



«ԻՆՏԵՐԱԿՏԻՎ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ
ԶԱՐԳԱՑՈՒՄ»



ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ
ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ
ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2023

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ

Մաթեմատիկական պարադոքսներ և սոփեստություններ...

Խաբկանք թե՛ մաթեմատիկա

ԱՌԱՐԿԱ

Մաթեմատիկա

ՀԵՂԻՆԱԿ

Լյուդմիլա Ապրեայան

ՄԱՐԶ

ք. Երևան

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ

Հայ-չինական բարեկամության դպրոց հիմնադրամ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒԹՅՈՒՆ

Ներածություն- - - - -	3
Գլուխ 1 Սովետություն	
1.1 Ի՞նչ է սովետությունը - - - - -	4
1.2 Սովետության օրինակներ- - - - -	7
Գլուխ 2 Պարադոքսներ	
2.1 Ի՞նչ է պարադոքսը- - - - -	10
2.2 Պարադոքսների օրինակներ- - - - -	11
➤ Զարդանախշի պարադոքսը	
➤ Կուլտային պարադոքս	
➤ Կարտոֆիլի պարադոքս	
➤ Նկարչի պարադոքսը	
➤ Ծննդյան օրվա պարադոքս	
➤ Հետաքրքիր թվերի պարադոքսը	
Եզրակացություն - - - - -	17
Օգտագործված գրականության ցանկ - - - - -	18

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Աշխատանքի արդիականությունը

Թեման արդիական է, քանի որ մեր կյանքում, ցավոք, հաճախ կարող ենք հանդիպել խաբեության և խարդախության: Եվ շատ կարևոր է սովորել տարբերել սուտը ճշմարտությունից և կարողանալ դիմակայել ուրիշների կողմից մանիպուլյացիաներին:

Աշխատանքի **նպատակն է՝** մաթեմատիկական սովետությունների և պարադոքսների ուսումնասիրությունը, սովետության օրինակների հավաքագրում տարբեր դասարանների համար՝ առաջացնելով սովորողների հետաքրքրությունը մաթեմատիկական սովետությունների և մաթեմատիկայի դասերի նկատմամբ: Սովետությունների վերլուծությունը, դրանցում սխալների որոնումը ծայրաստիճան արժեքավոր են մաթեմատիկայի դասավանդման ընթացքում, դրանք օգնում են աշակերտներին ու ուսանողներին ձևավորել մաթեմատիկական և տրամաբանական օրենքների հստակ պատկերացում, ինչպես նաև նախազգուշացնում են այս օրենքների կիրառման հնարավոր տիպային սխալները: Ըստ Պրոկլի, սովորողներին դատողություններում սխալներ հայտնաբերել և հետագայում դրանցից խուսափել սովորեցնելն է: Հետագայում՝ մինչև այժմ, գիտական գրականությունը, ինչպես նաև հետաքրքրաշարժ մաթեմատիկայի ժողովածուները, հաճախ ներառում են «գտնել սխալը» պահանջով սովետություններ, որոնց հիման վրա պարզաբանվում են մաթեմատիկական կանոնները և ստուգվում ընթերցողի գիտելիքները:

Խնդիրները՝

1. Գտնել, ուսումնասիրել և վերլուծել սովետությունների ուսումնասիրությունից ստացված տեղեկատվությունը
2. Բացահայտեք մաթեմատիկական սովետությունների սխալները
3. Գրավել սովորողների հետաքրքրությունը մաթեմատիկայի դասերի նկատմամբ:

Գլուխ 1 Սովետություն

1.1 Ի՞նչ է սովետությունը

Մաթեմատիկական սոփիզմը զարմանալի հայտարարություն է, ինչի ապացուցման մեջ կան աննկատ և երբեմն բավականին նուրբ սխալներ:

Մարտին Գարդներ

Մաթեմատիկայի մեջ կան խնդիրներ, որոնք նման չեն մյուսներին, թվում է, թե դրանք ճիշտ են, բայց միևնույն ժամանակ՝ սխալ: Անշուշտ, յուրաքանչյուր մարդ կյանքում գոնե մեկ անգամ հանդիպել է հիմնավորված (միայն առաջին հայացքից) ապացույցի, որ «երկու անգամ երկու հավասար է հինգ» կամ «7=8»: Եվ նման շատ օրինակներ կարելի է բերել, բայց ի՞նչ են նշանակում դրանք բոլորը: Նրանք տրամաբանական բացատրություն ունեն, թե՞ պարզապես կատակ են: Ընդհանրապես ընդունված է, որ մաթեմատիկական ճշգրիտ գիտություն է, որը չի հանդուրժում սխալները: Իրականում մաթեմատիկական լի է հակասություններով ու անճշտություններով: Այս գիտության մեջ կան այնպիսի հասկացություններ, ինչպիսիք են պարադոքսները և սոփիզմները: Պարզվում է, որ նման սխալ պատճառաբանությունը սովետության օրինակ է: Սոփիստիկան կեղծ հայտարարություն է, որը ճիշտ է թվում, բայց պարունակում է թաքնված սխալ: Մաթեմատիկայի ուսանողների համար դրանք օգտակար են նրանով, որ նրանք զարգացնում են տրամաբանական մտածողությունը, դիտողությունը և մտածողությունը և սովորեցնում են ուշադիր հետևել ձևակերպումների ճշգրտությանը, նշումների և գծագրերի ճշգրտությանը:

Սոփիստիկա բառը գեղեցիկ և շատ անսովոր բառ է, և բացի այդ, մենք այն չենք օգտագործում առօրյա կյանքում, ուստի որոշ մարդիկ չգիտեն, թե դա ինչ է նշանակում, երբեմն էլ առաջին անգամ են լսում: Սոփիզմները նկատել են դեռ հին ժամանակներից[1]: Սոփիզմներում սխալը կարող է կատարվել կամ պատահաբար կամ միտումնավոր:

Նման մաթեմատիկական հնարքների հիմնական բաղադրիչը տրամաբանության խախտումն է: Մաթեմատիկայում եզրակացության գալու համար նախ պետք է լավ

մտածել: Երկար տրամաբանական դատողությունը հաճախ առաջացնում է տարբեր տեսակի սխալներ: Սովիստիա տերմինն առաջին անգամ ներմուծել է Արիստոտելը, ով սովիեստությունը բնութագրել է որպես երևակայական, այլ ոչ թե իրական իմաստություն: Սոփիզմների առաջացումը կարելի է վերագրել V–IV դդ. մ.թ.ա. Ամենահայտնի և հետաքրքիր սովիզմները ձևակերպվել են Սոկրատեսի ազդեցությամբ զարգացած փիլիսոփայական դպրոցներում: Հետագայում՝ Հին Հունաստանում, սովիեստներին սկսեցին անվանել փիլիսոփաներ՝ ուսուցիչներ, ովքեր իրենց ուսանողներին սովորեցնում էին «մտածել, խոսել և անել» [5]: Սովիեստները խորապես կրթված մարդիկ էին, նրանք ձգտում էին սովորեցնել ուսանողներին տիրապետել բանավոր մրցումների արվեստին: Բանավոր մենամարտում հաղթական դուրս գալու համար սովիեստները հաճախ օգտագործում էին այն փաստը, որ հակառակորդը բավական խորը չի տիրապետում թեմային, բավականաչափ ուշադիր ու ուշադիր չէր, հետևաբար չէր կարողանում տարբերել սուտը ճշմարտությունից: Բանավոր մենամարտի արդյունքում հակառակորդը ստիպված էր համաձայնվել սովիեստի փաստարկների հետ և ընդունել պարտությունը, թեև ճշմարտությունը կարծես նրա կողմն էր: Առավել հայտնի են ավագ սովիեստների գործունեությունը, որոնք ներառում են Ջենոնը, Պրոտագորասը Արդերայից, Գորգիասը Լեոնտիպից, Հիպիասը Էլիսից և Պրոդիկուսը Կեոսից: Սովիեստների գործունեության էությունը շատ ավելին է, քան պերճախոսության հասարակ ուսուցումը: Մաթեմատիկական սովիզմը զարմանալի հայտարարություն է, որի ապացույցը պատժվում է աննկատ, երբեմն էլ բավականին նուրբ սխալներով: Սովիեստությունը նույն խաբեությունն է, որը արվում է միայն շատ ավելի նրբագեղ և աննկատ, դրա համար էլ մենք սիրում ենք այն: Ինչ էլ որ լինի խորամանկությունը, այն անպայման պարունակում է մեկ կամ մի քանի քողարկված սխալներ: Հատկապես հաճախ սոփիզմներում կատարվում են «արգելված» գործողություններ կամ հաշվի չեն առնվում թեորեմների, բանաձևերի և կանոնների կիրառելիության պայմանները: Բայց սովիեստությունը առաջին հայացքից ճշմարիտ թվացող հայտարարություն է, այնուամենայնիվ, ավելի մանրամասն ուսումնասիրելուց հետո այն սխալ

