



«ԻՆՏԵՐԱԿՏԻՎ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԶԱՐԳԱՑՈՒՄ»
ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ



ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ
ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ
ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2023

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ

Մաթեմատիկական

ճոճանակի և լարի տատանման խնդիրների հավասարումները
և նրանց լուծման մեթոդները

ԱՌԱՐԿԱ

Ֆիզիկա

ՀԵՂԻՆԱԿ

Արմինե Աղաբեկյան

ՄԱՐԶ

ք. Երևան

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ

174 հիմնական դպրոց

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ներածություն.....	3
ԳԼՈՒԽ1. Մաթեմատիկական ճոճանակի խնդիրը	
1.1 Բնության երևույթների մաթեմատիկական մոդելներ.....	5
1.2Տատանողական համակարգ՝ առաձգական ուժի ազդեցությամբ.....	8
1.3Մաթեմատիկական ճոճանակ.....	10
1.4 Բնակչության դինամիկայի պարզ մոդել.....	11
1.5 Գծային տատանում.....	12
1.6Մաթեմատիկական ճոճանակի վերաբերյալ խնդիրներ.....	16
ԳԼՈՒԽ2. Լարի տատանման խնդիրը	
2.1 Լարի տատանման հավասարումը և նրա լուծման մեթոդները.....	20
2.2 Դալամբերի մեթոդը, օրինակներ.....	29
2.3 Լարի տատանման հավասարման լուծման Ֆյուրեի մեթոդը, օրինակներ.....	30
2.4 Տատանվող լարի կիրառությունը նոր սերնդի արագացուցիչներում.....	34
Եզրակացություն.....	36
Գրականություն.....	38

ՆԵՐԱԾՈՒ ԹՅՈՒՆ

Սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների լուծումների հասկությունների ուսումնասիրման հետ կապված խնդիրներ են ծագում բնագիտության տարբեր ոլորտներում: Ամենակարեւորներից են սահմանափակվածների գոյության եւ յուրահասկության վերաբերյալ հարցերը (պարբերական, գրեթե պարբերական) լուծումներ: Բազմաթիվ ֆիզիկական եւ տեխնիկական խնդիրների ուսումնասիրությունը կրճատվում է նման հավասարումների լուծմամբ: Դիֆերենցիալ հավասարումների օգնությամբ նկարագրվում են ալիքային գործընթացներ և տատանումներ, հետևաբար, դիֆերենցիալ հավասարումների գործնական կիրառումը շատ բազմազան է:

Դիֆերենցիալ հավասարումները բացահայտ ձևով ընդգրկված չեն մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում, բայց հաշվի առնելով նրանց դերը բնության երևույթների նկարագրման հարցում, անհրաժեշտ է ավագ դպրոցում սովորողներին ծանոթացնել դիֆերենցիալ հավասարումների տեսության և նրանց կիրառություններին և ցույց տալ նրանց դերը բնագիտական առարկաների միջառարկայական կապերում:

Աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել որոշ բնության երևույթների նկարագրումը մաթեմատիկական մոդելների միջոցով, մասնավորապես, մաթեմատիկական ճոճանակի եւ լարի տատանման խնդիրները, որոնք նկարագրվում են դիֆերենցիալ և մաթեմատիկական ֆիզիկայի հավասարումների միջոցով:

Աշխատանքի խնդիրներն են դուրս բերել մաթեմատիկական ճոճանակի եւ լարի տատանման հավասարումները և լուծել համապատասխան Կոշիի խնդիրները, տարբեր սկզբնական պայմանների դեպքում: Ցույց տալ միջարկայական կապը մաթեմատիկա և ֆիզիկա առարկաների միջև: Դիտարկել բնագիտական առարկաների դպրոցական դասընթացների ծրագրերի շրջանակում նրանց կիրառելիության հարցը:

Աշխատանքը բաղկացած է ներածությունից, երկու գլուխներից, եզրակացությունից և օգտագործված գրականության ցանկից: Ներածությունում բերված է թեմայի արդիականությունը, աշխատանքի նպատակը և խնդիրները: Առաջին գլխում ուսումնասիրված են բնության երևույթների մաթեմատիկական մոդելները և, մասնավորապես, դուրս է բերված մաթեմատիկական ճոճանակի շարժման հավասարումը և լուծված են բազմաթիվ օրինակներ: Երկրորդ գլխում հետազոտված է լարի տատանման խնդիրը, դուրս է բերված շարժման հավասարումը: Բերված են լարի տատանման խնդրի լուծման մեթոդները: Տարբեր սկզբնական պայմանների դեպքում դիտարկված են Կոշիի խնդիրները: Եզրակացության մեջ շարադրված են աշխատանքի արդյունքներն ու հետազոտության ընթացում ստացված եզրահանգումները: Վերջում բերված է օգտագործված գրականության ցանկը:

ԳԼՈՒԽ 1. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՃՈՃԱՆԱԿԻ ԽՆԴԻՐԸ

1.1 Բնույթ ան երևույթների մաթեմատիկական մոդելներ:

Ինչպես գիտեք, ժամանակակից գիտության մեջ, ձգտելով նկարագրել դիտարկվող բնական կամ սոցիալական երևույթները, նշանակալի դեր է տրվում մաթեմատիկային: Դիֆերենցիալ հավասարումների տեսությունը, լինելով մաթեմատիկայի հիմնական ճյուղերից մեկը, միևնույն ժամանակ միշտ եղել և մնում է սերտորեն կապված ծրագրերի հետ:

Մաթեմատիկական համարելով մեզ շրջապատող աշխարհի գաղտնիքները ներթափանցելու միջոց, կարող ենք ասել, որ հետազոտության հիմնական մեթոդը իրական երևույթների մաթեմատիկական մոդելների ձևավորումն ու ուսումնասիրությունն է: Հետազոտելով ցանկացած երևույթ՝ գիտնականը առաջին հերթին ստեղծում է մաթեմատիկական իդեալականացում կամ, այլ կերպ ասած, մաթեմատիկական մոդել: Մաթեմատիկական մոդելը ոչ այլ ինչ է, քան մաթեմատիկական ձևով երևույթը նկարագրող հիմնական օրենքների գրանցում: Եվ շատ հաճախ այդ օրենքները կարող են արտահայտվել դիֆերենցիալ հավասարումների, ֆունկցիաների և դրանց ածանցյալների միջև փոխհարաբերությունների տեսքով: Նման արտահայտությունը թույլատրվում է շարունակական մեխանիկայի բազմաթիվ երևույթների մոդելներով, քիմիական ռեակցիաներով, հիմնարար ֆիզիկական փոխազդեցություններով, կենսաբանական և սնտեսական գործընթացներով և այլն:

Ուսումնասիրելով ձեռք բերված դիֆերենցիալ հավասարումները՝ հետազոտողը օգտակար տեղեկություններ է քաղում տեղի ունեցող երևույթների մասին, հաճախ կարող է պարզել դրանց անցյալը և կանխատեսել ապագան, ձեռք բերել գործընթացում տեղի ունեցող փոփոխությունների որակական գնահատականներ և նույնիսկ բացահայտել նոր երևույթներ, առաջադրել նոր վարկածներ, ինչը, թերեւս, կհանգեցնի ավելի կատարյալ գիտական հայացքների եւ փոքր -ինչ կբացի

շրջապատող աշխարհի գաղտնիքների շղարշը: Այսպիսով, դիֆերենցիալ հավասարումների տեսությունը լայնորեն օգտագործվում է գիտական խնդիրների լուծման մեջ ինչպես դրանց բովանդակության ճշգրիտ ձևակերպման, այնպես էլ նոր արդյունքներ ստանալու համար:

Միևնույն ժամանակ, պետք է հիշել, որ մաթեմատիկական մոդելը ինքնին օբյեկտ է և կարող է ունենալ իր սեփական հատկությունները, որոնք կապված չեն մոդելավորվող գործընթացի հետ: Մոդելը միշտ չէ, որ համարժեք է որոշակի երևույթի. Օրինակ՝ լուծման առկայությունից մինչև իրական խնդիր (դիտարկվող գործընթացի առկայությունը սովորաբար կասկածներ չի առաջացնում գիտնականների մոտ) չի հետևում համապատասխան լուծման առկայությանը: մաթեմատիկական խնդիր; կամ կարող է պարզվել, որ մաթեմատիկական խնդրի լուծումները շատ են. կամ լուծումը կայուն չէ տվյալների փոփոխությունների համար: Ահա թե ինչու դիֆերենցիալ հավասարումների տեսության հիմնական նպատակն է, առաջին հերթին, ուսումնասիրել դիֆերենցիալ հավասարումների լեզվով ձևակերպված խնդիրների էական հատկությունները. Դրանց ճշգրտության, լուծելիության, լուծումների, հարաբերությունների և հարաբերությունների որակական և քանակական բնութագրերի ուսումնասիրությունը: դասակարգում. Չնայած այն հանգամանքին, որ գիտական հանրությունը մի քանի դար է ուսումնասիրում է դիֆերենցիալ հավասարումները, այս նպատակը ընդհանրապես այնքան դժվար է, որ եթե ինչ-որ մեկը պատահական գրի դիֆերենցիալ դիֆերենցիալ հավասարում, ապա հավանականության մեծ աստիճանով աշխարհում ոչ մի մաթեմատիկոս չի կարող ասել որևէ բան այս հավասարման մասին:

Ներկայումս դիֆերենցիալ հավասարումների տեսությունը լայնածավալ և լայնորեն ճյուղավորված տեսություն է այլ գիտությունների հետ մշտական փոխազդեցության մեջ: Կիրառումները նրան տալիս են նոր խնդիրներ, որոնց լուծմամբ դիֆերենցիալ հավասարումների տեսությունը դիմում է մաթեմատիկայի այլ ճյուղերին, ինչպիսիք են հանրահաշիվը, ֆունկցիոնալ վերլուծությունը, ֆունկցիաների տեսությունը, երկրաչափությունը, հավանականության տեսությունը,

հաշվողական մաթեմատիկան: Միևնույն ժամանակ, մաթեմատիկայի թվարկված ճյուղերում առաջընթացն անխուսափելիորեն հանգեցնում է դիֆերենցիալ հավասարումների տեսության առաջընթացին, ինչը կրկին խթան է տալիս կիրառությունների զարգացմանը: Այլ կերպ ասած, ինչպես գրել է ակադեմիկոս Օլգա Արսենիննա Օլեյնիկը, դիֆերենցիալ հավասարումների տեսությունը «ընկած է մաթեմատիկական ճանապարհների խաչմերուկում», ծառայում է որպես կամուրջ մաքուր և կիրառական գիտությունների միջև, ցույց է տալիս հիմնարար գիտության նոր ուղղությունների ուղղությունը կիրառման ճանապարհին: միաժամանակ խթանելով մաթեմատիկական ապարատի կատարելագործումը՝ կիրառական կարիքներին ուշադրություն դարձնելով ...

