

ՎԱՐԴԱՆԱՆՔ ԿՐԹԱՀԱՄԱԼԻՐ

Ուսուցիցների պարտադիր վերապատրաստում

## Հետազոտական աշխատանք

Թեմա՝ Տեքստային խնդիրների լուծման մեթոդներ  
Ուսուցիչ՝ Նունե Կոնջորյան  
Ղեկավար՝

2023թ.

## ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկայի դերը մեր կյանքում հսկայական է: Անհնար է պատկերացնել գիտությունն ու տեխնիկական առաջընթացը, մարդկային գործունեության տարբեր ոլորտներ առանց մաթեմատիկայի: Շատերը մտածում են՝ մաթեմատիկան «չոր» գիտություն է, միայն թվերի հետ կատարվող գործողություններ, բարդ բանաձևեր և դժվար խնդիրներ: Իրականում մաթեմատիկան բացի գիտությունից նաև մտածողություն է: Այն զարգացնում է երեխայի տրամաբանությունը, վերլուծական և կշռադատական միտքը, ճշգրիտ դատողություններ անելու կարողությունը, զարգացնում է ուշադրությունը, սովորեցնում չհանձնվել ու լինել նպատակասլաց:

Դպրոցում մաթեմատիկայի ուսուցումը կատարվում է ինչպես ավանդական, այնպես էլ նոր մեթոդներով: ՏՀՏ-ի կիրառումը դասապրոցեսում օգնում է ուսումնական նյութը ներկայացնել անիմացիաներով, ձայնա-տեսային տեղեկատվությունով, արդյունավետ անցկացնել ուսումնական գործընթացը, որի արդյունքում աշակերտների համար յուրացվող նյութը դառնում է առավել մատչելի և հետաքրքիր:

Մաթեմատիկա ուսուցանելու ժամանակ մեծ է կարևոր դեր ունի խնդիրների լուծումը: «Խնդիր» հասկացությունը արդեն գիտական հասկացություն է: Մարդկանց ամենօրյա գործունեությունը կապված է արդյունքում այն խնդրի լուծման հետ: Մաթեմատիկայի դասունթացի ուսուցման օրոշոնթացում ընդգծված տեղ է հատկացվում տեքստային խնդիրների լուծմանը: Խնդիրների միջոցով՝

1. ուսուցումը կատարվում է դասերի հետ.
2. մեկնաբանվում են թվաբանական գործողությունների՝
  - ա) իմաստները
  - բ) միջև գոյություն ունեցող կապերը
  - գ) որոշ օրենքների իմաստները,
  - դ) բաղադրիչների և արդյունքների միջև գոյություն ունեցող կապերը
3. զարգանում է աշակերտների տրամաբանական և ալգորիթմական մտածողությունը.
4. աշակերտների մեջ ձևավորվում է մտքերը մաթեմատիկական լեզվով արտահայտելու և գրառելու կարողություններ.
5. հարստացվում է աշակերտի բառապաշարը.
6. աշակերտների մեջ ձևավորվում են բնավորության այնպիսի գծեր, ինչպիսին են համառությունը, կամքը, ուշադրությունը և այլն.
7. աշակերտի մեջ առաջանում է սեր և հարգանք հայրենիքի, փոքրահասակների, մեծահասակների, աշխատանքի նկատմամբ և այլն:

այս պատճառով, որ

1. Տարբեր են սովորողների ընդունակությունները և ընդհանուր գիտելիքները,
2. Սովորողներին չի տրվում անհրաժեշտ գիտելիքներ խնդիրների ընկալման և լուծման համար: Հիմնականում սովորողների մոտ չի ամրապնդվում վերլուծելու կարողություն, չի տրամադրվում խնդիրներ լուծելու ընդհանուր մեթոդներ և մոտեցումներ:

Աշակերտների մի մասն ընդգրկվում են խնդրի լուծման ընթացքի մեջ, փորձում են հասկանալ խնդրի լուծման մեթոդը, սովորում են խնդիրները: Մյուսները դժբախտաբար չեն մտածում այդ մասին, փորձում են միայն ինչքան հնարավոր է արագ լուծել: Այդ սովորողները խնդիրը չեն վերլուծում անհրաժեշտ մակարդակով և չեն կարողանում ընտրել խնդիրների լուծման մեթոդները և եղանակները: Խնդիրները հաճախ լուծվում են միայն պատասխան ստանալու համար: Սովորողներից շատերի մոտ սխալ պատկերացում է իսկ խնդրի լուծման էության մասին: Ի՞նչպես կարող են սովորողները լուծել լուրջ խնդիր, եթե նրանք չեն պատկերացնում ինչպես վերլուծել խնդիրը: Ինչպես սխալող են լուծել ապացույց պահանջող խնդիրները, եթե նրանք չգիտեն ապացուցման իմաստը: Շատերի մոտ անհասկանալի է մնում կառուցման խնդրի տեսակի իմաստը, ի՞նչու և ե՞րբ պետք է ստուգել լուծումը և պահ:

## Գաղափար <<խնդիր>> հասկացության մասին

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում տեքստային խնդիրների լուծումը կարելի է դիտել որպես ուսուցման և՛ միջոց, և՛ մեթոդ, որոնց կիրառման արդյունքում յուրացվում է մաթեմատիկայի դասընթացի բովանդակությունը:

Մ.Ի. Սորոն և Ա. Մ. Պիշկալոն 7 աշխատությունումնշում են , որ խնդիրը բառերով ձևակերպված հարց է, որի պատասխանը տրվում է թվաբանական գործողություններ կատարելու միջոցով:

Ի. Վ. Շադրինան 16- ում թվաբանական խնդիրներից առանձնացնում է տեքստային խնդիրները և մեկնաբանում, որ դրանք այն խնդիրներն են , որոնցում տվյալների և անհայտների միջև եղած առնչությունները ձևակերպված են բառերով, որից ելնելով պետք է որոշել, թե որ թվերի հետ ինչ գործողություններ և ինչ հերթականությամբ պետք է կատարել խնդրի հարցին պատասխանելու համար:

Տեքստային խնդիրները բաղկացած են պայմանից և պահանջից . պայմանում տրված են լինում որոշ մեծությունների թվային արժեքները , որանց կապն ինչպես իրար, այնպես էլ անհայտ մեծության հետ: Այդ կապից ելնելով որոշվում է, թե ինչ գործողությունների միջոցով պետք է գտնվեն անհայտ մեծության թվային արժեքը: Խնդրի պահանջը հենց առաջադրված հարցն է (ամ հարցերն) է: Խնդրի պայմանի և պահանջի կապերի համակարգն ապահովում է ասույթային մոդել: Խնդրի կառուցվածքն պարզելու համար պետք է կատարել նրա ասույթային մոդելը:

Տեքստային խնդիրն իրենից ներկայացնում է որևէ իրական իրադրության բառային մոդելը: Որպեսզի այն լուծվի պետք է կառուցել դրա մաթեմատիկական մոդելը՝ պայմանանշանների օգնությամբ:

## Խնդիրների լուծման հիմնական փուլերը

Խնդիրների լուծման հիմնական պայմանը ինֆորմացիայի ճիշտ ընկալումն ու մշակումն է: Առաջին իսկ քայլերից երեխաները պետք է հասականան, որ հնարավոր չէ խնդիրը լուծել առանց խնդրի բովանդակականության ճիշտ ըմբռնման: Այնուհետև կատարվում է խնդրի համառոտագրումը, կազմվում է լուծման պլանը: Ուսումնական գործընթացում <<խնդիր լուծել>> նշանակում է ոչ միայն պատասխանել առաջադրված հարցին, այլ նաև բնութագրել պայմանից պահանջին անցնելու գործընթացն այնպես, որ այն հասկանալի լինի երեխաների համար: Խնդիրների հետ տարվող աշխատանքում մեծ տեղ պետք է հատկացնել մոդելավորմանը: Մոդելավորումը չի հակասում խնդրի բովանդակության համառոտագրմանը կամ գննական պատկերացմանը: Մոդել ասելով՝ պետք է հասկանալ մտովի կամ հատուկ կառուցված համակարգ, որը կոնկրետ կերպով արտացոլում է խնդրի բովանդակությունը:

Մոդելները կարելի է տրոհել 2 խմբի՝

1) առարկայական կամ նյութական մոդելներ՝

2) բառա-պայմանանշային մոդելներ, որոնք կարելի է բաժանել 3 խմբի

ա) տարբեր տեսակի նկարներ, սխեմաներ, գծագրեր և այլն,

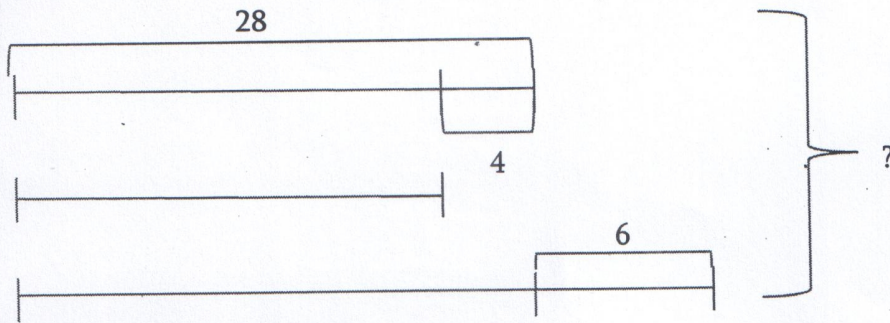
բ) տարբեր թվային արտահայտություններ, հավասարումներ, անհավասարումներ և այլն:

գ) իդեալական մոդել՝ տրամաբանական և այլն:

Ցույց տանք խնդրի մոդելի կառուցման օրինակ:

**Խնդիր:** 3 ավտոմեքենաներից առաջինին բարձեցին 28 արկղ խաղող, երկրորդին՝ 4 արկղ պակաս, իսկ երրորդին՝ 6 արկղ ավելի, քան առաջինին: Ընդամենը քանի՞ արկղ խաղող բարձեցին այդ երեք ավտոմեքենաներին:

Խնդիրը լուծելու համար նպատակահարմար է բառային ձևակերպումից անցնել մաթեմատիկական մոդելի՝ կառուցելով այսպիսի սխեմա.



Այսպիսի մոդելի կառուցումը կարելի է կատարել խնդրի վերլուծության ժամանակ, որը կնպաստի նրա բովանդակության ավելի մատչելի յուրացմանը:

Կառուցումից հետո աշակերտները հեշտությամբ կլուծեն թվաբանական եղանակով:

- 1) Քանի՞ արկղ խաղող բարձեցին երկրորդ ավտոմեքենային.  
 $28-4=24$ (արկղ)
- 2) Քանի՞ արկղ խաղող բարձեցին երրորդ ավտոմեքենային  
 $28-6=22$ (արկղ)
- 3) Ընդամենը քանի՞ արկղ խաղող բարձեցան երեք ավտոմեքենաներին  
 $24+22=46$ (արկղ)

Ցանկացած տեքստային խնդրի լուծում կատարվում է հետևյալ փուլերով.

1. Ծանոթացում խնդրի բովանդակությանը:
2. Խնդրի բովանդակության վերլուծություն, համառոտագրում, լուծման պլանի կազմում:

Այս փուլում պետք է բացահայտվում է, թե ինչ տվյալներ են հայտնի խնդրի պայմանում, ինչ կապ կա տվյալների, ինչպես նաև դրանց և անհայտ մեծության միջև, ինչ է պահանջում աշակերտը: Խնդրի վերլուծությունը կարելի է կատարել կամ վերլուծական (հարցից դեպի տվյալներ), կամ համադրական (տվյալներից դեպի հարց) եղանակով:

3. Խնդրի պլանի իրականացում:

Խնդրի վերլուծության ժամանակ փաստորեն որոշվում է լուծման եղանակը: Տարբերակում են խնդիրների լուծման հետևյալ եղանակները.  
ա) գործնական կամ առարկայական: Այս եղանակից օգտվում են առաջին դասարանում:

բ) Թվաբանական եղանակ: Այս եղանակով խնդիրների լուծումը կարող է գրառվել տարբեր ձևերով.

- գրառվում են կատարվող գործողություններն առանց մեկնաբանությունների,
- գրառվում են գործողություններն մեկնաբանություններով,

- գրառվում են առաջադրվող հարցերն և կատարվող գործողություններն:

զ) *Հանրահաշվական եղանակ*: Հավասարում կազմելու եղանակով խնդիրը լուծելու համար պետք է ճիշտ ընտրել անհայտը և կապեր ստեղծել տվյալների և անհայտի միջև:

#### 4. Խնդրի լուծման ստուգում:

Ստուգել խնդրի լուծումը, նշանակում է իմանալ այն ճիշտ է լուծված, թե ոչ: Խնդիրների լուծման ստուգման համար մեթոդիկալորում ընդունված են հետևյալ եղանակները.