կլինի:Սոփեստությունը վիճելու արվեստ է: Ունենալով օգուտ կամ ուղղակի հետաքրքրություն դրանում, շատ խելացի և հնարամիտ մարդիկ խիստ տրամաբանորեն ապացուցեցին, որ սևը սպիտակ է, ճշմարտությունը սուտ է, բարին չարիք է և այլն: Այսպես ի հայտ եկան սոփեստությունները՝ ֆորմալ թվացող ճիշտ, բայց ըստ էության կեղծ եզրակացություններ: Այն կարող է ճշմարիտ լինել յուրաքանչյուր մասում, բայց սխալ՝ որպես ամբողջություն: Մաթեմատիկական սոփեստությունն առավել հնարամիտ է, եթե առավել նուրբ բնույթի սխալ է այնտեղ թաքնված և սովորական դպրոցական առարկայի շարադրանքի մեջ նման սխալից զգուշանալու համար աշակերտը ավելի քիչ է տեղեկացված: Այն հանդիպում է ամենուր, առաջին հերթին, իհարկե, տրամաբանության մեջ, բայց դրանք երբեմն կարելի է տեսնել գծապատկերներում, գրական ստեղծագործություններում, նույնիսկ գիտական աշխատություններում և շատ այլ բաներում: Սոփեստություն բառը գեղեցիկ է և շատ անսովոր, բայց այն մենք հազվադեպ ենք օգտագործում առօրյա կյանքում: Սոփեստությունները նկատվել են դեռևս հին ժամանակներում: Հունարենից թարգմանաբար նշանակում է՝ հնարք, գյուտ կամ հմտություն: Սոփեստությունը կեղծ և տրամաբանության տարրից զուրկ հայտարարություն է: Ի տարբերություն պարադոքսի, սոփեստության մեջ սխալն արվում է միտումնավոր, բայց թաքնված է, իբր ճիշտ գործողության տակ: Սոփեստությունների հոգեբանական պատճառները ներառում են մարդու ինտելեկտը, նրա հուզականությունը և ենթադրելիության աստիճանը: Այսինքն՝ բավական է, որ ավելի խելացի մարդն իր հակառակորդին տանի փակուղի, որպեսզի նա համաձայնի իրեն առաջարկված տեսակետին: Որքան ավելի համոզիչ լինի մարդու խոսքը, այնքան մեծ է հավանականությունը, որ ուրիշները սխալներ չեն նկատի նրա խոսքում: Ահա թե ինչի վրա են հիմնվում վեճի ժամանակ նման մեթոդներ կիրառողներից շատերը: Զարգացած ինտելեկտով անհատականությունը կարող է հետևել ոչ միայն իր խոսքին, այլև զրուցակցի յուրաքանչյուր փաստարկին՝ միաժամանակ ուշադրություն դարձնելով զրուցակցի բերած փաստարկներին:

Սոփեստությունները վերլուծելիս ընդգծվում են հիմնական սխալները.

- 1) բաժանում 0-ով
- 2) կոտորակների հավասարությունից սխալ եզրակացություններ
- 3) արտահայտության քառակուսի արմատի սխալ հանում
- 4) նշված գործողության կանոնների խախտումներ
- 5) Բազմությունների նկատմամբ «հավասարություն» և «համարժեքություն» հասկացությունների հետ շփոթություն
- 6) ոչ համարժեք անցում մի անհավասարությունից մյուսին
- 7) սխալ կառուցված գծագրերի հիման վրա եզրակացություններ և հաշվարկներ
- 8) սխալներ, որոնք առաջանում են անվերջ շարքով գործողություններում

Մաթեմատիկական սովետության լուծումը ոչ միայն զարգացնում է տրամաբանությունը, այլև գիտակցությունը, նպաստում է նրան, որ աշակերտը թույլ է տալիս ավելի քիչ սխալներ, իսկ եթե անում է, ապա ստուգելիս հավանականությունը մեծանում է, որ նա կգտնի իր սխալը:

Հատկապես հաճախ սոֆիզմներում կատարվում են «արգելված» գործողություններ կամ հաշվի չեն առնվում թեորեմների, բանաձևերի և կանոնների կիրառելիության պայմանները:

1.2 Սովետության օրինակներ

Ըստ ուսումնասիրության [1] «սովետությունների լուծումը որպես ինտելեկտուալ մակարդակի ցուցիչ ըստ սեռի» թեմայով հրավիրեցին երկու վեցերորդ դասարանների աշակերտների գտնելու սխալը «5=6» սոֆիզմի մեջ՝ պարզելու, թե արդյոք աշակերտները կարողանում են ճանաչել, որպես տրամաբանական բացատրություն ներկայացված կեղծ հայտարարությունները: Սովետության էությունը հետևյալն էր. Վերցնենք ճիշտ թվային նույնականությունը՝ $35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54$, ձախ և աջ մասերից դուրս հանենք ընդհանուր գործակիցները: Մենք ստանում ենք՝ $5(7 + 2 - 9) = 6(7 + 2 - 9)$: Այս հավասարության երկու մասերը բաժանենք ընդհանուր գործակցի վրա (փակագծերում փակված): Մենք ստանում ենք $5 = 6$. Ի՞նչն է սխալ: Փակագծերում դրված արտահայտությունը զրո է: Դուք չեք կարող բաժանել զրոյի: Արդյունքները հետևյալն են՝

57 հոգուց 38-ը պատասխանել է «չգիտեմ», 27 հոգի սխալ է պատասխանել, 2 տղա՝ ճիշտ: Ինչո՞վ կարող է պայմանավորված լինել նման ցածր ցուցանիշը: Երևի այդքան փոքր տարիքի պատճառով երեխաները ցրված են, անուշադիր, ինչը արտացոլվեց արդյունքների վրա: Հետազոտության արդյունքների հիման վրա կարելի է եզրակացնել, որ տղաներն ավելի շատ օժտված են տրամաբանական մտածողությամբ

Օրինակ 1

$$1=0.999$$

Դիցուք

$$n = 0.9999\dots$$

Հետևաբար

$$10n = 9.9999\dots$$

Երկրորդ հավասարումից հանելով առաջինը կստանանք.

$$9n = 9$$

Հետևաբար $n = 1$.