Նյութական կետի մոդելը ամենակարևորներից մեկն է, քանի որ այս կամ այն կերպ այն ծառայում է որպես աղբյուր՝ գոյություն ունեցող մոդելների մեծ մասի կառուցման համար: Դա պայմանավորված է նրանով, որ մենք կարող ենք ցանկացած առարկա մոդելավորել նյութական կետով, եթե այս առաջադրանքի մեջ դրա չափը և ներքին կառուցվածքը կարող են անտեսվել: Նյութական կետի դիրքը սահմանելու համար հարկավոր է մուտքագրել կոորդինատային համակարգ: Նրա ծագումը կապված է ինչ -որ մարմնի հետ, որը կոչվում է տեղեկատու մարմին, և այս մարմնի համեմատական է, որ որոշվում է նյութական կետի դիրքը: Այն տարածությունը, որտեղ շարժվում են մեր ուսումնասիրած համակարգերը, սովորաբար համարվում է էվկլիդեսյան:

Տատանողական գործընթացները ամենատարածվածներից են ինչպես բնական պայմաններում, այնպես էլ տարբեր տեխնիկական կայանքներում: Մեր ամբողջ կյանքը բնութագրվում է ցերեկվա և գիշերվա, ամռան և ձմռան, ծննդյան և մահվան մշտական հորձանուտով: Միևնույն պետք է սեղմվի բուսական 60 անգամ՝ մեր մարմնին արյան և թթվածնի կենսատու ուժ հաղորդելու համար: Այս ռիթմի ցանկացած խախտում տագնապալի նշան է: Այսօր, հավանաբար, դժվար է գտնել տեխնիկական սարք կամ կենդանի օրգանիզմ, որում որոշակի պարբերական երևույթներ կամ գործընթացներ չեն դիտարկվի: Նրանք բոլորը նկարագրված են շատ նման

մաթեմատիկական մոդելներով: Նախքան այս մոդելները ձևակերպելը, հաշվի առնեք տատանումների համակարգերի մի քանի օրինակ:

1. 2 Տատանողական համակարգ՝ առաճականությամբ և ուժի ազդեցությամբ

Դիտարկենք առաջին աստիճանի ազատ մեխանիկական համակարգ: Մասնավոր դեպքում այն կարող է լինել նյութական կետ: Թող նյութական կետի վրա ազդի F ուժը, որը կոորդինատից կախված ֆունկցիա է, այսինքն կախված կետի դիրքից՝ կապված կոորդինատների սկզբնակետից:

$$m\ddot{x} = F(x). \quad (1.1)$$

(1.1) տիպի հավասարումը նկարագրում է տարբեր ֆիզիկական համակարգերի դինամիկան՝ բյուրեղային ցանցում ատոմների շարժումը, տատանողական կոնտուրում լիցքի փոփոխությունը, գրավիտացիոն շարժումը և այլն: F ֆունկցիաների լայն դասի համար ուժը կարելի է ներկայացնել աստիճանային շարքի տեսքով:

$$F(x) = F(0) + F'(0)x + \frac{F''(0)}{2}x^2 + \frac{F'''(0)}{6}x^3 + \dots, \quad (1.2)$$

որտեղ $F(0)$ – որոշակի հաստատուն ուժ է, որը ազդում է նյութական կետի վրա կոորդինատների սկզբնակետում: Հաճախ այդ ուժը կարելի է ընդունել հավասար զրոյի: Այնուհետև, եթե ածանցենք (1.2) $F' = -c$, որտեղ $c > 0$, և $F'' = F''' = \dots = 0$, մենք կստանանք գծային տատանումների հավասարումը

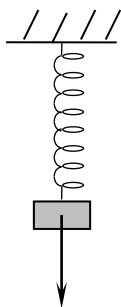
$$m\ddot{x} = -cx, \quad (1.3)$$

Իսկ այն դեպքում, երբ F ֆունկցիայի ամենաբարձր ածանցյալները զրո չեն՝ կունենանք ոչ գծային տատանումների հավասարումը

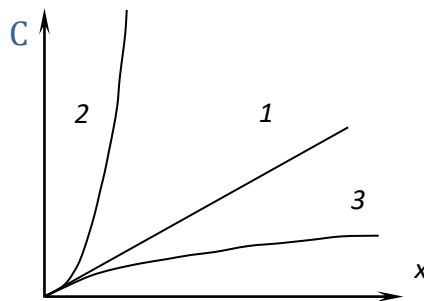
$$m\ddot{x} = -cx + \frac{F''}{2}x^2 + \frac{F'''}{6}x^3 + \dots \quad (1.4)$$

Այս հավասարման առաջին երկու անդամները պահելով, կունենանք քառակուսային ոչ գծային տատանում: Եթե զրոյից տարբեր են միայն (1.4) հավասարության աջ մասի առաջին և երրորդ անդամները, ապա կունենանք խորանարդային ոչ գծային տատանում և այլն:

(1.4) ոչ գծային հավասարումը նկարագրում է բնության մեջ տեղի ունեցող մի շարք տատանողական երևույթներ: Դիտարկենք երկու բնորոշ օրինակ: Առաջինը զսպանակից կախված m զանգվածով բեռի (նյութական կետի) շարժումն է (նկ 1.1): Կոորդինատների սկզբնակետը ընտրված է բեռի հավասարակշռության դիրքը: Երբ բեռը հավասարակշռության դիրքից շեղվում է x չափով, զսպանակի կողմից նրա վրա ազդում է $F(x)$ վերականգնող ուժը: Եթե $dF/dx = c = \text{const}$, զսպանակը կոչվում է գծային (նկ. 1.2, գծային 1). x միայն փոքր շեղումների դեպքում վերականգնող ուժը համեմատական է բեռի շեղմանը, երբ գործում է Հուկի օրենքը: Մեծ շեղումների դեպքում Հուկի օրենքը այլևս չի գործում, և մենք գործ ունենք «ոչ գծային» զսպանակի հետ: Այն կոչվում է կոշտ, երբ $|F(x)|$ ուժը աճում է $|x|$ -ից ավելի արագ, քան գծային զսպանակի համար (նկ. 1.2, կոր 2) և փափուկ, եթե $|F(x)|$ աճում է $|x|$ -ից ավելի դանդաղ, քան Հուկի օրենքի դեպքում (կոր 3):



Նկ. 1.1. Պարզ կախվածությունը տատանումների



Քիս. 1.2. Զսպանակի կոշտության երկարացումից մոդել

1. 3 Մաթեմատիկական ճոճանակ

Մաթեմատիկական ճոճանակ է կոչվում իդեալականացված համակարգը, որը բաղկացած է m զանգվածով նյութական կետից, որը կախված է չձգվող և անկշիռ թելից: Իրական ճոճանակը կարելի է համարել մաթեմատիկական, եթե թելի երկարությունը շատ մեծ է կախված մարմնի չափերից, թելի զանգվածը շատ փոքր է մարմնի զանգվածից, իսկ թելի դեֆորմացիաներն այնքան փոքր են, որ թելի երկարությունը կարելի է համարել անփոփոխ:

Քրիստիան Հյուգենսը կարևոր ավանդ ունի մեխանիկայի մի շարք հասկացությունների զարգացման գործում. Հյուգենսն առաջինն է օգտագործել ճոճանակը՝ ժամացույցի կանոնավոր ընթացքն ապահովելու համար, կառուցել առաջին ճոճանակավոր ժամացույցը (1657), արտածել է բանաձև մաթեմատիկական և ֆիզիկական ճոճանակների տատանումների պարբերության համար:

Որպես օրինակ՝ դիտարկենք մաթեմատիկական ճոճանակի շարժումը գրավիտացիոն դաշտում (նկ. 1.3): m զանգվածով նյութական կետը կախված է l երկարությամբ չձգվող թելից, այն հավասարակշռության դիրքից շեղել են φ անկյան տակ: Բեռի շարժման հավասարումը ունի հետևյալ տեսքը

$$m l \ddot{\varphi} = -mg \sin \varphi. \quad (1.5)$$

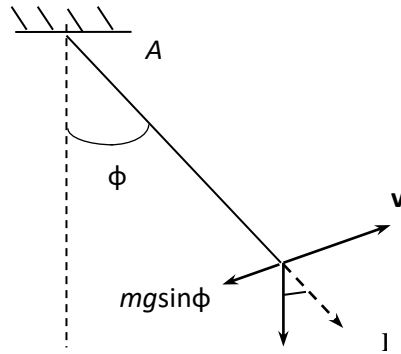
Բացելով $\sin \varphi$ -ն Թեյլորի շարքով մոտավոր հավասարումը կլինի

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{6} + \dots \quad (1.6)$$

Այսպիսով, մաթեմատիկական ճոճանակի փոքր տատանումները նկարագրվում են գծային տատանումների հավասարմամբ