- տարբեր եղանակներով խնդրի լուծում,
- տրված խնդրի հակադարձի կազմում և լուծում,
- խնդրի լուծման արդյունքում ստացած և պայմանում տրված թվերի միջև համապատասխանություն ստեղծելով,
- որոնելի մեծության թվային արժեքի սահմանների մոտավոր որոշում:

Աշակերտները ինքնուրույն աշխատելիս պետք

- Կարդան և յուրացնեն խնդրի բովանդակությունը:

Աշակերտը պետք է լավ հասկանա այն հն խայտնի է (տեքստում անձանոթ բառ չմնա), տվյալները ամենատարբեր կողմից վերլուծի: Հասկանա՝ որոնք են հիմնական (և մնացած) անհայտները ինչը պիտի գտնի, և խնդրի լուծման ամբողջ ընթացքում դրա մասին:

- Կառուցեն խնդրի լուծման ստղելը:

Խնդիրը, լավ և ճիշտ պարզեցնելու համար, որոշելու համար, անհրաժեշտության դեպքում նկարելով, գծապատկերելով, մանր առարկաներով խնդիրը պետք է ցուցադրել (մոդելավորել):

- Ընտրեն խնդրի լուծման համար հմապատասխան գործողություններ կամ արտահայտություն:

Խնդրի տրամաբանությունից, մեծությունների տրամաբանական կապերից ելնելով պիտի որոշել թվաբանական գործողությունը, ոչ թե՝ հակառակը:

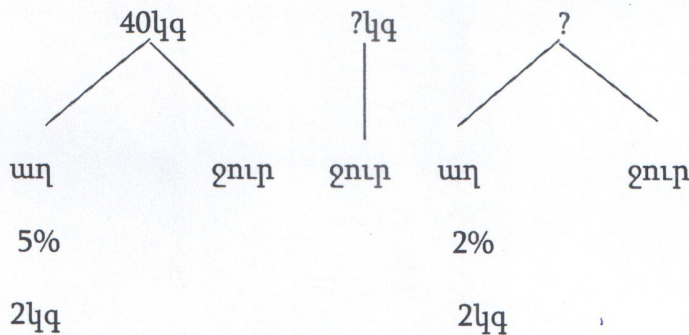
- Գրեն խնդրի լուծումը և ձևակերպեն պատասխանը:

Խնդրի պատասխանը գրելուց առաջ անպայման կարդալ խնդրի պահանջը, հարցը և նոր միայն պատասխանում գրել այդ հարցի պատասխանը: Խնդիրը լուծել նշանակում է խնդրում առաջադրված հարցի պատասխանը գտնել, տալ:

- Ստուգեն խնդրի լուծումը:

**Խնդիր:** Տվյալ ծովի ջուրը 5% աղ է պարունակում: 40կգ այս ծովի ջրին քանի՞ կգ թորած ջուր պետք է ավելացնենք, որ ստացված խառնուրդում աղը 2% լինի:

Ծովի ջրի 5%-ը աղ է, ինչքան էլ որ այդ ջրից վերցնենք: Ուրեմն, խնդրում ասվածը պատկերացնենք



Ավելացնում ենք թորած ջուր՝ մաքուր ջուր: Քանի որ գիտենք, թե որքան թորած ջուր ենք ավելացրել, ուրեմն չգիտենք նաև, թե արդյո՞ք մեր լուծույթը քանի կգ է դարձել:

Սակայն գիտենք, որ նոր լուծույթում էլ աղը թորած ջրի հետ աղ չի ավելացել, բայց այդ 2կգ -ը ամբողջի 2% -ն է: Եկամք դասադրել խաղրի. Ինչքան է ամբողջը (100%), եթե դրա 2%-ը 2կգ է: Դրա համար  $\frac{100}{2} = 100(\text{կգ})$ :

Ստացանք, որ 40կգ ծովաօրին ջուր ավելացնելով 100կգ լուծույթ են ստացել, ուրեմն 60կգ թորած ջուր են

Պատ.՝ 60կգ:

**Խնդիր:** Ըստ չվացուցակի կմ ճանապարհը գնացքը պիտի անցնել որոշակի ժամանակում: Տրոպե լուսագղանշանի մոտ կանգնելուց հետո, ժամանակին տեղ հասնելու համար մեքենավարը ավելացրեց գնացքի արագությունը 10 կմ/ժ-ով: Ի՞նչ արագությամբ գնացքը պիտի անցնել ճանապարհն ըստ չվացուցակի:

**Լուծում - Առաջին քայլ:** Կազմենք խնդրի հավասարումը:

Դիցուք, գնացքի արագությունը ըստ չվացուցակի  $x$  կմ/ժ է:

Քանի որ ճանապարհի երկարությունը 60 կմ է, ապա ըստ չվացուցակի նախատեսվում էր ճանապարհին անցնել  $\frac{60}{x}$  ժամում:

Փաստացի 60 կմ -ը գնացքն անցավ  $(x+10)$  կմ/ժ արագությամբ:

Հետևաբար, ճանապարհի վրա ծախսվեց  $\frac{60}{x+10}$  ժամ:



$\frac{60}{x}$  ժամ և  $\frac{60}{x+10}$  ժամ մեծություններից առաջինը 5 րոպեով, կամ որ նույնն է՝  $\frac{1}{12}$  ժամով մեծ է երկրորդից:

Այսպիսով, ստանում ենք հետևյալ հավասարումը՝  $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = \frac{1}{12}$ :

Երկրորդ քայլ: Լուծենք կազմած հավասարումը՝

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} - \frac{1}{12} = 0$$

Պահանջելով, որ հայտարարը զրո չդառնա՝  $12x(x+10) \neq 0$ , հավասարման ձախ մասը բերենք ընդհանուր հայտարարի՝

$$\begin{aligned} \frac{60(12(x+10))}{x} - \frac{60 \cdot 12x}{x+10} - \frac{1x(x+10)}{12} &= \frac{720(x+10) - 720x - x(x+10)}{12x(x+10)} \\ &= \frac{-x^2 - 10x - 100}{12x(x+10)} \end{aligned}$$

Հավասարեցնելով համար  $12x(x+10) \neq 0$ , կազմում ենք քառակուսային հավասարում՝  $-x^2 - 10x - 100 = 0$ , կամ  $x^2 + 10x + 100 = 0$

Գտնենք քառակուսային հավասարման արմատները՝

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100)}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{2800}}{2} = \frac{-10 \pm 52.915}{2}$$

$$x_1 = \frac{-10 + 52.915}{2}, \quad x_2 = \frac{-10 - 52.915}{2} = -31.4575$$

Երկու արմատն էլ բավարարում են  $12x(x+10) \neq 0$  պայմանին:

Երրորդ քայլ: Խնդրի պատասխանը:

Պետք է որոշել, թե ի՞նչ արագությամբ գնացքը պիտի անցներ ճանապարհն ըստ չվացուցակի:

Հենց այս մեծությունը մենք նշանակել ենք  $x$ -ով: Ստացանք, որ  $x=80$  կամ  $x=-90$ : Երկրորդ արմատը չի բավարարում, քանի որ գնացքի արագությունը չի կարող բացասական թիվ լինել: Ուրեմն, ընտրում ենք  $x=80$  արմատը, և հենց սա է խնդրում պահանջվող մեծությունը:

Պատասխան՝ 80 կմ/ժ:

Որպեսզի կարողանալ խնդիրներ լուծել, սովորողներին պետք է սովորեցնել շատ աշխատել: Նրանք պետք է գիտակցեն, որ միայն ինտենսիվություն և համառ աշխատանքի շնորհիվ է հնարավոր հասնել արդյունքի: Պատասխանում չէ, որ հայտնի մաթեմատիկոս Դ.Պոյան ասել է. «Եթե ցանկանում ես լողալ սովորել, ապա համարձակ ջուրը մտեք, իսկ եթե ցանկանում ես սովորել խնդիր լուծել, ապա լուծեք դրանք»:

Օգտագործված գրականության ցանկ

Ս. Իսկանդարյան, Ս. Իսկանդարյան, Տարրական դասարաններում  
խնդիրների ուսուցման մեթոդիկան, <<Զանգակ-97>>  
հրատակչություն, 2010թ

Գ. Բեդիրյան, Խնդիրների լուծման թվաբանական մեթոդներ

Ս.Ս. Նիկոլսկի, Մ.Կ.Պոտապով, Ն.Ն.Ռեշտենիկով, Ա.Վ.Շևկին ,  
Հանրահաշիվ 9-րդ դասարանի դասագիրք, Երևան <<Անտարես>> 2013

Նիկիտա Պողոսյան, Սովորենք մաթեմատիկա, օժանդակ ձեռնարկ V-  
IX դասարաններ