Բայց մենք գիտեինք, որ $n = 0.9999\dots$, այսինքն $1 = 0.9999\dots$

Օրինակ 2

«Երկու անգամ երկու հավասար է հինգ»

$$2 * 2 = 4$$

$$4 : 4 = 5 : 5,$$

Փակագծերից 4-ը դնենք ձախ կողմում, 5-ը՝ աջ

$$4 (1 : 1) = 5 (1 : 1),$$

ձախ և աջ կողմերը բաժանում ենք (1: 1), ստանում ենք

$$4 = 5, \text{ որը հետևում է}$$

$$2 * 2 = 5.$$

Պատասխան. Մխալն այն է, որ բազմապատկման բաշխական օրենքը ավտոմատ կերպով փոխանցվում է բաժանման, ինչը սխալ է:

Օրինակ 3

Եկեք ապացուցենք, որ $5 = 6$:

Այս նպատակով, եկեք վերցնենք թվային հավասարում.

$$35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54$$

Փակագծերից հանենք ձախ և աջ կողմերի ընդհանուր գործակիցները: Մենք ստանում ենք.

$$5 * (7 + 2 - 9) = 6 * (7 + 2 - 9)$$

Այս հավասարության երկու կողմերն էլ բաժանենք փակագծերում փակված ընդհանուր գործոնի վրա: Ստանում ենք $5 = 6$: Որտեղ է սխալը:

Պատասխան. $7 + 2 - 9 = 0$, բայց դուք չեք կարող բաժանել 0-ի:

Օրինակ 4

$$1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots = 2$$

$$S = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$$

$$(1/2)S = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots$$

$$S - (1/2)S = 1$$

$$S/2 = 1 \text{ հետևաբար } S = 2.$$

Օրինակ 5

$$a < b$$

$$c > 0, a + c = b$$

$$(a + c)(a - b) = b(a - b)$$

$$a^2 + ca - ab - cb = ba - b^2$$

$$a^2 + ca - ab = ba - b^2 + cb$$

$$a(a + c - b) = b(a - b + c)$$

$$a = b$$

Անհավասար թվերը հավասար են:

Վերցնենք երկու անհավասար կամայական a և b թվեր: Թող նրանց տարբերությունը հավասար լինի c -ի, այսինքն. $a - b = c$. Այս հավասարության երկու կողմերը բազմապատկելով $a - b$ -ով, ստանում ենք , և բացելով փակագծերը՝ գալիս ենք հավասարությանը, որից հետևում է հավասարությանը, փակագծերից հանելով a ընդհանուր գործակիցը ձախ կողմում և ընդհանուր b գործակիցը աջ կողմում. ստանալ Վերջին հավասարությունը բաժանելով $-ի վրա՝ ստանում ենք, որ $a = b$, այլ կերպ ասած՝ a և b երկու անհավասար կամայական թվեր հավասար են:$

Գլուխ 2 Պարադոքսներ

2.1 Ի՞նչ է պարադոքսը

Պարալոգիզմը մտածողության մեջ մարդու թույլ տված ակամա սխալն է:

Պարադոքսը տարօրինակ հայտարարություն է, որը տարբերվում է ընդհանուր ընդունված կարծիքից, ինչպես նաև այն կարծիքից, որը հակասում է (երբեմն միայն առաջին հայացքից) ողջախոհությանը (Օժեգովի բառարան): Պարադոքսը անհավանական և անսպասելի թվացող երևույթ է (Օժեգովի բառարան): Պարադոքսը (հունարեն «para» - «դեմ», «doxa» - «կարծիք») մոտ է սոփեստությանը: Ինչն է նրանց տարբերում սոփեստությունից այն է, որ պարադոքսը միտումնավոր ստացված հակասական արդյունք չէ: Այսպիսով, պարադոքսը սխալ չէ, բայց դրա տեսքը չի կարող բացատրվել իրերի վիճակը միտումնավոր խեղաթյուրելու ցանկությամբ կամ որոշ մանրամասն տեղեկությունների անտեղյակությամբ: Պարադոքսն ավելի խորն է արմատավորված և վկայում է իրերի օբյեկտիվորեն հաստատված հակասական վիճակի մասին, որի համար ոչ ոք մեղավոր չէ (Ա.Կ. Սուխոտին. Գիտության պարադոքսներ): Պարադոքսը սովորաբար կոչվում է նաև հականոմիա (հունարեն αντινομια, բառացի՝ հակասություն օրենքի մեջ, պարադոքս՝ իրավիճակ, երբ տեսականորեն ապացուցված են երկու միմյանց բացառող դատողություններ, և այդ դատողություններից յուրաքանչյուրը բխում է տեսակետից համոզիչ միջոցներով: տվյալ տեսության)