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \varphi, \quad (1.7)$$

Իսկ հավասարակշռության դիրքից բեռի վերջավոր շեղումների դեպքում, մենք ունենք խորհանարդային ոչ գծային տատանում: Այնպես, ինչպես $|\sin \phi| < \phi$, պարզ է, որ մաթեմատիկական ճոճանակը համապատասխանում է փափուկ գապանակին:



Նկ.1.3. Մաթեմատիկական ճոճանակ

Այն դեպքում, երբ տատանումները տեղի են ունենում շփման ուժի ազդեցությամբ՝ համաչափ արագությամբ, հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} = -cx + \frac{F''}{2}x^2 + \frac{F'''}{6}x^3 + \dots \quad (1.8)$$

Այստեղ α – որոշակի շփման գործակից է:

1. 4 Բնակչ ու թյ ան դինամիկայ ի պրզ մոդել

Այժմ դիտարկենք բոլորովին էկզոտիկ խնդիր երկու փոխկապակցված կենդանատեսակների՝ N_2 գիշատիչների և նրանց N_1 որսի դինամիկայի վերաբերյալ: Գիշատիչների բացակայության դեպքում վերջիններիս աճը պայմանավորված է համապատասխան պայմանների առկայությամբ և համաչափ է դրանց թվին

$$\dot{N}_1 = \alpha N_1, \quad (1.9)$$

Սննդի բացակայության դեպքում գիշատիչների թիվը տեմպերով կնվազի

$$\dot{N}_2 = -\beta N_2.$$

Միասին ապրելիս տեսակների փոփոխության արագությունը նկարագրվելու է հավասարումների համակարգով:

$$\dot{N}_1 = \alpha N_1 - \gamma N_2 \quad \text{և} \quad \dot{N}_2 = -\beta N_2 + \delta N_1. \quad (1.10)$$

Այստեղ մենք ենթադրեցինք, որ որսի նվազման տեմպը համաչափ է գիշատիչների թվին, իսկ վերջիններիս վերարտադրության արագությունը՝ որսի թվին: Իրականում այս կախվածությունը որոշ չափով ավելի բարդ է, և հետագայում մենք կանդրադառնանք դրա քննարկմանը: Դիֆերենցելով առաջին հավասարումը ըստ ժամանակի և բացառելով գիշատիչների փոփոխության տեմպերը, մենք հանգում ենք գիշատիչ պոպուլյացիայի հետևյալ հավասարմանը.

$$\frac{d^2 N_1}{dt^2} + \gamma \delta N_1 - \alpha \dot{N}_1 = \beta \gamma N_2,$$

Որը, ըստ էության, նույնպես գծային տատանվող հավասարում է, բայց բնակչության աճի տեմպերին համաչափ հավելյալ դիմադրողական ուժով և որոշ սկզբնական տերմիններով:

1. 5 Գծայ ին տատանում

Այսպիսով, մենք պարզեցինք, որ տատանումը չափազանց տարածված մոդել: Բնական է, որ այս մոդելի ուսումնասիրությունը սկսվի գծային տատանումների ամենապարզ օրինակով: Գծային տատանումը (1.3) հավասարմամբ նկարագրված համակարգ է, և եթե տատանվող մարմնի վրա գործում է արտաքին ժամանակից կախված $P(t)$ ուժը, ապա ըստ հավասարման

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = P(t). \quad (1.11)$$

Այստեղ $\omega = c/m$ –գծային տատանումների սեփական (ազատ) տատանումների մշտական հաճախականությունն է: Նշենք, որ (1.11) հավասարումը հաշվի չի առնում շփման ուժի հնարավոր առկայությունը:

Ազատ տատանումների համար ($P \equiv 0$) (1.11) հավասարման լուծումն ունի հետևյալ տեսքը

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi). \quad (1.12)$$

Եթե առկա է արտաքին ներդաշնակ ուժ, ասենք $P = f \cos(pt + \delta)$, ապա

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) + \frac{f}{\omega_0^2 - p^2} \cos(pt + \delta). \quad (1.13)$$

Ռեզոնանսի դեպքում ($p = \omega_0$)

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) + \frac{ft}{2\omega_0} \sin(\omega_0 t + \delta), \quad (1.14)$$

Այսինքն, երբ արտաքին ներդաշնակ ուժի հաճախականությունը համընկնում է սեփական տատանման հաճախականության հետ, հարկադիր տատանումների ամպլիտուդը ժամանակակից կախված աճում է գծային օրենքով: Այստեղ հարկ է նշել, որ սեփական հաճախականության տատանումների ռեզոնանսային ուժեղացումը ինքնին այդպիսի էկզոտիկ իրավիճակ չէ: Դրա համար հաճախ անհրաժեշտ չէ տատանումների վրա ազդել խիստ ռեզոնանսային ներդաշնակ խանգարումով: Բանն այն է, որ ֆունկցիաների բավականին լայն դասը կարող է ընդլայնվել Ֆյուրեի շարքով: Եթե այդպիսի ֆունկցիայով ազդենք տատանումների վրա, ապա դա համարժեք է նրան, որ նրա վրա ազդում են մի քանի ուժեր տարբեր հաճախականությամբ (Ֆյուրեի ամբողջ շարքը) և համակարգ ինքնին որոշակի պայմաններով կարող է հասնել իրեն անհրաժեշտ հաճախականության: Դա տեղի է ունենում, օրինակ ինքնաթիռի թևի սահմանային շերտում, երբ այս կամ այն պատճառով խանգարվում է հոսքը, հանկարծ սկսում է կտրուկ աճել:

(1.13) լուծումը որոշում է տատանումների լայն դաս: Եկեք պարզենք, թե որ լուծումներն են պարբերական: Պարբերական լուծումներն են համար, առանց ընդհանրությունների, կարելի է ընդունել $\delta = 0$, իսկ որպես սկիզբ՝ ժամանակի սկիզբը, երբ արագությունը $\dot{x}(0) = 0$: Եթե, բացի այդ $x(0) = A$, ապա (1.13) լուծումը հանգում է հետևյալին

$$x(t) = \left[A + \frac{f}{p^2 - \omega_0^2} \right] \cos \omega_0 t - \frac{f}{p^2 - \omega_0^2} \cos pt. \quad (1.15)$$

Այս լուծումը կլինի պարբերական հետևյալ (և միայն այդ) դեպքերում.

$$(i) \quad B = A + \frac{f}{p^2 - \omega_0^2} = 0 \quad (\text{սեփական հաճախականությամբ տատանումները չեն$$

լինում);

$$(ii) \quad \omega_0 = p/n \quad (n\text{-ը ցանկացած ամբողջ թիվ է, } B \neq 0);$$

$$(iii) \quad \omega_0 = mp \quad (m\text{-ը ցանկացած ամբողջ թիվ է, } p\text{-ացի մեկից } B \neq 0);$$

$$(iv) \quad \omega_0 = mp/n \quad (m, n\text{-ամբողջ պարզ թվեր են, } B \neq 0).$$

Առաջին դեպքում $x(t)$ լուծումը, ակնհայտ է, ունի $2\pi/p$ պարբերություն, հավասար հարկադրական ուժի պարբերությանը, տատանման լայնույթը կախված է ազատ տատանման ω հաճախականությունից: Հենց այդպիսի տատանումը կանվանենք հարմոնիկ (իհարկե, հարմոնիկ հանդիսանում են և համակարգի սեփական տատանումները): (ii) դեպքում (1.15) լուծման փոքրագույն պարբերությունը $2\pi/\omega_0 = 2\pi n/p$ հավասար է ազատ տատանումների պարբերությանը և n անգամ մեծ է հարկադրական տատանումների պարբերությունից: Ֆյուրեի շարքում նման լուծման ընդլայնման ժամանակ մենք գտնում ենք տատանումներ՝ n անգամ փոքր հաճախականությամբ, քան հարկադրական տատանումների հաճախականությունը: Ավելի ցածր հաճախականությամբ տատանումները (հարկադրական տատանումների հաճախականության համեմատ) կոչվում են ենթահարմոնիկ:

Լուծման (iii) դեպքում պարբերությունը հավասար է արտաքին ուժի $2\pi/p$ պարբերությանը, ինչպես և առաջին դեպքում: Միայն թե այդ տատանումները տարբեր են: (iii) դեպքը երկու տատանումների սուպերպոզիցիան է, որոնց ամենապոքր պարբերությունները տարբեր են, մինչդեռ ներդաշնակ տատանումները (դեպք (i)) բաղկացած են մեկ ներդաշնակությունից: (iii) դեպքում տատանումները կոչվում են ուլտրահարմոնիկ:

Վերջապես, (iv) դեպքում $x(t)$ լուծումն ունի $2m\pi/\omega = 2\pi n/p$ պարբերություն, այդ ժամանակ, երբ արտաքին ուժը ունի $2\pi/p = 2m/n\omega_0$ պարբերություն: Հետևաբար,

տատանման ամենափոքր պարբերությունը այստեղ այնպես է, ինչպես (ii) դեպքում (n անգամ մեծ արտաքին տատանման պարբերությունից): Միևնույն ժամանակ ,այս տատանումների պարբերությունը չի համընկնում սեփական տատանումների պարբերությանը,և m անգամ մեծ է վերջինից:

Իրական տատանողական համակարգի վրա ազդում է դիմադրության ուժը, արդյունքում սեփական տատանումները միշտ դառնում են մարող (իսկ մի քանի դեպքերում ընդհանրապես չեն առաջանում).Շփման ուժի առկայության դեպքում (ii), (iii) և (iv) տատանումները, որոնց գոյության համար պահանջվում է սեփական և հարկադրական տատանումների միաժամանակյա առկայություն, երբեք չեն նկատվի, քանի որ ազատ տատանումները թուլանում են:Այսինքն՝ գծային համակարգում, այդ դեպքում տեղի կունենան միայն հարկադրական ուժի ազդեցությամբ ներդաշնակ տատանումներ:Այնուամենայնիվ, ուշագրավ է, որ ոչ գծային համակարգում բոլոր չորս դեպքերը կարող են առաջանալ նաև մածուցիկ շփման առկայության դեպքում:

Քանի որ մաթեմատիկական ճոճանակը կարելի է պատկերացնել որպես ֆիզիկական ճոճանակի մասնավոր դեպք, ենթադրելով, որ նրա ամբողջ զանգվածը կենտրոնացված է զանգվածի կենտրոնում, ապա տեղադրելով (1.1) արտահայտությունը պարբերության բանաձևի ($T= 2\pi\sqrt{(G/mgl)}$) մեջ՝ կստանանք փոքր տատանումների համար մաթեմատիկական ճոճանակի տատանումների պարբերությունը.

$$T=2\pi\sqrt{(l/g)} \quad (1.16)$$

Համեմատելով պարբերության և (1.16) բանաձևերը՝ տեսնում ենք, որ եթե ֆիզիկական ճոճանակի բերված երկարությունը հավասար է մաթեմատիկական ճոճանակի երկարությանը, ապա այդ ճոճանակների պարբերությունները իրար հավասար են: Հետևաբար, ֆիզիկական ճոճանակի բերված երկարությունն այնպիսի մաթեմատիկական ճոճանակի երկարությունն է, որի տատանումների պարբերությունը համընկնում է տրված ֆիզիկական ճոճանակի պարբերության հետ:

1. 6 Մաթեմատիկական ճոճանակի վերաբերյալ ինդիքներ

Խնդիր 1: Ազատ անկման արագացումը փորձի միջոցով որոշելիս աշակերտը ստացավ, որ 1մ երկարություն ունեցող մաթեմատիկական ճոճանակը 30 տատանումը կատարում է 62վ-ում: Որքա՞ն է ազատ անկման արագացումը ըստ այդ տվյալների:

Լուծում՝

Քանի որ $T=t/N$, մյուս կողմից էլ $T=2\pi\sqrt{l/g}$, ապա

$$g = \frac{4\pi^2 l^2 N^2}{t^2} = 9.23 \text{մ/վ}^2$$

Խնդիր 2: Մաթեմատիկական ճոճանակներից մեկի պարբերությունը 3վ է, իսկ մյուսինը 4վ: Ի՞նչ պարբերությամբ կտատանվի այն ճոճանակը, որի երկարությունը հավասար է այդ ճոճանակների երկարությունների գումարին:

Լուծում՝

Օգտվելով Հյուգենսի բանաձևից՝

$$l_1 = \frac{T_1^2 g}{4\pi^2}, l_2 = \frac{T_2^2 g}{4\pi^2}$$

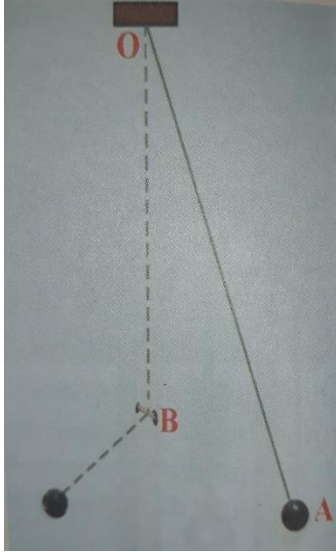
Ստացված ճոճանակի երկարությունը կլինի.

$$l = l_1 + l_2 = \frac{g}{4\pi^2}(T_1^2 + T_2^2)$$

Իսկ պարբերությունը կլինի.

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

Խնդիր 3: Օ կետում ամրացված թելից կախված է գնդիկ: Թելով գունդը շեղում են դեպի A կետը և բաց թողնում: B կետում ամրացված է մեխ, որը թեքում է թելը, երբ գնդիկը դեպի ձախ է շարժվում: Որոշել գնդիկի լրիվ տատանումների պարբերությունը, եթե $OA=0.4\text{մ}$, $OB=0.3\text{մ}$:



Լուծում՝

Գնդիկի պարբերությունը հավասար է առանձին մասերի պարբերությունների կիսագումարին.

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi \left(\sqrt{l_1/g} + \sqrt{l_2/g} \right) = 0.942 \text{ ք}$$

Խնդիր 4: 55.8սմ երկարությամբ ճոճանակ ունեցող ժամացույցի ընթացքը ճիշտ է: Ինչքանո՞վ էտ կընկնի ժամացույցը 24ժ-ում, եթե ճոճանակի երկարությունը 0.5սմ-ով մեծացվի: Ճոճանակը համարել մաթեմատիկական:

Լուծում՝

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

Մեկ տատանման ժամանակ ճոճանակը էտ է ընկնում $(T_1 - T)$ ժամանակով:

$$N = \nu t = \frac{t}{T} \text{ տատանման ժամանակ էտ կընկնի } \Delta t = N(T_1 - T) = \frac{t(T_1 - T)}{T} = 386 \text{վ:}$$

Խնդիր 5: Ինչքանո՞վ էտ կընկնի ճոճանակավոր ժամացույցը մեկ օրվա ընթացքում՝ բևեռից հասարակած տեղափոխելիս: Բևեռում ժամացույցի ընթացքը ճիշտ էր: Ազատ անկման արագացումը բևեռում ընդունել 9.832 մ/վ², հասարակածում՝ 9.78մ/վ²:

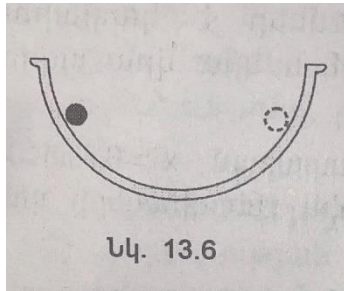
Լուծում՝

$$T_{\text{բ}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{\text{բ}}}} \qquad T_{\text{գ}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{\text{գ}}}}$$

Մեկ տատանման ժամանակ ճոճանակը էտ է ընկնում $(T_{\text{հ}} - T_{\text{բ}})$ ժամանակով: $N = \frac{t}{T}$

$$\text{տատանման ժամանակ այն էտ կընկնի } \Delta t = \frac{t}{T_{\text{հ}}} (T_{\text{հ}} - T_{\text{բ}}) = 229 \text{վ:}$$

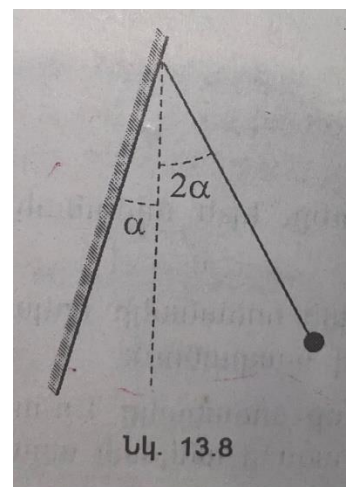
Խնդիր 6: Փոքրիկ մարմինն ազատ տատանումներ է կատարում գոգավոր թասի մակերևույթին (նկ. 13.6): Որոշել այդ տատանումների պարբերությունը, եթե մակերևույթի կորության շառավիղը 0.4մ է: Շփումը և օդի դիմադրությունը անտեսել:



Լուծում՝

Գունդը տատանվում է այնպիսի պարբերությամբ, ինչպես $l = R$ երկարությամբ ճոճանակը $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 1.256$ վ:

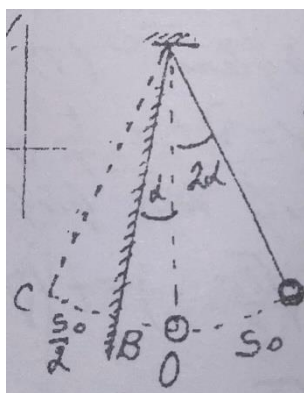
Խնդիր 7: 1մ երկարությամբ մաթեմատիկական ճոճանակը կախված է թեք պատից: Ճոճանակն ուղղաձիգից շեղելով պատի և ուղղաձիգի կազմած անկյան կրկնապատիկին հավասար անկյամբ՝ բաց են թողնում (նկ. 13.8): Որոշել ճոճանակի տատանումների պարբերությունը, եթե գնդիկի հարվածները պատին բացարձակ առաձգական են:



Լուծում՝

Եթե չլիներ B պատը, գնդիկը B դիրքից կհասներ եզրային C կետը t_1 վ-ում և նույնքան ժամանակում էլ կվերադառնար B դիրքին: Այսինքն կկորցներ $2t_1$ ժամանակ: C-ից B անցնելու ժամանակը որոշենք այսպես՝ $s = s_0 \cos \omega t$ $\frac{s_0}{2} = s_0 \cos \omega t_1$ $\omega t_1 = \frac{\pi}{6}$ $\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6}$ $t_1 = \frac{T}{6}$

Պատի առկայության դեպքում՝ $T_1 = T - 2t_1 = T - \frac{T}{3} = \frac{2}{3} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 1.33$ վ:



Խնդիր 8: Մաթեմատիկական ճոճանակը տեղափոխվում է Երկրից Լուսին: Քանի՞ անգամ՝ ա) կմեծանա ճոճանակի

տատանումների պարբերությունը, բ) պետք է փոքրացնել ճոճանակի երկարությունը, որպեսզի տատանումների հաճախությունը մնա անփոփոխ: Լուսնի զանգվածը 81 անգամ փոքր է Երկրի զանգվածից, իսկ շառավիղը 3.6 անգամ փոքր է Երկրի շառավիղից:

Լուծում՝

$$ա) \quad \frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g}} = \sqrt{\frac{G \frac{m}{R^2}}{G \frac{m}{r^2}}} = \sqrt{\frac{R^2 m}{r^2 M}} = 2.5$$

$$բ) \quad T = T_0 \quad 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g_0}} \quad \frac{l_1}{G \frac{m}{r^2}} = \frac{l_2}{G \frac{M}{R^2}} \quad \frac{r^2 l_1}{m} = \frac{R^2 l_2}{M} \quad \frac{r^2 l_1}{m} = \frac{r^2 (3.6)^2 l_2}{81m}$$

$$81l_1 = 12.96l_2 \quad \frac{l_2}{l_1} = 6.25$$

ՉԼՈՒԽ2. ԼԱՐԻ ՏԱՏԱՆՄԱՆ ԽՆԴԻՐԸ

2. 1 Լարի տատանման հավասարու մը և նրալ ու ծման մեթոդները

Այստեղ ցույց կտանք, թե ինչպես են կիրառվում Ֆյուրեի շարքերը լարի տատանման խնդիրները լուծելիս: Լար ասելով հասկաում ենք բարակ թել, որը ազատ կարող է ծռնվել, այսինքն ոչ մի դիմադրություն ցույց չի տալիս ձևը փոխելիս, եթե միայն այն չի վերաբերում երկարացմանը:

Դիտարկենք մի լար, որը ժամանակի սկզբին համընկնում է Ox առանցքի $0 \leq x \leq l$ հատվածի հետ: Մենք կենթադրենք, որ $x = 0$ և $x = l$ ծայրերը գտնվում են Ox առանցքի վրա: Թող լարը ձգվի \bar{F} և $-\bar{F}$ ուժերով՝ կիրառված լարի ծայրերին և ուղղվի Ox առանցքի երկայնքով: Եթե լարը հանենք հավասարակշռության դիրքից և բաց թողնենք, ապա ձգող ուժի ազդեցության տակ լարի բոլոր կետերը կսկսեն շարժվել՝ ձգտելով վերադառնալ իրենց սկզբնական դիրքին: Վերադառնալով իրենց դիրքին՝ լարի յուրաքանչյուր կետ արդեն կունենա որոշակի արագություն և, իներցիայով, կանցնի իր հավասարակշռության դիրքից: Առաձգական ուժերը կդանդաղեցնեն կետերի հետագա շարժումը և այլն: Այսպես, լարը կկատարի մի քանի տատանողական շարժում: Հարցը, այս շարժման ուսումնասիրումն է:

Մի քանի ենթադրություններ անենք: Նախ մենք ընդունենք, որ լարին հավասարակշռության վիճակից հանելուց, նրան տալիս ենք որոշակի գծի ձև: Քանի որ լարի ծայրերը Ox առանցքի վրա են, ապա $U(0) = U(l) = 0$ այս պահանջը պետք է դրվի $U(x)$ գծային ֆունկցիայի վրա: Երկրորդ, մենք ենթադրում ենք, որ լարի յուրաքանչյուր կետ կատարում է միայն լայնական տատանումներ, որոնք ուղղահայաց են Ox առանցքին: Երրորդ, մենք ենթադրում ենք, որ լարի տատանումները փոքր են, որ Ox առանցքից լարի կետերի շեղումների քառակուսիները կարող են անտեսվել: Բացի այդ մենք կենթադրենք, որ ամբողջ շարժման ընթացքում լարը կպահպանի հաթր ձևը, ինչը նշանակում է, որ Ox առանցքով լարին շոշափող α անկյունը փոքր է և կարելի է համարել՝ $U'_x \ll 1$ ($\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$): Ի վերջո մենք

համարում ենք, որ լարը համասեռ է, և դրա չձգված վիճակում լարի միավոր երկարության զանգվածը համարվում է նրա խտությանը հավասար: Վերցնենք լարի որևէ կետ, որը ժամանակի $t = 0$ պահին ունի x արագիս: Քանի որ այդ կետը Ox առանցքի նկատմամբ շարժվում է ուղղահայաց, ապա ժամանակի ընթացքում նրա x արագիցը չի փոխվում: Նրա y օրդինատը կախված կլինի ժամանակից, ինչպես նաև նրանից, թե որ կետի մասին է խոսքը, այն է՝ այս կետի x արագիսից, այսինքն օրդինատը կլինի ֆունկցիա x -ից ու t -ից կախված: Այս ֆունկցիան այսուհետև կնշանակենք $U(x, t)$: Հասկանալի է, որ այն պետք է համապատասխանի սահմանային պայմաններին՝

$$U(0, t) = U(l, t) = 0 \quad (2.1)$$

և սկզբնական պայմաններին՝

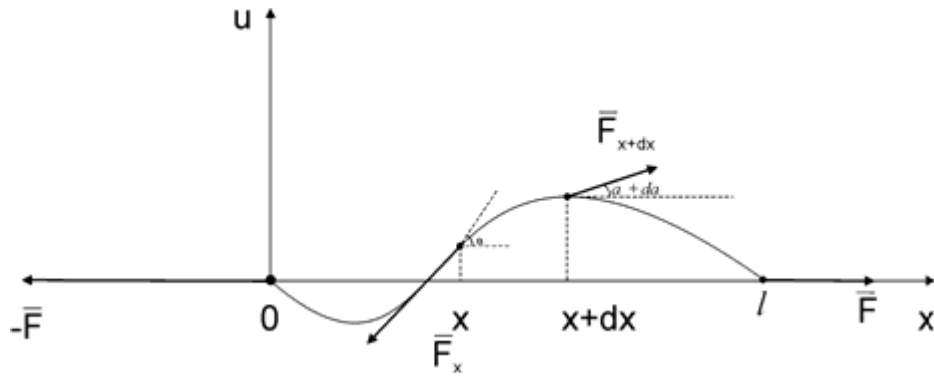
$$U(x, 0) = \varphi(x), U_t'(x, 0) = \Psi(x), \quad (2.2)$$

(2.2)-ի առաջինն արտահայտում է, որ լարին տրված է ձև, իսկ երկրորդը նշանակում է, որ լարի կետերն ունեն սկզբնական արագություններ՝

$$\Psi(x) = 0:$$

Եկեք ֆիզիկական խնդիրը թարգմանենք մաթեմատիկայի լեզվով, այսինքն՝ գրենք դիֆերենցյալ հավասարումը, որը պետք է բավարարի $U(x, t)$ ֆունկցիային: Դրա համար լարը բաժանենք փոքր մասերի, այնպես որ $t = 0$ պահին համընկնի Ox առանցքի $[x, x+dx]$ հատվածին: Ժամանակի t պահին դա կլինի $U(x, t)$ լարի աղեղը: Այդ աղեղի երկարությունը՝

$$ds = \sqrt{1 + U_x'^2} dx,$$



Նկ.2.1

անտեսելով $U_x'^2$ (մենք ենթադրեցինք, որ $U_x' \ll 1$), կստանանք՝ $ds = dx$ (այսինքն լարը ձգված չէ): Նշված հատվածի զանգվածը հավասար է $\rho \cdot dx$: Այդ մասի վրա կկիրառվեն ձգող ուժեր: Թող x կետի լարվածությունը լինի հավասար F_x : Այդ դեպքում նրա ծայրերին կկիրառվեն F_x և F_{x+dx} ուժերը:

Նրանք ուղղված են այդ կետերով տարված շոշափողով: Նշանակենք լարի կետերի համապատասխան անկյունները α և $\alpha + d\alpha$ -ով (նկ. 2.1). Նշանակենք լարի կետերի վրա ազդող ուժերի համագործը \bar{R} -ով, իսկ արագացումը \bar{W} -ով: Ապա շարժման հավասարումը վեկտորական տեսքով կլինի՝

$$\rho \cdot dx \bar{W} = \bar{R} \quad (2.3)$$

Պրոյեկտելով այս հավասարումը Ox առանցքի վրա, կունենանք՝

$$\rho \cdot dx W_x = R_x \quad (2.4)$$

(R_x -ը \bar{R} ուժի պրոյեկցիան է Ox առանցքի վրա, իսկ F_x -կետի լարվածության թվային արժեքը, որոնց արքսիսը x -է):

Քանի որ լարի կետերը շարժվում են Ox առանցքին ուղղահայաց, ապա $W_x = 0$, հետևաբար $R_x = 0$: Բայց

$$R_x = F_{x+dx} \cos(\alpha + d\alpha) - F_x \cos \alpha = F_{x+dx} - F_x,$$

Քանի որ $\cos(\alpha + d\alpha) = \cos \alpha = 1$: Սա համեմատելով $R_x = 0$ հավասարության հետ, կստանանք, որ $F_{x+dx} = F_x$: Սա նշանակում է, որ լարվածության չափը չի փոխվում լարի երկայնքով: Բայց, քանի որ լարի ծայրորում կա \overline{F} լարվածությունը, ապա F_x, F_{x+dx} փոխարեն կգրենք \overline{F} :

Պրոյեկտելով (2.3) հավասարումը Oy առանցքի վրա, կունենանք՝

$$\rho \cdot dx W_y = R_y. \quad (2.5)$$

Քանի որ $W_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, իսկ $R_y = F \sin(\alpha + d\alpha) - F(\sin \alpha) = F d\alpha$, ապա (2.5) կլինի

$$\rho dx \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = F d\alpha \Rightarrow \rho \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{d\alpha}{dx},$$

Բայց $\operatorname{tg} \alpha = U'_x = \frac{\partial U}{\partial x}$. Այստեղից $\frac{d\alpha}{dx} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$.

Անտեսելով $\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2$, կստանանք $\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$.

