեքսի) մասին՝ ավանդաբար շարունակելով դրանք անվանել յուրաքանչյուրն ըստ իր առաջատար մեթոդի:

Այսպիսով՝ միջնակարգ հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում գործում են ապացուցման մեթոդների հետևյալ միակցությունները (կոմպլեքսները).

1. համադրման մեթոդ,
2. վերլուծական-համադրման մեթոդ = [վերլուծություն] + [համադրման մեթոդ],
3. հակասության մեթոդ = [հակասության կառույց] + [համադրման մեթոդ],
4. բացառության մեթոդ = [բացառության կառույց] + [հակասության մեթոդ]
5. հերքում հակաօրինակի մեթոդով = [օբյեկտի կառուցարկում, որոնում] +[համադրման մեթոդ]:
6. կառուցարկման մեթոդ = [օբյեկտի կառուցարկում]

+ [համադրման մեթոդ],

7. լրիվ ինդուկցիայի մեթոդ = [լրիվ ինդուկցիայի կառույց] + [համադրման մեթոդ] կամ [հակասության մեթոդ],
8. մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդ = [մաթ.ինդուկցիայի սկզբունք] + [համադրման մեթոդ]:

Վերոհիշյալ հավաքածուների մեջ մտնող մեթոդների տարրերը մաթեմատիկական պնդումների ապացուցման ընթացքում հանդես են գալիս որպես մի ամբողջական համակարգի տարրեր[8]: Դեռ ավելին՝ կոնկրետ իրավիճակներում, այսինքն՝ կոնկրետ թեորեմների ապացուցումներում կամ խնդիրների լուծումներում սովորողների կողմից հաճախ չեն ընկալվում, չեն գիտակցվում առանձին՝ ինչպես առաջատար, այնպես էլ՝ օժանդակ մեթոդների կիրառությունը: Նույնիսկ մեթոդական գրականությունում որոշ հեղինակներ, օրինակ՝ բացառության մեթոդով կատարված ապացուցումները անվանում են հակասող ենթադրության մեթոդ: Այդ պատճառով էլ «յուրաքանչյուր կոնկրետ ապացուցումում կիրառված մեթոդների ողջ միակցության ու նրանց տարրերի ընդհանուր հավաքածուն ընկալվում է որպես մի ամբողջություն կազմող գիտելիքների ու ունակությունների հավաքածու, այսինքն՝ ապացուցողական գիտելիքների ու ունակությունների կոմպլեքս»:

Ասվածից հետևում է, որ ապացուցման մեթոդների ուսուցման պարտադիր արդյունքների մեջ համադրման մեթոդի հետ միասին պետք է քննարկել նաև սովորողների կողմից ապացուցման մեթոդների հետևյալ հիմնական կառույցների յուրացումը՝ հակասության, բացառության, լրիվ ինդուկցիայի և կառուցարկման: Ընդ որում՝

սովորողները պետք է հասկանան ապացուցման ընթացքում այդ կառույցների և համադրման մեթոդի համագործակցության եղանակը:

Կառուցարկումը, ինչպես արդեն նշել ենք, գոյության փաստի ապացուցման առաջին փուլն է: Սակայն որոշ հետազոտողներ կառուցարկումը համարում են նաև համադրման մեթոդով կատարված երկրաչափական ապացուցումների պարտադիր մասը, կառուցարկում ասելով՝ հասկանում են երկրաչափական թեորեմի (խնդրի) գծագրի կառուցումը՝ որպես օժանդակ միջոց:

Գիտամեթոդական գրականությունում խնդրի գծագրի դերի հարցը մինչ օրս համարվում է վիճելի և լուծված չէ: Որոշ մաթեմատիկոսներ (Ժ. Դեդոնե) գտնում են, որ գծագիրը միայն վնասում է երկրաչափությանը, իսկ մյուսները (Ա. Դ. Ալեքսանդրով և ուրիշներ), հակառակը, գտնում են, որ «երկրաչափական մեթոդն էլ հենց այն է, որում տրամաբանական ապացուցումը կամ խնդրի լուծումը ուղղորդվում է զննական ներկայացմամբ, ամենից լավը այն է, երբ ապացուցումը կամ լուծումը, կարելի է ասել, բխում է զննական նկարից: (Հին հնդկական հետազոտություններում պատահում է այնպես, որ ապացուցումը հանգեցվում է գծագրին, որը ուղեկցվում է մեկ բառով «Տե՜ս»... Այս մոտեցումը պետք է սովորեցնել նաև աշակերտին՝ սկսելով գծագրից, ուրվագծից, զննական նկարագրից)»: Այս իմաստով գծագրի հարցը պատկանում է զննականության պրոբլեմներին և՛ ոչ թե մեր հետազոտության առարկային:

Հետագայում օբյեկտի կառուցարկումը և համապատասխան մեթոդը մենք կմեկնաբանենք լայն իմաստով, որպես որևէ փաստի գոյության ապացուցման մաս: Այս իմաստով կառուցարկման մեկնաբանման

	կարևորության մասին նշում է Ֆ. Ասմուսը. «Որպեսզի սահմանումը գիտության համար պիտանի լինի, անհրաժեշտ է, որ սահմանվող առարկան իրականում գոյություն ունենա: Այդ պատճառով և՛ բնագիտությունում, և՛ հասարակական գիտություններում սահմանման ընդունումը ենթադրում է, որ կարող է և պետք է ապացուցվի այդ սահմանմամբ բնութագրվող առարկայի գոյությունը… Պետք է ապացուցվի նաև սահմանման համապատասխանությունը սահմանվող առարկային»: Այսպիսով՝ ապացուցման մեթոդների ուսուցման արդյունքները պլանավորելիս անհրաժեշտ է քննարկել սովորողների կողմից համադրման մեթոդի, հակասության, բացառության և լրիվ ինդուկցիայի կառույցների յուրացման, ինչպես նաև կառուցարկման մեթոդի և հերքման հակաօրինակի մեթոդի էությունը հասկանալու հարցերը:

Եզրակացություններ, առաջարկություններ

Վերհանված արդյունքներ, եզրակացություններ, պատասխան հետազոտական հարցին	Դասը լավ անցկացնելու համար կազմեցի խնդիր, որը պետք էր ապացուցել /Հավելված 1/: Կազմել եմ խնդիր, որի միջոցով կարելի է գնահատել սովորողների գիտելիքները ապացուցում թեմայի շուրջ: Դասարանը բաժանել եմ 2 խմբի. երկու թիմում էլ բացատրել եմ ապացուցում նույն խնդրի համար: Գնահատել եմ երկու խմբերի գիտելիքի մակարդակը, և նորից միջինացմամբ դուրս բերել երկու խմբերի միջին միավորները: Յուրաքանչյուր խումբ ներկայացնում է իր աշխատանքը, ընդհանրացնում, ծավալվում է հետաքրքիր և ուսուցանող քննարկում: Առաջին խումբը ցուցաբերեց 48 տոկոս ակտիվություն, իսկ երկրորդ խումբը 52 տոկոս, որը մի փոքր առավել ակտիվ էր առաջին խմբից: Այս հետազոտական աշխատանքը շոշափում է մի այնպիսի թեմա, ինչպիսին է սովորողների տրամաբանական մտածողությունը ապացուցումների մեթոդների վերաբերյալ: Սովորողների տրամաբանական մտածողության և դրա հետ շաղկապված լեզվական կարողությունների զարգացման խնդիրը ընդհանուր հարցադրումների և նպատակադրումների մակարդակից փոխադրվում է կոնկրետ առարկայական դաշտ: Եվ դա իրականացվում է այն մոտեցման շնորհիվ, ըստ որի տրամաբանության հիմունքներից ընտրված որոշակի գիտելիքները կրթության բովանդակության մեջ բացորոշ ձևով ներառելուն զուգընթաց, միաժամանակ, մեթոդական համակարգը հարստացվում է այնպիսի բաղադրիչներով, որոնցում առավել ամբողջական ու լիարժեք են արտացոլվում կրթության նորացված բովանդակության առանձնահատկությունները: Դրա արդյունքում բավարար լուծում են ստանում մեթոդամանկավարժական, մասնավորապես նաև

	մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի արդիական մի քանի հիմնահարցեր: Այսպիսով, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում տրամաբանության տարրերի ներառման և ժամանակակից մեթոդների արդյունավետ կիրառման շնորհիվ ուսումնական բնագավառների համակարգում զգալիորեն մեծանում է մաթեմատիկայի հանրակրթական ներուժը, և արդյունքում՝ մաթեմատիկան «ընտրյալների համար նախատեսված» առարկայից վերածվում է բոլորի համար հասանելի առարկայի:
Այլ տեղեկատվություն	