Մաթեմատիկական պարադոքսները երևույթներ են, որոնք կարող են իրականում գոյություն ունենալ, բայց դրանց տրամաբանական բացատրությունը չկա: Պարադոքսների հիմնական առանձնահատկությունն այն է, որ որոշակի հայտարարություն կարող է միաժամանակ լինել և՛ ճիշտ, և՛ կեղծ:

Պարադոքսն այն դրույթն է, որը կարող է ապացուցել, որ առաջարկը միաժամանակ և՛ կեղծ է, և՛ ճշմարիտ: Այս երևույթը բաժանվում է 2 տեսակի՝ ապորիա և հականոմիա: Ապորիան փորձին հակասող եզրակացություն է: Անտինոմիան պարադոքս է, որը ներառում է երկու փոխադարձաբար բացառող դրույթներ, որոնք երկուսն էլ ճշմարիտ են: Օրինակ՝ «Մուտ եմ ասում» արտահայտությունը կարող է լինել և՛ ճշմարիտ, և՛ կեղծ,

բայց եթե դա ճիշտ է, ապա այն ասողը ճիշտ է ասում և չի համարվում ստախոս, թեև արտահայտությունը հակառակն է ենթադրում: Այսպիսով, պարադոքսը հակասություն է, որն առաջանում է տրամաբանության ընթացքում, կարևոր է նշել, որ այն հայտնվում է ինքնին, այսինքն՝ ակամա:

2.2 Պարադոքսների օրինակներ

➤ Չարդանախշի պարադոքսը

Մանկության տարիներին շատերը սիրում էին դիտել գորգերի կամ պաստառների նախշերը, դրանք այնքան գեղեցիկ և անվերջ էին թվում: Իրականում զարդի անսահմանությունը մոլորություն է, կամ մաթեմատիկական պարադոքս:

Եթե ավելի խորանաք ճարտարապետության մեջ, կարող եք պարզել, որ կա զարդանախշերի ընդամենը 17 խումբ: Սա նշանակում է, որ օրինաչափությունները անվերջ չեն, և եթե նույնիսկ մի օրինակը փոխարինի մյուսին, մի օր դրանք կվերջանան:

Եթե խոսենք մաթեմատիկական առումով, ապա պաստառի վրա թվերի քանակը սահմանափակ է: Ընդ որում, կարևոր չէ, թե ինչ գույնի, ձևի և չափի է զարդանախշը. այն դեռ ընդգրկված է ճարտարապետական տասնյոթ խմբերից մեկում և ի վերջո կունենա ավարտ:

➤ Կույտային պարադոքս

Այս աշխարհում ամեն ինչ հարաբերական է. այն, ինչ մի մարդու համար կարող է փոքր լինել, մյուսի համար կարող է նշանակալից լինել:

Ինչպե՞ս կարող եք իմանալ, թե երբ փոքր հատիկը կարող է դառնալ հացահատիկի կույտ: Ինչպե՞ս կարող ենք սահմանել, թե ինչ է կույտը և երբ է այն սկսվում: Այս մասին վաղուց է մտածել հին հույն գիտնական Էուբուլիդեսը: Նա այս երևույթն անվանել է

սորիտների պարադոքս: Կույտային պարադոքսն ասում է, որ եթե հացահատիկի վրա ավելացնեք մեկ հատիկ, ապա այդ քանակությամբ հացահատիկը չի դառնա կույտ, և ոչ մի հացահատիկ կույտ չի ձևավորի: Դա պայմանավորված է նրանով, որ կույտ չհանդիսացող ագրեգատի վրա հացահատիկ ավելացնելն ամեննին էլ էական չէ կույտի ձևավորման համար:

Այս պարադոքսի հիման վրա մտածողը ձևակերպել է այլ սոփիզմներ. Օրինակ, եթե մարդու մազերը հերթով սկսեն թափվել, ե՞րբ է նա ճաղատանալու, կամ քանի՞ մազ պետք է մնա մարդու գլխին, որ նրան ճաղատ կոչեն:

➤ **Կարտոֆիլի պարադոքս**

Կարտոֆիլի պարադոքսը մաթեմատիկայի մեջ հայտնի սխալ պատկերացում է, որը հիմնված է ինտուիցիայի վրա, ավելի ճիշտ՝ դրա խաբուսիկության վրա:

Այս պարադոքսի էությունը հետևյալն է՝ օրինակ՝ մարդն ունի 100 կգ կարտոֆիլ, բանջարեղենի ջրի զանգվածը 99% է: Ենթադրենք, որոշել են կարտոֆիլը չորացնել 98 տոկոս ջրի մեջ: Հարց. Որքա՞ն է կշռում բանջարեղենը հիմա: Տրամաբանությունը մեզ ասում է, որ 2 կգ կմնա, բայց սա տրամաբանություն չէ, այլ ինտուիցիա:

Եթե տրամաբանորեն մտածեք, ապա երբ կարտոֆիլը չորացվի 98%-ով, չոր նյութը կմնա ընդհանուր զանգվածի 2%-ը: Մաթեմատիկական առումով սա կլինի 2-ից 98-ի հարաբերակցությունը, որը կարող է կրճատվել 1-ից 49-ի: Չոր նյութը չի փոխվել, մնում է կշռել 1 կգ, ինչը նշանակում է, որ ջուրը կշռելու է 49 կգ: Եթե ավելացնեք այս արժեքները, կստանաք 50 կգ: Անսպասելի պատասխան, չէ՞, մաթեմատիկայում բանջարեղենի այս պարադոքսը ցույց է տալիս, որ ինտուիցիան և առաջին դատողությունը հաճախ սխալ են:

➤ **Նկարչի պարադոքսը**

Գոյություն ունի նկարչի պարադոքս. Նկարչի պարադոքսը մաթեմատիկայի մեջ ասում է, որ անսահման մակերեսով կտավը կարելի է ներկել որոշակի քանակությամբ ներկով: Ինչպե՞ս կարող է սա լինել: Եկեք պարզենք այն:

Պատկերացրեք, որ նկարում եք մի ձև, օրինակ՝ ուղղանկյուն: Դուք նկարել եք սանտիմետր, երկու, երեք, տասը... Ամեն անգամ և ներկի յուրաքանչյուր շերտի հետ յուրաքանչյուր տարր ավելի ու ավելի քիչ է պահանջելու: Եթե առաջադրանքին մոտենաք տրամաբանորեն և նկարչի տեսանկյունից, ապա գործիչը պետք է ներկված լինի ներկի հավասար շերտով: Այնուհետև ներկի յուրաքանչյուր շերտի հետ դուք ավելի ու ավելի քիչ ներկի կարիք կունենաք:

Արդյունքում ներկի քանակը կնվազի և կդառնա որոշակի թիվ, այլ ոչ թե անսահման:

➤ **Ծննդյան օրվա պարադոքս**

Մաթեմատիկայում կա ևս մեկ պարադոքս՝ ծննդյան օրերը:

Պատկերացնենք, որ կա 23 հոգանոց խումբ: Պարզվում է, որ այս խմբում ծննդյան տարեթիվն ու ամիսը կարող են համընկնել երկու մարդու դեպքում առնվազն 50% դեպքերում: Բայց եթե խմբին ավելացվեն մարդիկ, և լինեն, օրինակ, 60, ապա համընկնման հավանականությունը կբարձրանա մինչև 99%: Իսկ զուգադիպության հավանականությունը հարյուր տոկոս կլինի, եթե խմբում լինի առնվազն 366 հոգի: Ինչպե՞ս է դա հնարավոր, քանի որ այս փաստարկները լիովին հակասում են տրամաբանությանը: Թե՞ մեր ինտուիցիան նորից խաբե՞լ է մեզ:

Ենթադրենք, որ առաջին կուրսեցիների 23 հոգանոց խմբում Ա ուսանողի ծննդյան օրը սեպտեմբերի 1-ն է: Հավանականությունը, որ Բ աշակերտն այս օրը անվանական օր կունենա, 365-ից 1 է (365-ը տարվա օրերի թիվն է): Եթե այն գրենք մաթեմատիկորեն, կստանանք հետևյալ արտահայտությունը.

$$\frac{365}{365} \times \frac{364}{365} = 99.72\%$$



Եթե խմբում կա 23 հոգի, ապա հանդիպումների կլորացված թիվը կազմում է 1/2, որը կազմում է 50%, ինչը ապացուցման կարիք ուներ: Սրանք մաթեմատիկական պարադոքսների տեսակներն են, որոնք գոյություն ունեն: Համաձայնեք, դրանցից մի քանիսը հակասում են տրամաբանությանը և խելքներիդ են փչում: Ինչպես միշտ, ուսանողների սպասարկման մասնագետները կօգնեն ձեզ հաղթահարել այս և այլ ուսումնական առաջադրանքները:

➤ **Հետաքրքիր թվերի պարադոքսը**

Հետաքրքիր թվերի պարադոքսը կիսահումորային պարադոքս է, որն առաջանում է բնական թվերը «հետաքրքիր» կամ «ձանձրալի» դասակարգելու փորձերից: Ըստ այս պարադոքսի՝ բոլոր բնական թվերը հետաքրքիր են: Այս պնդման ապացույցն իրականացվում է «հակասությամբ» մեթոդով. եթե կա անհետաքրքիր բնական թվերի ոչ դատարկ բազմություն, ապա այս բազմությունը պարունակում է ամենափոքր թիվը, բայց ամենափոքր անհետաքրքիր թիվն ինքնին արդեն հետաքրքիր է, ինչը ստեղծում է Հակասություն: Պարադոքսի ավելի խիստ ձևակերպված «ապացույցը» կարող է այսպիսի տեսք ունենալ.

Թեորեմ. Չկան անհետաքրքիր բնական թվեր:

Ապացույց. Ենթադրենք, որ թեորեմը կեղծ է, այսինքն՝ կա բնական թվերի ոչ դատարկ բազմություն, որոնք անհետաքրքիր են: Բնական թվերի բազմությունը ամբողջությամբ դասավորված լինելու պատճառով անհետաքրքիր թվերի շարքում պետք է լինի

ամենափոքր թիվ: Ունենալով նման յուրահատուկ հատկանիշ՝ այս թիվն այլևս չի կարելի անհետաքրքիր անվանել, հետևաբար չի կարող լինել անհետաքրքիր թվերի շարքում:

Բոլոր թվերը «հետաքրքիր» և «անհետաքրքիր» բաժանելու փորձերը հանգեցնում են սահմանման պարադոքսի կամ հակասումի: Բնական թվերը երկու խմբի՝ «հետաքրքիր» և «ձանձրալի» բաժանելու ցանկացած փորձ հանգեցնում է ձախողման: Քանի որ ինչ-որ բան որպես հետաքրքիր սահմանելը սուբյեկտիվ է, այստեղ այն կարելի է դիտել որպես ինքնահղման կեսկատակ կիրառում, որն օգտագործվում է պարադոքս առաջացնելու համար: Պարադոքսը հանվում է, եթե «հետաքրքիր» հասկացությունը օբյեկտիվորեն սահմանվի, օրինակ.

- ամենափոքր բնական թիվը, որը չունի նրան նվիրված Վիքիպեդիայի էջ;
- Ամենափոքր թիվը, որը նշված չէ ամբողջ թվերի հաջորդականությունների ինտերնետային հանրագիտարանում.
- ամենափոքր թիվը, որը պատկանում է որևէ հաջորդականությանը կամ ունի որևէ հատկություն, և այլն:

Քանի որ մաթեմատիկայի մեջ կան բազմաթիվ նշանակալից աշխատություններ, որոնք օգտագործում են ինքնահղում (օրինակ, Գոդելի անավարտության թեորեմը), նկարագրված պարադոքսը լուրջ խնդիրներ է առաջացնում հետազոտության բազմաթիվ ոլորտներում:

Պարադոքսի այս տարբերակը վերաբերում է միայն բնական կարգով լավ դասավորված բազմություններին, ինչպիսիք են բնական թվերը. փաստարկը չի վերաբերում իրական թվերին:

Պարադոքսի առաջարկվող լուծումներից մեկում ասվում է, որ առաջին անհետաքրքիր թիվը հետաքրքիր է դառնում միայն այս հանգամանքով: Օրինակ, եթե 39-ը և 41-ը երկու անհետաքրքիր թվեր լինեին, 39-ը կհամարվեր հետաքրքիր, մինչդեռ 41-ը կմնար անհետաքրքիր, քանի որ դա առաջին անհետաքրքիր թիվը չէ: Սակայն այս լուծումը ճիշտ չէ, քանի որ պարադոքսն ապացուցվում է հակասությամբ. ենթադրելով, որ որոշակի թիվ անհետաքրքիր է, գալիս ենք այն եզրակացության, որ նույն թիվը

հետաքրքիր է հենց այս պատճառով, հետևաբար անհետաքրքիր թիվ գոյություն ունենալ չի կարող: Լուծումների նպատակը, մասնավորապես, հետաքրքիր կամ անհետաքրքիր թվերի նույնականացումը չէ, այլ հարց բարձրացնելը, թե արդյոք թվերն սկզբունքորեն կարող են նման հատկություններ ունենալ:

Ապացույցի թույլ կողմը հստակության բացակայությունն է, թե ինչն է համարվում թվի «հետաքրքիրը»: Այնուամենայնիվ, եթե ենթադրենք, որ «հետաքրքիրության պրեդիկատը» կապված է «բնական թվերի հետաքրքիր հատկությունների» որոշակի վերջավոր ցանկի հետ, և այս ցանկը պարունակում է «ամենավոք թիվը, որը չունի որևէ հատկություն այս ցանկից», ապա. պարադոքս է առաջանում. Ինքնահղումը նույն կերպ օգտագործվում է սերտորեն կապված Berry պարադոքսի մեջ: Քանի որ պարադոքսը կայանում է «հետաքրքիր» սահմանման մեջ, այն վերաբերում է միայն թվերի որոշակի տեսակետ ունեցող մարդկանց. եթե մարդ բոլոր թվերն անհետաքրքիր է համարում և հետաքրքիր չի համարում, որ զրոն առաջին անհետաքրքիր թիվն է (այդ մարդու աշխարհընկալմամբ), ապա պարադոքսը չի առաջանում:

Եզրակացություն

Սովետությունների և պարադոքսների վրա աշխատանքը մտածողության և տրամաբանության ուսուցում է: Այն նպաստում է ուղեղի գործունեությանը: Մարդը վստահ և արագ կողմնորոշվում է կյանքի իրավիճակներում, որոնք պահանջում են ճիշտ որոշում կայացնել, գիտի ինչպես պաշտպանել իր կարծիքը: Նման մարդկանց հեշտ չէ խաբել, նրանց ներքաշել ֆինանսական կամ այլ բնույթի ցանկացած խարդախության մեջ: Սովետությունների վերլուծությունը, դրանցում սխալների որոնումը ծայրաստիճան արժեքավոր են մաթեմատիկայի դասավանդման ընթացքում, դրանք օգնում են աշակերտներին ու ուսանողներին ձևավորել մաթեմատիկական և տրամաբանական օրենքների հստակ պատկերացում, ինչպես նաև նախազգուշացնում են այս օրենքների կիրառման հնարավոր տիպային սխալները:

Անվերջ կարելի է խոսել մաթեմատիկական սոփիզմների, ինչպես նաև ընդհանրապես մաթեմատիկայի մասին: Սովիստիան փիլիսոփայության և մաթեմատիկայի խառնուրդ է, որը ոչ միայն օգնում է զարգացնել տրամաբանությունը և սխալներ փնտրել բանականության մեջ: Սովետությունը որպես այդպիսին հասկանալը (լուծելն ու սխալը գտնելը) միանգամից չի լինում, այն պահանջում է որոշակի հմտություն և հնարամտություն: Բնչ վերաբերում է ինձ, որոշ սոփիզմներ պետք էր մի քանի անգամ վերլուծել դրանք իսկապես հասկանալու համար, մինչդեռ որոշները, ընդհակառակը, շատ պարզ էին թվում:

Սովետստիայի և սովետների մասին պատմական տեղեկությունները օգնեցին ինձ հասկանալ, թե որտեղից է սկսվել սոփիզմների պատմությունը: Սկզբում կարծում էի, որ սոփիզմները բացառապես մաթեմատիկական են: Ավելին, կոնկրետ առաջադրանքների տեսքով, բայց սկսելով հետազոտություններ այս ոլորտում, ես հասկացա, որ սովետությունը մի ամբողջ գիտություն է, այսինքն՝ մաթեմատիկական սոփիզմները միայն մեկ մեծ շարժման մի մասն են: Սոփիզմների ուսումնասիրությունն իսկապես շատ հետաքրքիր և անսովոր է: Երբեմն դուք ինքներդ ընկնում եք սովետստի հնարքների, նրա դատողության անբասիրության վրա: Ձեր առջև բացվում է բանականության հատուկ աշխարհ, որն իսկապես ճշմարիտ է թվում: Սովետստության շնորհիվ դուք կարող եք սովորել սխալներ Եթե ցանկանում եք, կարող եք դառնալ հմուտ սովետստ, հասնել բացառիկ վարպետության պերճախոսության արվեստում կամ պարզապես փորձարկել ձեր հնարամտությունը ձեր հանգստի ժամանակ:

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Шамина, В. В. Математические парадоксы и софизмы / В. В. Шамина, В. Е. Матешин, А. А. Ефремова, О. В. Шмелева. — Текст : непосредственный // Юный ученый. — 2016. — № 6.1 (9.1). — С. 47-50.
2. А.Г. Мадера, Д.А. Мадера «Математические софизмы», Москва, «Просвещение», 2003г.
3. Ф.Ф. Нагибин, Е.С. Канин «Математическая шкатулка», Москва, «Просвещение», 1988г
4. Пельман Я. И. «Занимательная математика»
5. Игнатъев Е.И. «Математическая смекалка. Занимательные задачи, игры, фокусы, парадоксы». – Москва, изд. «Омега», 1994
- 6.
7. Лямин А. А., «Математические парадоксы и интересные задачи». –Москва, 1911
8. <https://school-science.ru/9/7/43529>
9. <https://moluch.ru/young/archive/9/639/>
10. [http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_charlotte WeinsteinPaperEdit.pdf](http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_charlotte>WeinsteinPaperEdit.pdf)
http://genius.pstu.ru/file.php/1/pupils_works_2013/Portnova.pdf
11. <https://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2014/09/06/referat-po-matematike-na-temu-paradoksy-i-sofizmy-v-matematike>
<https://zaochnik.ru/blog/5-samyh-interesnyh-paradoksov-v-matematike/>