Այդ դեպքում հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad (2.6)$$

որտեղ $\rho = \alpha^2$: (2.6) հավասարումը կոչվում է լարի ազատ տատանումների հավասարում կամ ալիքի հավասարում:

Այսպիսով, մեխանիկական խնդիրը վերածվեց զուտ մաթեմատիկականի (մենք ստացանք լարի տատանման գործընթացի մաթեմատիկական մոդելը)՝ գտնել լուծում (2.5) հավասարման համար, որը բավարարում է (2.1) և (2.2) սկզբնական և սահմանային պայմաններին: Գոյությունն ունեն տարբեր եղանակներ այս խնդիրը լուծելու համար: Մեթոդներից մեկը առաջարկվել է XYIII դարում Դ. Բեռնուլիի կողմից: Հետագայում՝ արդեն XIX դարում, այս մեթոդը համակարգված կերպով

կիրառվել Ֆյուրեի կողմից մի շարք թերմոդինամիկական խնդիրներ լուծելու համար, այդ իսկ պատճառով այն անվանվել է Ֆյուրեի մեթոդ: Այդ մեթոդը մենք կքննարկենք հետագայում: Այն նախ պահանջում է մեկ կարևոր խնդրի լուծում, որը կոչվում է սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների խնդիր: Այնուամենայնիվ, մենք կլուծենք մեկ օժանդակ խնդիր՝ գտնել $U = U(x, t)$ ֆունկցիան, որը բավարարում է հետևյալ պահանջներին՝

1. $U(x, t) \neq 0$;
2. $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$;
3. $U(0, t) = U(l, t) = 0$;
4. $U(x, t) = X(x)T(t)$.

(2.7)

Տարբերությունը այս և այն խնդրի միջև, որ մենք պետք է լուծենք, այն է, որ մենք $U(x, t)$ որոնվող ֆունկցիայից չենք պահանջում, որ այն բավարարի սկզբնական պայմաններին, որտեղ $U_t' = 0$, բայց պահանջում ենք, որ այն ունենա հատուկ Δ և $X(x)T(t)$ և լինի տարբեր գրոյից:

Փոփոխված խնդիրը լուծվում է բավականին պարզ և ունի բազմաթիվ թվով լուծումներ, որոնցից կարելի է կազմել մեր հիմնական խնդրի լուծումը:

Այսպիսով, ենթադրենք ունենք (2.7) առաջին պայմանը:

Դրանից բխում է, որ գոյություն ունի այնպիսի (x_0, t_0) կետ, որ $U(x_0, t_0) \neq 0$.

Այդ դեպքում $X(x_0)T(t_0) \neq 0$, այսինքն $T(t_0) \neq 0$. Տեղադրենք $t = t_0$ սահմանային պայմանում՝

$$X(0)T(t_0) = X(l)T(t_0) = 0.$$

Այսպիսով, պարզ է, որ փնտրվող $X(x)$ ֆունկցիան պետք է բավարարի հետևյալ պայմանները՝

$$X(0) = X(l) = 0. \tag{2.8}$$

Տեղադրելով (2.7)-ի չորրորդ $U(x, t)$ պայմանը երկրորդում, կստանանք՝

$$XT' = a^2 X''T, \text{ այսինքն } \frac{X''}{X} = \frac{T'}{a^2 T}. \quad (2.9)$$

Ուշադրություն դարձնենք, որ (2.6) աջ մասը կախված չէ X -ից: Համապատասխանաբար, և ձախ մասն էլ չպետք է կախված լինի X -ից: Մյուս կողմից, այս ձախ կողմը կարող է լինել միայն X -ից ֆունկցիա, $X = X(x)$. Նշանակում է, որ հավասարության ձախ և (աջ) մասերը պետք է լինեն հստատուն: Մենք այն կնշանակենք (առայժմ անհայտ) μ -ով:

Ենթադրենք, որ $X = 0$: Ապա (2.8)-ից հետևում է $X'' = 0$. Այստեղից $X' = 0$ և $X(x) = C_1 X + C_2$, այսինքն X -ը պետք է լինի գծային ֆունկցիա: Տեղադրելով X -ը $X(0) = X(l) = 0$ -ի մեջ, կստանանք՝

$$\begin{cases} C_1 \cdot 0 + C_2 = 0, \\ C_1 l + C_2 = 0, \end{cases} \Rightarrow C_1 = C_2 = 0,$$

Այսինքն, $X(x) \equiv 0$, իսկ նրա հետ նաև $U(x,t) \equiv 0$, ինչը հակասում է (2.6)-ի առաջին ենթադրությանը: Այսպիսով, $\mu = 0$ խնդրին օժանդակ լուծում չկա:

Ընդունենք, որ $\mu > 0$, այսինքն $\mu = \lambda^2$, որտեղ λ կարելի է դրական համարել: Ապա

$$\frac{X''}{X} = -\lambda^2 \Rightarrow X'' - \lambda^2 X = 0$$

Այս հավասարման ընդհանուր լուծումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$X(x) = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x}$$

Օգտագործելով $X(0) = X(l) = 0$ սահմանային պայմանը, կստանանք՝

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 0, \\ C_1 e^{\lambda l} + C_2 e^{-\lambda l} = 0. \end{cases}$$

Լուծելով այս համակարգը, կգտնենք $C_1 = C_2 = 0$. Սա հանգեցնում է $X \equiv 0$, ինչը հակասում է (2.7)-ի առաջին պայմանին: Եվ այսպես, $\mu > 0$ անհավասարությունը անհնար է:

Ենթադրենք $\mu < 0$, այսինքն $\mu = -\lambda^2$, որտեղ $\lambda > 0$: Այդ դեպքում

$$\frac{X''}{X} = -\lambda^2 \Rightarrow X'' + \lambda^2 X = 0$$

Լուծելով այս հավասարումը՝ կունենանք

$$X(x) = C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x \quad (2.10)$$

Սահմանային պայմանը տալիս է $C_2 = 0$. Փոխարինելով C_1 -ը C -ով, կունենանք $X = C \sin \lambda x$ ($C \neq 0$), իսկ երկրորդ պայմանը տալիս է $\sin \lambda l = 0$: Դա հնարավոր է միայն $\lambda l = n\pi$, ($n = \pm 1, \dots$) դեպքում: Նշանակում է, λ -ի հնարավոր արժեքներն են $\lambda = \frac{n\pi}{l}$ ($n = 1, 2, \dots$), որոնց արդյունքում ստացվում են $X(x)$ -ի հետևյալ արտահայտությունները՝

$$X_n(x) = C_n \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (2.11)$$

Ընդ որում C_n -ը ցանկացած n -ի համար կարող է ընդունել ցանկացած արժեք (0-ի տարբեր): Նշենք, որ այստեղ մենք լուծել ենք սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների խնդիրը: Հետևաբան, λ_n թվերը և X_n ֆունկցիաները կոչվում են համապատասխանաբար՝ սեփական արժեքներ, իսկ ֆունկցիաները՝ սեփական ֆունկցիաներ, որոնք համապատասխանում են սեփական արժեքներին:

Ընտրելով λ -ի հնարավոր արժեքը և տեղադրելով (2.9)-ի մեջ, կստանանք՝

$$\frac{T''}{a^2 T} = -\lambda^2 = -\frac{n^2 \pi^2}{l^2}$$

Այսինքն՝

$$T(t) = A \sin \frac{an\pi t}{l} + B \cos \frac{an\pi t}{l}, \quad (2.12)$$

որտեղ A և B - ն կամայական հաստատուններ են: Փոխարինելով T -ն T_0 տառով և սահմանելով $C_n A = A_n$, $C_n B = B_n$, մենք ստանում ենք օժանդակ խնդրի լուծումների անսահման բազմություն՝

$$U_n(x,t) = \left(A_n \sin \frac{cn\pi t}{l} + B_n \cos \frac{cn\pi t}{l} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (2.13)$$

Նշենք, որ մեր հավասարումը և $U(0,t) = U(l,t) = 0$ պայմանը գծային են և համասեռ, այսինքն այնպիսին են, որ դրանց բավարարող ֆունկցիաների հանրագումարը, նույնպես լուծված կլինի: Դրա համար

$$U_n(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \sin \frac{cn\pi t}{l} + B_n \cos \frac{cn\pi t}{l} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (2.14)$$

Ֆունկցիան, շարքի ձգտելու պայմանով՝ նույնպես կլինի լուծում: Որպեսզի (2.14)

ֆունկցիան ունենա սկզբնական պայմանի լուծումը, պետք է ընտրվի A_n և B_n -ը այնպես, որ բավարարեն (2.2) նախնական պայմաններին:

(2.2) -ի առաջին պայմանը տալիս է

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi x}{l} = \varphi(x) \quad (2.15)$$

Դիֆերենցելով (2.14)-ը, կստանանք՝

$$U'_t(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{cn\pi}{l} \left(A_n \cos \frac{n\pi ct}{l} - B_n \sin \frac{n\pi ct}{l} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (2.16)$$

(2.16) հարաբերությունը պահելու համար, մենք պետք է դնենք $A_n = 0$ ($n = 1, 2, \dots$):

(4.15) հարաբերությունը ասում է, որ B_n գործակիցները պետք է հավասար լինեն $\varphi(x)$ ֆունկցիայի գործակիցների հետ՝ տրված $[0, l]$ հատվածում, Ֆյուրեի շարքի

$\sin \frac{n\pi x}{l}$ ֆունկցիայով: Այդ պատճառով՝

$$B_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx \quad (2.17)$$

Այսպիսով, փնտրվող լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$U(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos \frac{n\pi at}{l} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (2.18)$$

որտեղ B_n որոշվում է (2.17)-ով:

Դիտողություններ

1) Ստացված լուծումը ունի պաշտոնական բնույթ, քանի որ մենք չենք ուսումնասիրել (2.18) շարքի ձգտումը: Միայն կարելի է ցույց տալ, որ եթե $\varphi(x)$ ֆունկցիան հարթ է $[0, l]$, հատվածի վրա, ապա շարքը համընկնում է և նրա $U(x,t)$ գումարը բավարարում է սկզբնական հավասարմանը և սկզբնական և սահմանային պայմաններին:

2) Խնդրի լուծման կիրառական մեթոդը սովորաբար կոչվում է Ֆյուրյեյի մեթոդ կամ փոփոխականների տարանջատման մեթոդ կամ սեփական ֆունկցիաների մեթոդ:

(2.14) լուծումը՝ հաշվի առնելով $A_n = a_n \sin \varphi_x$, $B_n = a_n \cos \varphi_x$ կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$U(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \left(\frac{n\pi at}{l} + \varphi_x \right), \quad (2.19)$$

Այս շարքի յուրաքանչյուր անդամ այսպես կոչված կանգնած ալիք է, որի մեջ լարի կետերը կատարում են ներդաշնակ տատանողական շարժում՝ նույն φ_x փուլով,

$a_n \frac{\sin n\pi}{l}$ ամպլիտուդով և $\omega_n = \frac{n\pi a}{l}$ հաճախականությամբ:

2.2. Դպ ամբերի մեթոդը: Օրինակներ

Դիտարկելով լարի ազատ տատանումները, մենք պետք է լուծենք համասեռ հավասարումը

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.20)$$

Սկզբնական պայմանների դեպքում

$$u|_{t=0} = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = F(x) \quad (2.21)$$

Որտեղ $f(x)$ և $F(x)$ ֆունկցիաները տրվաց են ամբողջ թվային առանցքի վրա: Այսպիսի խնդիրը կոչվում է սկզբնական պայմաններով խնդիր կամ Կոշիի խնդիր: Այս խնդիրը կարող ենք լուծել վազոդ ալիքների մեթոդով: (2.20) հավասարման ընդհանուր լուծումը ունի հետևյալ տեսքը

$$u(x, t) = \varphi(x - at) + \psi(x + at) \quad (2.22)$$

Որտեղ φ և ψ ենթադրվում է, որ երկու անգամ դիֆերենցելի են:

Ընտրելով φ և ψ ֆունկցիաները այնպես, որ $u = u(x, t)$ ֆունկցիան բավարարի (2.21) սկզբնական պայմաններին, մենք հասնում ենք սկզբնական դիֆերենցիալ հավասարման լուծմանը:

$$u = \frac{f(x - at) + f(x + at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} F(z) dz$$

Օրինակ 1. Գտնել $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ հավասարման լուծումը, եթե

$$u|_{t=0} = x, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0$$

Լուծում. Քանի որ $a=1$, իսկ $F(x)=0$, ապա

$$u = \frac{f(x-at)+f(x+at)}{2}, \text{ որտեղ } u = \frac{x-t+x+t}{2} \text{ կամ } u=x$$

Պատասխան՝ $u=x$:

Օրինակ 2. Գտնել $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ հավասարման լուծումը, եթե

$$u|_{t=0} = 0, \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = x^3$$

Լուծում. Այստեղ $f(x)=0$, $F(x)=x^3$

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} z^3 dz = \frac{1}{8a} z^4|_{x-at}^{x+at} = \frac{1}{8a} ((x+at)^4 - (x-at)^4) = \\ &= \frac{1}{8a} (x^2 + 2axt + a^2t^2 + x^2 - 2axt + a^2t^2)(x^2 + 2axt + a^2t^2 - x^2 + 2axt - \\ &a^2t^2) = \frac{1}{8a} (2x^2 + 2a^2t^2) \cdot 2 \cdot 2axt = \frac{1}{a} (x^3at + xa^3t^3) = x^3t + xt^3a^2 \end{aligned}$$

Պատասխան՝ $u=x^3t + xt^3a^2$:

2.3 Լարի տատանման հավասարման լուծումը ֆուրյեի մեթոդով:

Օրինակներ:

$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ դիֆերենցիալ հավասարման լուծումը՝ $u|_{t=0} = \varphi(x)$, $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \psi(x)$ սկզբնական և $u|_{x=0} = 0, u|_{x=l} = 0$ սահմանային պայմաններով կարելի է ներկայացնել որպես անվերջ շարքի գումար՝

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{k\pi at}{l} + b_k \sin \frac{k\pi at}{l} \right) \cdot \sin \frac{k\pi x}{l}, \text{ որտեղ} \\ a_k &= \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx, \quad b_k = \frac{2}{k\pi a} \int_0^l \psi(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx \end{aligned}$$

Զրոյական սահմանայի պայմանները համապատասխանում են 1 երկարությամբ լարի տատանումներին՝ $x=0, x=l$ եզրակետերում:

Օրինակ 1. 1 երկարության լարը եզրերում ամրացված է: Ժամանակի սկզբնական պահին նա գտնվում է $x=l/2$ կետում՝ $l/10$ հեռավորության վրա,

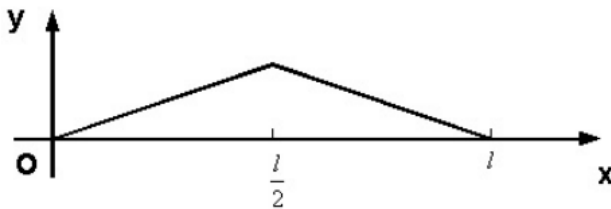
այնուհետև բաց է թողնվում առանց հրելու: Ֆյուրեի մեթոդով որոշվում է լարի կետերի $u(x,t)$ շեղումը ժամանակի ցանկացած պահին:

Լուծում: Առաջադրված խնդրում մենք գործ ունենք ազատ տատանումների հետ, որի երկու ծայրերը ամրացված են: Դրա լուծումը կկրճատվի հետևյալ մաթեմատիկական խնդրով: Պահանջվում է գտնել $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ հավասարման լուծումը (այստեղ $a^2 = T/\rho$, T - լարի լարումն է, ρ - լարի խտությունը), բավարարելով հետևյալ սկզբնական և սահմանային պայմանները:

1. Սկզբնական պայման

$$a) u(x, 0) = \varphi(x) = \begin{cases} \frac{x}{5}, & 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ \frac{-1}{5}(x - l), & \frac{l}{2} \leq x \leq l \end{cases}$$

բ) $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \psi(x) = 0$ (քանի որ լարը բաց էր թողնված առանց հրելու, հետևաբար նրա կետերի արագությունը պետք է հավասար լինի զրոյի):



2. Եզրային պայման՝ $u(0,t)=0$, $u(l,t)=0$: Ֆիզիկապես սա նշանակում է, որ լարի $x=0$ և $x=l$ կետերը ամրացված են:

Հաշվելով a_n -ը, կստանանք

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx = \frac{2}{l} \frac{1}{5} \left(\int_0^{l/2} x \sin \frac{\pi n x}{l} dx + \int_{l/2}^l (l-x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx \right) =$$

$$= \frac{4}{5l} \cdot \frac{l^2}{\pi^2 n^2} \cdot \sin \frac{\pi n}{2}$$

Այսպիսով, $a_n = \frac{4}{5} \cdot \frac{l}{\pi^2 n^2} \cdot \sin \frac{\pi n}{2}$ ($n = 1, 2, \dots$): Նշենք, որ գույգ n -ի դեպքում մենք ունենք $a_n = 0$, քանի որ $\sin \frac{\pi n}{2} = \sin \frac{2\pi k}{2} = 0$

Ոչ գույգ $n=2k-1$ դեպքում ունենք՝ $\sin \frac{\pi n}{2} = \sin \frac{(2k-1)\pi}{2} = (-1)^{k-1}$ ($k=1, 2, \dots$):

Վերջնական a_n գործակցի համար կստանանք $a_{2n-1} = (-1)^{n-1} \frac{4l}{5\pi^2(2n-1)^2}$ ($n = 1, 2, \dots$):
 $a_{2n} = 0$

Քանի որ քննարկվող խնդրի մեջ $\psi(x)=0$, ապա $b_n=0$ ($n=1, 2, \dots$), համապատասխանաբար

Օրինակ 2. 1 երկարության լարը՝ ծայրերը ամրացված, այնպես է թեքված, որ ունի սինուսոիդի ձև $u = 2\sin \frac{\pi x}{l}$, և բաց է թողնված առանց սկզբնական արագության: Գտնել լարի տատանման օրենքը:

$$\text{Պատասխան՝ } u(x, t) = 2\cos \frac{\pi at}{l} \sin \frac{\pi x}{l}$$

Օրինակ 3. $x=0$ և $x=l$ ծայրերը ամրացված լարը ժամանակի սկզբնական պահին ունի այնպիսի տեսք, որ որոշվում է $u(x, 0) = 2\sin \frac{5\pi x}{l}$ հավասարմամբ: Լարի կետերի սկզբնական արագությունը որոշվում է հետևյալ առնչությամբ՝ $\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 3\sin \frac{4\pi x}{l}$

Գտնել լարի կետերի $u(x, t)$ տեղափոխությունը:

$$\text{Պատասխան՝ } u(x, t) = \frac{3l}{4\pi a} \sin \frac{4\pi at}{l} \sin \frac{4\pi x}{l} + 2\cos \frac{5\pi at}{l} \sin \frac{5\pi x}{l}$$

Օրինակ 4. Լուծել $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + bshx$ հավասարումը՝ զրոյական սկզբնական և սահմանային պայմաններով $u(0, t)=0$, $u(l, t)=0$:

Ցուցում՝ Լուծումը պետք է փնտրել $u(x, t) = v(x) + w(x, t)$ գումարի տեսքով, որտեղ $v(x) - \square \quad a^2 v''(x) + bshx = 0$ հավասարման լուծումն է՝ բավարարելով

եզրային պայմաններին՝ $v(0) = v(l) = 0$, իսկ w -ն $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ հավասարման լուծումը՝ $w(0, t) = 0, w(l, t) = 0$ պայմաններով.

$$-\frac{2b\pi shl}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2\pi^2 + l^2} \cos \frac{n\pi at}{l} \sin \frac{\pi x}{l}$$

$$w(x, 0) = -v(x), \frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} = 0$$

Պատասխան՝ $u(x, t) = \frac{b}{a^2} \left(\frac{x}{l} shl - shx \right) + \frac{2b}{a^2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos \frac{n\pi at}{l} \sin \frac{\pi x}{l}$

Օրինակ

5.Լուծել

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + bx(x -$$

$l)$ $u(0, t) = 0, u(l, t) = 0$:
 $l) \frac{\partial u}{\partial t}(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial t}(l, t) = 0$ և սահմանային պայմաններով

Պատասխան՝ $u(x, t) = -\frac{bx}{12} (x^3 - 2x^2l + l^3) + \frac{8l^4}{\pi^5} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \frac{(2n+1)\pi t}{l} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{l}}{(2n+1)^5}$

Օրինակ 6. Գտնել լարի տատանման օրենքը, որի ծայրերը ամրացված են $x = -l$ և $x = l$, իսկ ժամանակի սկզբնական պահին լարի կետերը շեղված էին պարաբոլի ձևով՝ լարի կենտրոնի նկատմամբ համաչափ, ընդ որում առավելագույն սկզբնական շեղումը հավասար է h -ի:

$$u(x, t) = \frac{32h}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \cos \frac{2n+1}{2l} \pi x \cdot \cos \frac{2n+1}{2l} \pi at$$

2.4 Տատանվող լարի կիրառությունը ու նրա սերնդի արագացուցիչներում

Նոր սերնդի արագացուցիչները պահանջում են փնջերի պրոֆիլավորման գործիքներ, որոնք շատ բարձր ճշգրտությամբ և միաժամանակ մեծ դինամիկ տիրույթում ունեն հնարավորություն չափելու շատ փոքր և մեծ թվով մասնիկներ և տարբեր չափերի փնջեր լավ տարածքային լուծումով: Արագացուցչի փնջի պրոֆիլի չափումները իրականացվում են տատանվող լարի մոնիտորների միջոցով (SLU) ինչպես ջերմային, այդպես էլ ռեզոնանսային սկզբունքով գործելու համար: Առաջին սկզբունքով ցածր հոսանքով փնջի պրոֆիլավորումը հնարավոր է իրականացնել օգտագործելով տատանվող լարի հաճախության հսկայական կախումը լար ներթափանցող մասնիկների ջերմության ազդեցությունից: Առաջարկվում է տատանվող լարի նոր տիպի մոնիտորների տեսակ, որտեղ տատանվող լարը օգտագործվելու է որպես ռեզոնանսային թիրախ: Տատանվող լարի հայտնի հաճախությունը թույլ է տալիս բացառել երկրորդային / անդրադարձված մասնիկների բարձր մակարդակի ֆոնը և առանձնացնել միայն պրոֆիլի վերականգնման համար անհրաժեշտ ազդանշանը:

Արագացուցչի փնջի պարամետրերի ճշգրիտ իմացությունը թույլ է տալիս, օգտագործելով տվյալ ինֆորմացիան, օպտիմիզացնել այդ պարամետրերը, և դարձնել նրանց համապատասխան տարբեր էքսպերիմենտների կատարման համար՝ ընդլայնելով փնջերի կիրառելիության սահմանները: Արագացուցչի փնջի կարևոր պարամետրերից է նրա լայնական պրոֆիլը: Շատ դեպքերում կարևոր են ոչ միայն փնջի լայնական չափերը այլ նաև մասնիկների բաշխվածությունը լայնական կտրվածքում: Նոր սերնդի արագացուցիչները պահանջում են փնջերի պրոֆիլավորման գործիքներ, որոնք շատ բարձր ճշգրտությամբ և միևնույն ժամանակ մեծ դինամիկ տիրույթում թույլ է տալիս օրինակ, չափել չափազանց փոքր և մեծ քանակությամբ մասնիկների (հալո/կենտրոն) բարձր հոսանքներով արագացուցիչներում (օրինակ արագացուցիչ `IFMIF - International Fusion Materials

Irradiation Facility) – տրամադրված է բարձր էներգիայի նեյտրոնների արտադրության համար - Ռեյտրոններ 40 ՄԷՎ - 250 մԱ փնջերի հոսանքի դեպքում [1]), շատ բարակ փնջերով արագացուցիչներում (օրինակ, նոր սերնդի սինխրոտրոնային ճառագայթման աղբյուրներում [2]) եւ այլն: Հայտնի գործող սկզբունքով լարային սկաներների լայնորեն օգտագործվում են տարբեր տիպի փնջերի պրոֆիլների չափումների համար: Այդ սկզբունքը կայանում է նրանում, որ չափվում է լարի վրա փնջի ցրման արդյունքում առաջացած երկրորդական մասնիկները/ճառագայթումը: Նման սկզբունքով աշխատող սկաներների հիմնական թերություններն են՝ լրացուցիչ չափման համակարգի անհրաժեշտությունը և ֆոնի զգալի ազդեցությունը վակուումային

ԵԶՐԱԿԱՅՈՒ ԹՅՈՒՆ

Այսպիսով, մաթեմատիկայի կիրառություններում սովորական դիֆերենցիալ հավասարումները և մաթեմատիկական ֆիզիկայի հավասարումները կարևոր տեղ են գրավում: Նրանց օգտագործումը ամենաարդյունավետ և տարածված միջոց է բնագիտության, տեխնիկայի և հասարակագիտության տարբեր ոլորտների զանազան կիրառական խնդիրների լուծման համար: Բազմաթիվ բնության երևույթներ լրիվությամբ նկարագրվում են դիֆերենցիալ հավասարումների օգնությամբ:

Մաթեմատիկական ֆիզիկայի հավասարումներով նկարագրվող ֆիզիկական երևույթների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ այդ հավասարումների հետ մեկտեղ առաջանում են լրացուցիչ պայմաններ, որոնց բնույթն էապես ազդում է դրանց լուծումների ուսումնասիրության վրա: Մաթեմատիկական ֆիզիկայի շատ խնդիրներ բերվում են ինտեգրալ և ինտեգրադիֆերենցիալ հավասարումների:

Ֆիզիկական երևույթների մաթեմատիկական մոդելների ուսումնասիրությունը ոչ միայն հնարավորություն է տալիս ստանալ այդ երևույթները նկարագրող մեծությունների քանակական բնութագրերը, այլև խորանալ այդ երևույթների ֆիզիկական էության մեջ և, երբեմն էլ, կանխատեսել նոր օրինաչափություններ:

Հայտնի է, որ Նյուտոնի ժամանակներից ի վեր դիֆերենցիալ հավասարումները եղել են մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի հիմնական կապող օղակներից մեկը՝ ինչպես վերլուծության կարևոր զարգացումների, այնպես էլ ֆիզիկական տեսությունների հետևողականության և արդյունավետ ձևակերպման մեջ:

Գաղտնիք չէ, որ ուսուցման արդյունավետության, ինչպես նաև կրթության որակի բարձրացման ուղիներից մեկը միջառարկայական կապերի վեր հանումն ու անմիջական կիրառումն է ուսուցման գործընթացում, քանզի այդ կապերի շնորհիվ է, որ դպրոցական դասընթացը դառնում է ամբողջական, իսկ ուսուցումն էլ՝ առավել արդյունավետ և նպատակային:

Միջառարկայական կապերը ժամանակակից աշխարհում գիտության և հասարակության մեջ տեղի ունեցող ինտեգրացիոն գործընթացների անմիջական և կոնկրետ արտացոլանքն են: Այդ կապերը կարևոր դեր են խաղում սովորողների պրակտիկ և տեսական գիտելիքների յուրացման գործընթացում:

Միջառարկայական կապերի վեր հանումն օգնում է սովորողների ձեռք բերած գիտելիքները դարձնել գործնականում առավել իմաստալից և կիրառելի: Այդ կապերը էական դեր են խաղում սովորողների մոտ համակարգային մտածողության զարգացման գործընթացում: Դրանք հնարավորություն են տալիս որևէ ուսումնական առարկայի ուսուցման արդյունքում ձևավորված կարողությունները և հմտությունները փոխանցել այլ առարկաների բնագավառ: Դիդակտիկայի տեսակետից միջառարկայական կապերի օգտագործումը որոշակիորեն բարձրացնում է ուսուցման գիտական մակարդակը և նպաստում մատուցվող նյութի հեշտ յուրացմանը: Կարևորելով միջառարկայական կապերի դերը ուսուցման պրոցեսում, Յան Ամոս Կոմենսկին իր «Մեծ դիդակտիկա» աշխատությունում շատ դիպուկ նշում է՝ «առվակները» պետք է միաձուլվեն միմյանց մեջ և հոսեն դեպի «գետը», ի նկատի ունենալով, որ միևնույն խնդրի, պրոբլեմի վերաբերյալ տարբեր առարկայական, գիտական պատկերացումները՝ «առվակները» պետք է փոխլրացնեն միմյանց և միախառնվելով, հոսեն դեպի իմացության «գետը»:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Рудяк В.Я. Математические модели природных явлений и технологических процессов. – В 2 ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – Ч. I. – 181 с.
2. В.И.Филипенко, И.Д.Михайлова, Уравнения математической физики. Шахты – 2002, 45 стр.
3. Աֆյան Ս.Ղ. Մաթեմատիկական ֆիզիկայի հավասարումներ: 2000, էջ 21
4. Վ.Վ. Ստեպանով, Դիֆերենցիալ հավասարումների դասընթաց;- Երևան 1948
5. Գ.Մ. Ֆիլստենգոլց, Մաթեմատիկական անալիզի հիմունքներ;-Երևան 1970, առաջին հատոր
6. Հ.Գ. Ղազարյան, Ա.Հ. Հովհաննիսյան, Տ.Ն. Հարությունյան Գ.Ա. Կարապետյան – Սովորական դիֆերենցիալ հավասարումներ –Երևան 2002
7. Ա.Գ. Դալումյան Ա.Վ.Ցուցուլյան, Ա.Ա.Սարգսյան –Սովորական դիֆերենցիալ և ինտեգրալ հավասարումներ-Երևան 2011.
8. Баврин И. И. Высшая математика. Учебное пособие для студентов хим.- биол. фак. пед. ин-тов М., Просвещение, 2006, 240 с.
9. Виленкин Н. Я. и др. Дифференциальные уравнения Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. М., Просвещение, 2008, 176 с.
10. Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения М. ИЛ 1953, т1, 1954 т.2.
11. Тихонов А.Н., Самарский А.А., Уравнения математической физики. 1999.