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. «Միջնակարգ (լրիվ) ընդհանուր կրթության պետական չափորոշիչ»: ՀՀ ԿԳՆ «Տեղեկագիր», 2000 թ., N2, էջ 24-46:
2. Ամիրջանյան Յու. Ա., Ժամանակակից դիդակտիկա: Ե., «Լույս», 1990, 328 էջ:
3. Այվազյան Է. Ի., Մաթեմատիկայի ուսուցման արդյունքների պլանավորման մասին, «Սովետական մանկավարժ»,1988, N12, 16-20 էջեր:
4. Այվազյան Է. Ի., Ապացուցման մեթոդի ընտրության մասին, «Մաթեմատիկան դպրոցում», 1998, N 3, 9-16 էջեր:
5. Այվազյան Է. Ի., «Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդաբանական հիմունքները», Ե., 2013, 306 էջ:
6. Նիկոլսկի Ս. Մ., Պոտապով Մ. Կ., Ռեշետնիկով Ն.Ն., Շևկին Ա.Վ., «Հանրահաշիվ 9», 9-րդ դասարանի դասագիրք, «Անտարես» հրատարակչություն, 300 էջ, Երևան 2018, 300 էջ. https://online.fliphtml5.com/fumf/embl/#p=1
7. Մաթեմատիկա: Հանրակրթական հիմնական դպրոցի առարկայական չափորոշիչ և ծրագիր, «Անտարես» հրատարակչություն, Երևան, 2006:
8. Մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշիչ՝ https://www.arlis.am/DocumentView.aspx?DocID=180002
9. Հանրակրթության պետական չափորոշիչ https://www.arlis.am/DocumentView.aspx?DocID=149788
10. Кондаков М. И., Логический словарь-справочник. 2-е изд., испр. и доп, М., “Наука”, 1975, 717 стр.
11. Тихомиров О. К., Психология мышления, М., “Изд-во МГУ”, 1984, 230 стр.

Հավելվածներ

Հաշվետվության կցված նյութեր	Հավելված 1
• Հետազոտության գործիքներ (հարցաթերթիկներ կամ այլ) • Նկարներ • Արդյունքներ	**Խնդիր:** Դիցուք, պահանջվում է ապացուցել, որ «Եթե x -ը ռացիոնալ թիվ է, իսկ y -ը՝ իռացիոնալ, ապա նրանց x + y գումարը իռացիոնալ թիվ է» թեորեմը: Առանձնացնելով թեորեմի պայմանը կամ ենթադրությունը և եզրակացությունը՝ կստանանք՝ A. Տրված են x ռացիոնալ և y իռացիոնալ թվերը (ոչ բացահայտ տեղեկություն): B. x + y գումարը իռացիոնալ թիվ է: Եթե այժմ մենք ցանկանում ենք ուղիղ ճանապարհով ստուգել այս պնդումը, ապա մենք, օրինակ, ստիպված պետք է դիտարկենք ռացիոնալ և իռացիոնալ թվերի բոլոր հնարավոր գումարները, ինչը հնարավոր չէ: Գոյություն ունի՞ արդյոք ավելի կարճ ճանապարհ: Իռացիոնա՞լ է արդյոք x + y գումարը: **Ապացույց:** Ենթադրենք B եզրակացությունը ճշմարիտ չէ, այսինքն՝ ճշմարիտ է նրա ոչ B ժխտումը: Այսպիսով՝ մենք ենթադրում ենք, որ x + y թիվը իռացիոնալ չէ: Սակայն իրական թիվը կարող է լինել կա՛մ ռացիոնալ, կա՛մ իռացիոնալ: Հետևաբար x + y թիվը ռացիոնալ է: Ուստի համաձայն ռացիոնալ թվի սահմանումներից մեկի՝ $x + y = m / n$, որտեղ $n \in \mathbb{N}$ և $m \in \mathbb{Q}$: Քանի որ, ըստ ենթադրության, x -ը

	նույնպես ռացիոնալ է, ուստի՝ x = a / b, b ≠ 0: Լուծելով a, b, m, n պարամետրերով a / b + y = m / n հավասարումը y-ի նկատմամբ՝ կստանանք՝ y = ( ) mb – an / nb, որտեղ nb ≠ 0, քանի որ b ≠ 0 և n ≠ 0 : Իսկ քանի որ y = mb – an և nb թվերը ամբողջ թվեր են, ուստի y -ը նույնպես ռացիոնալ թիվ է: Այսինքն՝ ճշմարիտ է ոչ A պնդումը: Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք, որ ճշմարիտ է ոչ B ⇒ոչ A պնդումը, որն էլ, ինչպես նշել ենք, համարժեք է A⇒ B պնդմանը: Ապացույցն ավարտված է: