«ԱՐՄԱՎԻՐ 1» ՎԿ

ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՎՈՂ ՈՒՍՈՒՑՉԻ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Հետազոտության թեման՝ Մաթեմատիկական սխալների հոգեբանա-մանկավարժական վերլուծություն, դրանց կանխարգելման և վերացման ուղիներ

Հետազոտող ուսուցիչ՝ Սվետլանա Դավթյան

«Մեծամորի Ս. Գալստյանի անվան թիվ 2 ավագ դպրոց ՊՈԱԿ»

Մենթոր ուսուցիչ՝ Վարդանյան Շուշան

ԱՐՄԱՎԻՐ- 2023

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

1. ՆԱԽԱԲԱՆ

Գոյություն ունեն մաթեմատիկական սխալներ, որ առավել հաճախ են հանդիպում սովորողների մոտ: Մաթեմատիկական սխալների հոգեբանական վերլուծության նպատակը սխալի առաջացման պատճառը որոշելն է, իսկ մանկավարժության նպատակը՝ հաշվի առնելով սխալների առաջացման պատճառները՝ կանխարգելելու և վերացնելու ուղիներ ցույց տալը: Կատարելով մաթեմատիկական սխալների հոգեբանական և մանկավարժական ճիշտ վերլուծություն՝ հնարավոր է պարզել առաջադրանքի սխալ կատարման պատճառներն ու նպաստող գործոնները: Եթե բացակայում է առաջադրանքի ճիշտ կատարումն ապահովող պայմաններից և պատճառներից թեկուզ մեկը՝ աշակերտները կամ դժվարանում են, կամ կատարում են սխալներով: Դա հատկապես արտահայտվում է այն դեպքում, երբ սովորողն անում է սխալ տրամաբանական հետևություններ կամ այդ հետևությունների որևէ օղակ բացակայում է: Ուսուցչի ողջ վարպետությունը պետք է ուղղված լինի այն բանին, որ ճիշտ բացահայտի աշակերտի մտածողության մեջ առաջացած սխալը, բացահայտի պատճառը և բնույթը, մշակի սխալը վերացնելու ճիշտ ուղիներ: Փորձը ցույց է տալիս, որ սովորողները առավել շատ սխալներ թույլ են տալիս բարդ առաջադրանքեր կատարելիս: Փորձառու ուսուցիչը բարդ խնդիրներ և վարժություններ հանձնարարելուց առաջ լուծում է ավելի պարզերը, որոնք ընկած են բարդի հիմքում: Իսկ պարզ առաջադրանքների կատարման ժամանակ սխալների կանխարգելման համար անհրաժեշտ են կայուն գիտելիքներ և հմտություններ: Կարևոր եմ համարում տարբերակել մի քանի պատճառներ, որոնք նպաստում են մաթեմատիկական սխալների առաջացմանը.

1. Առաջնային եմ համարում աշակերտի ուշադրության, մտածողության թուլացումը, հոգնածությունը, նյարդային վիճակը, շտապողականությունը և այլն: Ուսուցիչը պարտավոր է հետաքրքրություն առաջացնել թեմայի նկատմամբ, ցույց տալ կապը մաթեմատիկայի և առօրյա կյանքի նկատմամբ, ապահովել աշակերտների ակտիվ մասնակցությունը՝ հենվելով նրանց անհատական և խմբային պատասխանատվության մեծացման և համագործակցային հմտությունների զարգացման վրա:
2. Կարևոր պատճառներից մեկը համարում եմ աշակերտի կողմից թույլ տրվող սխալի կայունությունը, որը հետագա ուսուցման ընթացքում դժվար է հաղթահարվում: Բավականաչափ ջանքեր են պահանջվում ուսուցչից բացահայտել սխալի առաջացման պատճառները, տալ հնարավոր սխալները կանխարգելող ցուցումներ, ժամանակին վերլուծել աշակերտի գրավոր աշխատանքները, ստուգել տնային աշխատանքը և այլն:
3. Սխալների առաջացման կարևոր պատճառ է նաև առավել թույլ տրամաբանական հետևությունների ճնշումը ուժեղ և սովորույթի ուժ ձեռք բերած հետևությունների կողմից: Հաճախ է հանդիպում, որ սովորողը նախկինում սերտած կամ ուսումնասիրած օրենքը կամ բանաձևը կիրառում է նոր պայմաններում, երբեմն ստանում հորինովի հատկություններ կամ պայմաններ, որ իրականում գոյություն չունեն:

Սխալների լուրջ պատճառ կարող է հանդիսանալ նաև մաթեմատիկայի դասավանդման ավանդական մեթոդիկան: Չնայած այն հանգամանքին որ ուսուցիչը բացատրում է նյութը մատչելի, տալիս ճիշտ սահմանումներ և մեկնաբանություններ, սակայն ավանդական մեթոդներով ուսուցանելիս սովորողի համար անհասկանալի է մնում ուսուցանվող նյութի տրամաբանությունը:

2. ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԱԿՆԱՐԿ

Առաջադրանքի ճիշտ կատարումը ապահովող պայմաններից և պատճառներից թեկուզև մեկի բացակայության դեպքում աշակերտները կամ չեն կարողանում կատարել առաջադրանքը, կամ կատարում են սխալներով:

Ըստ Զ.Ի. Սլեպկանի, առաջադրանքը սխալ է կատարվում երկու դեպքում.

1. երբ սովորողների մոտ զուգորդումների շղթան ճիշտ է, սակայն ամբողջական չէ, բացակայում է որևէ օղակ
2. երբ առաջադրանքը կատարելիս սովորողի մոտ սխալ զուգորդումներ են առաջանում:

Առաջին դեպքում պետք է ստուգել զուգորդումների ճիշտ շղթայի բոլոր օղակների կառուցվածքը և ճշտությունը, իսկ երկրորդ դեպքում՝ բացահայտել աշակերտի մտածողության մեջ առաջացած սխալ զուգորդումը, բացահայտել սխալի առաջացման պատճառը և բնույթը՝ նշելով սխալը վերացնելու ճիշտ ուղիները և այն փոխարինել ճիշտ զուգորդմամբ:

Մաթեմատիկական սխալների վերլուծության ընթացքում հարկ է հաշվի առնել մի շարք հոգեբանական օրինաչափություններ: Մասնավորապես, Պ.Ա. Շեստյովը գրում է.

«Սխալ կլինի կարծել, թե հոգեբանական և մանկավարժական տեսանկյուններից դժվար օրինակի, խնդրի լուծումը հանգում է մի շարք պարզ օրինակների հաջորդական լուծմանը: Բանն այն է, որ պարզ օրինակների լուծման ընթացքում, որոնք չեն մտնում ավելի բարդերի կազմի մեջ, աշակերտը ստանում է կոնկրետ առաջադրանք: Իսկ այնպիսի պարզ օրինակների լուծման ընթացքում, որոնք մտնում են ավելի բարդերի կազմի մեջ, որոշ կամ նույնիսկ բոլոր կոնկրետ առաջադրանքները պետք է առաջանան սովորողի գիտակցության մեջ նրա ունեցած գիտելիքների ակտուալիզացիայի միջոցով»:

Սովորողների մոտ անհրաժեշտ գիտելիքների ակտուալիզացիան հեշտացնելու, ավելի բարդ խնդիրների կազմի մեջ մտնող պարզ խնդիրների լուծման ժամանակ առաջացող սխալները կանխարգելելու համար անհրաժեշտ է դրանց լուծման համար կայուն հմտություններ և կարողություններ ձևավորել: Փորձառու ուսուցիչը կարողանում է ապահովել ուսումնական նյութը սովորելու մոտիվացիա, կատարելագործել ուսուցումը կազմակերպելու ձևերը և մեթոդները, զարգացնում է սովորողների ճանաչողական հետաքրքրությունները, ակտիվացնում է նրանց գործունեությունը և՝ դասի ընթացքում, և՝ տնային առաջադրանքները կատարելիս:

Նշանավոր գիտնական, մաթեմատիկոս Զ. Սլեպկանը համարում է, որ սխալների բացահայտումը կարելի է դիտարկել որպես սովորողների իմացական հետաքրքրությունների և ֆունկցիոնալ մտածողության ձևավորման ու զարգացման միջոց: Նրա պատկերացմամբ , մաթեմատիկայի ուսուցումը կարելի է այնպես կազմակերպել, որ սովորողը հաճախակի առիթ ունենա ինքնահակասման, որը կհաղթահարի հետաքրքրությամբ և նյութի յուրացումը կլինի համոզիչ: Այդպիսի առաջադրությունների որոշ տեսակ հայտնի է «մաթեմատիկական սոֆիզմ» անվանումով, որի հիմնադիրն է հույն գիտնական Անտիֆոնը (մ.թ.ա. V դար):

Մեծ է սոփիզմի կրթադաստիարակչական նշանակությունը: Մաթեմատիկայի դասավանդման ընթացքում սոփիզմները սովորեցնում են ուշադիր լինել, հանգամանորեն հետևել կատարած գործողությունների ընթացքին, նրանց ձևակերպումների ու գծագրերի ճշտությանը: Իսկ այդ ամենը ի վերջո, նպաստում են սովորողների գիտելիքների միջև բազմակողմանի կապերի ստեղծմանը, խթանում նրանց ֆունկցիոնալ մտածողության ձևավորմանն ու զարգացմանը:

Սոփիզմների կամ նման բնույթի առաջադրությունների մեջ, ուսուցչի կողմից միտումնավոր, կամ աշակերտի կողմից անուշադրության հետևանքով թույլ տրված սխալների որոնումները նպաստում են, որպեսզի աշակերտների մոտ ձևավորվի մտածողության այնպիսի մեխանիզմ, երբ վերանայվում են քայլ առ քայլ բոլոր գործողությունները, որոնք համեմատվում են միմյանց հետ, և բացի այդ, նույնիսկ ամենահայտնի բանաձևն ու կանոնը դառնում են կասկածելի ու թերարժեք՝ դիտելով իբրև սխալի պատճառներ: Եվ հակասությունների հաղթահարման, կամ նույնն է թե՝ սխալների բացահայտման այս ճանապարհին էլ սովորողների մոտ ձևավորվում են, ինչպես ասացինք, կայուն համոզմունքներ, վերանայվում, վերաիմաստավորվում ու շաղկապվում են գիտելիքները, արմատավորվում է պատճառա-հետևանքային կապերի մասին գաղափարը:

Մաթեմատիկոս Ա.Ա. Ստոլյարի կարծիքով, ֆունկցիոնալ մտածողության անբավարարվածության հետևանքով է, երբ սովորողները, մասնավորապես, չեն կարողանում կամ չգիտեն, թե ի՞նչ է նշանակում, կամ ինչպե՞ս կարելի է ստուգել իրենց կատարած աշխատանքը, ասենք խնդրի լուծման ընթացքը և այլն: Եվ, հաճախ, նրանք դիմում են ավագներին՝ խնդրելով ստուգել իրենց գրածը: Դա առավելապես կատարվում է այն դեպքերում, երբ աշակերտը կասկածում է իր գտած պատասխանի ճշտության մեջ: Իսկ եթե պատասխանը կասկած չի հարուցում, ապա նա չի ենթադրում կատարման ընթացքի ստուգման անհրաժեշտությունը: Կամ, երբ հարցնում ենք՝ արդյո՞ք սխալ չկա կատարված գործողությունների մեջ, նա շտապում է անպայման սխալ գտնել և նույնիսկ այնտեղ, որտեղ ամեն ինչ պարզ է ու հստակ:

Այս տեսակետից էլ սովորողների ֆունկցիոնալ մտածողության զարգացումը փոխադարձորեն նպաստում է ինքնաստուգման կարողությունների արմատավորմանը:

Այսպիսով, խնդիրների լուծման ժամանակ, մասնավորապես միտումնավոր ստեղծված ակնհայտ սխալական արդյունքները սովորողների մոտ առաջ են բերում իմաստասիրության դրսևորումներ, որոնք էլ հիմք են հանդիսանում բացահայտելու քողարկված սխալները: Իսկ այդ գործընթացում, անկասկած, զարգանում է նրանց մտածողությունը, ամրակայվում են գիտելիքները:

3. ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ՀԱՄԱՏԵՔՍՏ

Հետազոտությունը կատարել եմ Մեծամորի Ս. Գալստյանի անվան թիվ 2 ավագ դպրոցի 12-րդ տնտեսագիտական ենթահոսքով դասարանում: Այդ նպատակով անցկացրել եմ երեք դասաժամեր: Առաջին դասաժամը անցկացվել է զրույցի, հարցադրումների մեթոդով: Սովորողներին առաջադրվել է նշել այն հիմնական սխալները, որոնք առաջանում են մաթեմատիկական առաջադրանքներ կատարելիս, ինքնուրույն, թեմատիկ կամ տնային աշխատանքներ կատարելիս: Աշակերտները նշեցին, որ հաճախ են կատարում հաշվարկային սխալներ, ընդ որում, խոստովանեցին,որ դրանք երբեմն կապված են լինում անուշադրության հետ, երբեմն էլ կանոնները խախտելու հետ: Աշակերտների մի մասը նշեցին, որ չնայած անգիր գիտեն կրճատ բազմապատկման բանաձևերը, սակայն արտահայտությունների նույնական ձևափոխությունների ժամանակ թույլ են տալիս սխալներ: Որոշ աշակերտներ խոստովանեցին, որ ամենաշատ սխալները թույլ են տալիս անհավասարումների լուծման ընթացքում: Իմ այն հարցին, թե ինչի՞ հետ են կապված այդ սխալները, հնչեցին տարբեր պատասխաններ ու կարծիքներ.

ա) անուշադրություն ու շտապողականություն

բ) հոգնածություն, նյարդային վիճակ

գ) հիմնական դպրոցում ստացած ոչ կայուն, կցկտուր գիտելիքներ

դ) գիտելիքը գործնականում կիրառել չկարողանալը և այլն:

Աշակերտներին խոստացա դասակարգել այդ սխալները ըստ թեմաների և ըստ պատճառների և ներկայացնել նրանց ուշադրությանը: Պայմանավորվեցինք հաջորդ դասաժամին կատարել սխալների առաջացման պատճառերի վերլուծություն: Նշեցի, որ տիպիկ սխալներ են թույլ տալիս նաև դիմորդները ավարտական և միասնական քննությունների ժամանակ: Աշակերտներն առաջարկեցին թեստ գրել, ոմանք՝ միասնական, ոմանք՝ ավարտական և կատարել թույլ տրված սխալների վերլուծություն: Սխալների բացահայտման, առաջացման պատճառների, դրանց կանխարգելման վերլուծական դասից հետո որոշվեց գրել թեստը: Սովորողները խոստացան լինել շատ հետևողական և ուշադիր իրենց աշխատանքներում:

Արդյունքում մենք ունեցանք ավելի բարձր միավորներ, առավել քիչ սխալներ, հետևաբար, արդյունավետ վերլուծական աշխատանք:

4. ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅԱՆ ԸՆԹԱՑՔ

Կփորձեմ ներկայացնել առավել տիպիկ սխալներ, կատարել այդ սխալների առաջացման պատճառների վերլուծություն, ինչպես նաև նշել դրանց կանխարգելման և վերացման հնարավոր ուղիներ: Առանձնացրել եմ ըստ հետևյալ բաժինների.

- ա) հաշվարկային սխալներ
- բ) արտահայտությունների նույնական ձևափոխությունների ժամանակ թույլ տրվող սխալներ
- գ) հավասարումների և անհավասարումների լուծման ընթացքում թույլ տրվող սխալներ
- դ) ավարտական և միասնական քննություններին թույլ տրվող սխալներ

ա) **Հաշվարկային սխալներ**

1. Սովորողները հաճախ են սխալներ թույլ տալիս բնական թվերի, տասնորդական կոտորակների հետ գործողություններ կատարելիս:
   Օրինակ՝ քանորդում բաց են թողնում 0-ն, միջնամասում 0 նիշեր պարունակող երկու արտադրիչների բազմապատկումը սխալ է արվում, քանորդում ստորակետը սխալ է տեղադրվում.

   2508 : 12=29 (իրականում՝2508 : 12=209)
   303 * 205 = 7575 (իրականում՝ 303 * 205 = 62115)
   832,75 : 25 = 333,1 (իրականում՝ 832,75 : 25 = 33,31)

   Այս տիպի սխալները հիմնականում կատարում են, երբ թուլանում է սովորողի ուշադրությունը (տե՛ս էջ 2, կետ 1) : Այստեղ չեն օգնում կանոնների վկայակոչումը, հաշվարկի կրկնությունը: Սխալը կանխելու լավագույն միջոցը ինքնավերահսկումն է մոտավոր հաշվումների միջոցով, երբ հաշվարկով մոտավոր գիտի, որ քանորդում պիտի լինի երկնիշ թիվ:
2. Սխալներ կատարում են նաև սովորական թիվը խառը թիվ դարձնելիս, օրինակ՝

   $\frac{561}{7} = 8\frac{1}{7}$ (իրականում՝ $80\frac{1}{7}$) :

   Սովորողին պետք է սովորեցնել ինքնաստուգում անել և հակադարձ գործողության միջոցով հայտնաբերել սխալը:
3. Սխալ են համեմատում կոտորակները.

   $\frac{11}{8} > \frac{11}{6}$ (իրականում ՝ $\frac{11}{8} < \frac{11}{6}$):

   Պետք է աշակերտի գիտակցությանը հասցնել, որ նույն համարիչով երկու կոտորակներից մեծ է այն, որի հայտարարը փոքր է: Ավելի պատկերավոր է հատվածների վրա երկրաչափական պատկերման մեթոդը:

4. Հաճախ կոտորակները գումարելիս սովորողները առանձին- առանձին գումարում են համարիչներն ու հայտարարները: Կանխելու համար այս տիպի սխալները, առաջարկում եմ նույն սխալ մեթոդով գումարել հետևյալ թվերը՝

$$\frac{5}{1} + \frac{5}{1} = \frac{10}{2} \quad \text{, այնինչ} \quad 5 + 5 = 10$$

5. Որոշ աշակերտներ կատարում են կոտորակների հանումը սխալ եղանակով.

$$7\frac{2}{3} - 3\frac{4}{5} = 4\frac{12-10}{15} = 4\frac{2}{15}$$

Բազմապատկումն էլ հաճախ սխալ են կատարում.

$$5\frac{2}{3} * 3\frac{5}{6} = 15\frac{10}{18}$$

Սխալների պատճառն այն է, որ նախկինում սովորած կանոնը կիրառում են նոր պայմաններում .

6. Առավել շատ սխալներ են նկատվում տարբեր նշանի թվերի գումարման և հանման ժամանակ: Օգտակար է սկզբնական շրջանում հանումը փոխարինել գումարումով և կիրառել փակագծեր: Կարելի է խորհուրդ տալ սկզբում գումարել դրական թիվը, հետո՝ բացասական թվերը, իսկ վերջում կատարել երկու տարբեր նշանի թվերի գումարում:

7. Հազվադեպ չեն արմատների և աստիճանների հետ կապված սխալները: Օիրնակ՝

$$-2^2 = 4 \text{ կամ } (-2)^2 = -4 \; ; \sqrt{0.9} = 0{,}3 \; ;$$

$$\sqrt{27} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{16.25} = 4.5$$

Կրկին օգտակար եմ համարում սխալը կանխելու պատասխանը մոտավոր գնահատելու մեթոդը:

բ) **Սխալներ, որոնք կատարվում են արտահայտությունների նույնական ձևափոխությունների ժամանակ**

1. Սխալներ հաճախ են թույլ տրվում կոտորակից առաջ դրված նշանները փոփոխելիս:

Օրինակ՝ $\frac{-a-b}{2} = -\frac{-a-b}{2}$; $\frac{a}{b+c} = -\frac{a}{c+b}$

Այս տիպի սխալները կանխելու համար աշակերտները պետք է յուրացնեն առավել պարզ ձևափոխություններ.

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

կամ՝

$$\frac{a}{b} = -\frac{a}{-b} = -\frac{-a}{b} = \frac{-a}{-b}$$

2. Սխալներ հաճախ են արվում նման անդամների միացում կատարելիս՝

7a + 5a = $12a^2$ կամ օրինակ՝ 3a + 4a = 7 + 2a,

կամ էլ ՝ 5a – 2a = 3 :

Սխալը կանխելու միջոց է բաշխական օրենքի կիրառումը:

3. Սխալները աստիճան բարձրացնելիս կապված են այն բանի հետ, որ սովորողները աստիճան բարձրացնելու գործողությունը նույնացնում են (աստիճան բարձրացնելու) բազմապատկման հետ, շփոթում են արտադրյալն աստիճան բարձրացնելու և աստիճանն աստիճան բարձրացնելու հատկությունները:

4. Բազմանդամը արտադրիչների վերլուծելիս թույլ են տալիս հետևյալ բնույթի սխալներ.

$$x^4y^3 + x^2k + x = x(x^3y^3 + xk) \text{ կամ ՝}$$
$$y^3 - xb^2 + zb = y^3 - b\,(xb + z)$$

Սխալը վերացնելու միջոցներից մեկը հակադարձ ձևափոխության փակագծերի բացման միջոցով արդյունքի ստուգումն է:

5. Շատ տարածված են այն սխալները, որոնք նման են սովորական կոտորակների հետ կատարվող գործողությունների ընթացքում թույլ տրվող սխալներին: Օրինակ՝

ա) $\frac{x}{y} + \frac{a}{b} = \frac{x+a}{y+b}$ բ) $\frac{x+y}{xa} = \frac{1+y}{a}$ գ) $\frac{x}{y+z} = \frac{x}{y} + \frac{x}{z}$

Նման սխալներից խուսափելու լավագույն միջոցը տրված և ստացված արտահայտությունների արժեքների հաշվումն է:

6. Սխալներ, որոնք կապված են իռացիոնալ արտահայտությունների ձևափոխությունների հետ, կապված են արմատի հասկացության վատ տիրապետման, արմատի հատկությունների չիմացության հետ:

Օրինակ՝ ա) $\sqrt{a^2}$b = a$\sqrt{b}$ (իրականում ՝ $\sqrt{a^2}$b =$|a|\,.\,\sqrt{b}$)

բ) $\sqrt{(x+1)^2}$ = x+1 (իրականում՝ $\sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$)

գ) $(3^x)^x = 3^{2x}$ (իրականում՝$(3^x)^x = 3^{x^2}$)

դ) $(3^{\sqrt[3]{x}})^2 = 3^{\sqrt[3]{x^2}}$

Այս սխալները կանխարգելելու համար բավարար չէ պահանջել սովորողից համապատասխան սահմանումների ու կանոնների ձևակերպում, անհրաժեշտ է հաշվել տրված ու ստացված արտահայտությունների արժեքները փոփոխականի որոշ արժեքի համար:

7. Արմատանշանից սխալ են դուրս բերում արտադրիչ կամ սխալ են տանում արտադրիչը արմատանշանի տակ:

Օրինակ՝

$$\sqrt{24x^5y} = 12x^2\sqrt{xy}\ ;\ \ 2x\sqrt[3]{y^2z} = \sqrt[3]{6x^3y^2z}$$

8. Արմատների հետ կատարում են սխալ ձևափոխություններ՝

$\sqrt{a+b} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$; $\sqrt{a-b} = \sqrt{a}-\sqrt{b}$; $\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$

9. Սխալներ են թույլ տրվում հայտարարի իռացիոնալությունից ազատվելիս, օրինակ՝

$$\frac{x}{\sqrt[3]{y}} = \frac{x\sqrt[3]{y}}{y}$$

Սխալը կանխելու համար պետք է հաճախ աշխատել քառակուսայինից տարբեր արմատների հետ:

10. Առավել հաճախ են սխալներ թույլ տրվում լոգարիթմական արտահայտություններ ձևափոխելիս.

ա) $\log_a xy = \log_a x\ .\log_a y$

բ) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x : \log_a y$

գ) $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$

դ) $\log_a(x-y) = \log_a x - \log_a y$

ե) $\log_a xy^2 = 2\log_a x$

զ) $\log_a x^2 = 2\log_a x$

Սխալը կանխելու համար պետք է կրկին անդրադառնալ լոգարիթմի սահմանմանը և իրականացնել անցում լոգարիթմից ցուցիչի: Կարելի է համոզել սովորողին $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$ բանաձևի անիմաստության մեջ:

Նշանակենք $\log_a x = m$; $\log_a y = n$: Կունենանք, որ x=a^m, y=a^n և x+y = $a^m + a^n$, բայց $a^m + a^n \neq a^{m+n}$: Սակայն փորձը ցույց է տալիս , որ լոգարիթմների հիմնական հատկությունների հստակ իմացության դեպքում սխալները հազվադեպ են:

11. Երբեմն սխալ են անցնում լոգարիթմական ֆունկցիայից ցուցիչների, օրինակ՝ x=$\log_{\frac{1}{2}} 3 \Rightarrow x = (\frac{1}{2})^3$ (իրականում ՝$(\frac{1}{2})^x$ =3) :

12. Եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ պարունակող արտահայտությունները ձևափոխելիս թույլ են տրվում այսպիսի սխալներ.

ա) $\sin(x+y) = \sin x + \sin y$

բ) $\mathrm{tg}\,2x = 2\mathrm{tg}\,x$

գ) $\frac{\sin 2x}{2}$ = sinx

դ) cos4x + cos2x = cos6x

Նման սխալները կանխելու համար անհրաժեշտ է կատարել կանխարգելիչ աշխատանքներ եռանկյունաչափական ֆունկցիաների գումարի և հիմնական հատկությունների ուսուցման ժամանակ: Սխալը վերացնելու ամենաարդյունավետ ճանապարհը հավասարության նշանի աջ և ձախ մասերում ստացված արտահայտությունների արժեքների դեպքում, օրինակ՝ եթե x=30°; y=30°, ապա կստանանք՝

$$\sin(30^\circ+30^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ + \sin 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

գ) Հավասարումների և անհավասարումների լուծման ընթացքում թույլ տրվող սխալներ

Հավասարումների և անհավասարումների լուծման ընթացքում թույլ տրված սխալները հիմնականում կապված են արտահայտությունների նույնական ձևափոխություններում թույլ տրված սխալների հետ, կամ բանաձևերի հետ, կամ հավասարումների համարժեքության խախտման հետ:

1. Շատ աշակերտներ սխալ են լուծում $x^2 = 25$ հավասարումը և ստանում են՝ x=5 ։ Սխալը կանխելու համար կարելի է հավասարումը բերել $x^2 - 25 = 0$ տեսքի , ներկայացնել այն (x-5)(x+5) = 0 տեսքով և լուծել ։ Կամ կարելի է արմատ հանել և ստանալ $|x|$= 5 պարզագույն հավասարումը, որտեղից x= $\pm$5:

   Այս սխալի պատճառը սովորողների կողմից $\sqrt{x^2}$= $|x|$ նույնության չիմացությունն է կամ նաև $x^2 > 25$ և $x^2 < 25$ անհավասարումները:

   Չափից դուրս տարածված են

   X > $\pm$ 5 և X < $\pm$ 5 սխալները:
2. Սխալներ առաջանում են այն դեպքում , երբ սովորողը f(x)g(x)= 0 տեսքի եռանկյունաչափական հավասարում լուծելիս միավորում է f(x)=0 և g(x)=0 հավասարումների լուծումները, առանց հաշվի առնելու , որ առաջինի որոշ լուծումների դեպքում երկրորդն իմաստ չի ունենում: Ճիշտ մոտեցման դեպքում կարելի է սխալվել ավելորդ արմատներից:
3. Սխալներ առաջանում են հավասարումների համարժեքության խախտման հետևանքով , երբ հավասարման երկու մասերը բարձրացնում են քառակուսի կամ հավասարման երկու մասերը բազմապատկում են փոփոխական պարունակող արտահայտության վրա:
4. Հաճախ սովորողները ստանում են կողմնակի արմատներ, երբ անտեսում են եռանկյունաչափական ֆունկցիաների որոշման տիրույթները:

Օրինակ՝ sinx . tg $\frac{x}{2}$ = sin^2x հավասարման լուծման ընթացքում սովորողները հաշվի չեն առնում tg $\frac{x}{2}$ $(x \neq (2k+1)\pi)$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը: Ստանալով sinx(tg $\frac{x}{2} - sinx$)= 0 հավասարումը և գրելով sinx=0 , սովորողները ստացված լուծումներից չեն հեռացնում

x = (2k+1)π դեպքը:

5. Հաճախ սովորողները հաշվի չեն առնում կոտորակի որոշման տիրույթը: Օրինակ՝ $\frac{sinx - sin3x}{2sin^2x} = 0$ հավասարումը լուծելու համար կոտորակի համարիչը հավասարեցնում են 0-ի , լուծում են ստացված հավասարումը և x = πk լուծումները թողնում են լուծումների բազմության մեջ:
6. Երբեմն ձևափոխությունների հետևանքով սովորողները կորցնում են լուծումներ: Օրինակ՝ $2cos^2\frac{x}{2} + cosx = 0$ հավասարումը լուծելիս սովորողները բոլոր ֆունկցիաները փոխարինեցին tg $\frac{x}{2}$ –ով , որը հանգեցրեց $\frac{x}{2}$ = (2n +1) $\frac{\pi}{2}$ կամ x = (2n+1) π լուծումների կորստյան:
7. Փորձը ապացուցում է , որ => և <=> նշանների ներմուծումը չի նվազեցնում այն սխալների քանակը, որոնք կապված են հավասարումների համարժեքության հետ: Շատ աշակերտներ, առանց մտածելու գործածվող նշանների իմաստի վրա, գրում են՝

$$X = \sqrt{X} + 2 <=> x^2 = x+2$$

կամ՝ $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ lg_x + lg_y = 1 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ lg_{(xy)} = 1 \end{cases}$

Այսպիսի սխալները կանխելու համար, մանավանդ ավագ դպրոցում, հատուկ պետք է շեշտել լուծման ընթացքում համարժեքության խախտման հնարավորությունները:

8. Բազմաթիվ են սխալները , երբ անհայտը պարունակվում է հայտարարում: Օրինակ՝ $\frac{5}{x} > \frac{x}{5}$ անհավասարումը լուծելիս գրում են ՝ 25 > x^2 : Կարելի է առաջարկել տեղադրել x=-1 արժեքը և աշակերտին ցույց տալ իր սխալը: Կանխելու համար այս տիպի սխալները, անհրաժեշտ է ուշադրություն հրավիրել այն բանի վրա, որ չի կարելի անհավասարման երկու մասերը բազմապատկել փոփխական պարունակող արտահայտությամբ, քանի որ այդ արտահայտությունը կարող է ընդունել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական արժեքներ:
9. «Անհավասարումներ» թեման իրավացիորեն համարվում է դպրոցական մաթեմատիկայի դժվար բաժիններից մեկը, որոնց լուծման ժամանակ թույլ են տրվում բազմաթիվ սխալներ: Դիտարկենք առավել հաճախ հանդիպող սխալներ:

ա) Գտնել x > 4 անհավասարման լուծումներին պատկանող ամենափոքր ամբողջ թիվը: (պատ.՝ 4, պետք է լինի 5)

բ) Լուծել անհավասարումը. $-x < 1$ (պատ.՝ $x < -1$, պետք է լինի $(-1; \infty)$)

գ) Համեմատել a և b թվերը, եթե $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (պատ.՝ եթե $a > 0$, $b > 0 \Rightarrow a > b$, եթե $a < b$, պետք է լինի՝ եթե $a-b > 0 \Rightarrow a > b$, եթե $ab < 0 \Rightarrow a < b$)

դ) Գնահատել x- ը, եթե $0.25 \leq \frac{1}{x} \leq 2$ (պատ.՝ $4 \geq x \geq 0.5$), պետք է լինի՝ $0.5 \leq x \leq 4$

ե) Հաճախ $a<x<b$ կրկնակի անհավասարման լուծումները ներկայացվում են

$$\left[\begin{array}{l} x>a \\ x<b \end{array}\right. \text{ տեսքով,}$$

$$\text{պետք է լինի՝ } \begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$$

10. Սխալներ շատ են հանդիպում նաև քառակուսային անհավասարումներ լուծելիս: Օրինակ՝ $-x^2 + 5x - 6 < 0$:
Լուծում են սխալ՝ $-(x-2)(x-3) < 0 \Rightarrow x \in (2; 3)$, պետք է լինի՝
$(x-2)(x-3) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 2) \cup (3; \infty)$
11. $x^2 + 6x + 9 \geq 0$ լուծելիս թույլ են տալիս սխալներ՝ $(x+3)^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow x \in [3; \infty)$, իրականում՝ $(x+3)^2 \geq 0$ անհավասարումը տեղի ունի x- ի ցանկացած արժեքի դեպքում $\Rightarrow x \in (-\infty; \infty)$
12. Կամ $x^2 + 10x + 25 \leq 0$ անհավասարումը լուծում են այսպես՝
$(x+5)^2 \leq 0 \Rightarrow x \in \emptyset$
այնինչ անհավասարումն ունի միակ լուծում՝
$$x = -5 :$$
13. Տարածված սխալներից է , երբ քառակուսային տարբերիչը ստանում են բացասական թիվ և որոշում , որ անհավասարումը լուծում չունի:
Օրինակ՝ $x^2 + x + 2 > 0$ անհավասարումը լուծում են այսպես. քանի որ տարբերիչը բացասական է , ապա անհավասարումը լուծում չունի , այնինչ անհավասարման լուծումները ողջ թվային առանցքն է:
14. Սխալներ են թույլ տալիս $x^2 \leq 9$ և $x^2 \geq 9$ անհավասարումները լուծելիս: Սխալները կանխելու համար կարելի է օգտվել մոդուլից:
15. Սխալվում են կոտորակա-ռացիոնալ անհավասարումներ լուծելիս: $\frac{x^2+6}{x} > 0$ անհավասարումը լուծելիս դիտարկում են $\begin{cases} x+6 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$ համակարգը: Սխալը կանխելու համար կարելի է առաջարկել $\frac{a}{b}$ կոտորակի նշանը պարզելու վարժություններ, եթե հայտնի են a-ի և b-ի նշանները:

դ) Մաթեմատիկայից ավարտական և միասնական քննություններին թույլ տրվող սխալներ

Շատ սխալներ են նկատվում ռացիոնալ հավասարումների լուծման մեջ: Սովորողների մոտ զարգացած չէ մոդուլից ազատվելու կարողությունը: Դժվար հաղթահարելի են նաև տեքստային խնդիրները, մանավանդ աշխատանքի արտադրողականության վերաբերյալ: Շատ աշակերտներ չեն ճանաչում տարրական ֆունկցիաների գրաֆիկները, սխալ են ածանցում բարդ ֆունկցիաները: Հաճախ են շփոթում ֆունկցիայի «մաքսիմում» և «մեծագույն արժեք» հասկացությունները, դժվարանում են որոշել ֆունկցիայի աճման և նվազման միջակայքերը, շփոթում են մոնոտոնությունը նշանապահպանման հետ: Դժվար են ընկալում երկու ֆունկցիաների համարժեքության գաղափարը , ֆունկցիայի ածանցյալի երկրաչափական իմաստը: Նկատվում է պարամետրի առկայության դեպքում ֆունկցիայի հետազոտության, դեպքերի քննարկման, որոշակի միջակայքում արմատների թիվը գտնելու կարողության պակաս:

Աշակերտները դժվարացել են հաշվել եռանկյունաչափական ֆունկցիաների արժեքները՝ արգումենտի տրված արժեքների դեպքում, լուծել ոչ պարզ եռանկյունաչափական հավասարումներ, ընտրել որոշակի պահանջների բավարարող անկյունները: Նման սխալները կանխելու համար անհրաժեշտ է մանրակրկիտ ուսումնասիրել պարզագույն եռանկյունաչափական հավասարումների լուծման եղանակները, լուծումները պատկերել միավոր շրջանագծի վրա կամ գրաֆիկորեն:

5. ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Այսպիսով, առանձնացնում եմ սովորողների կողմից թույլ տրվող բնորոշ սխալների պատճառների չորս խումբ.

1. Պատճառներ, որոնք կապված են հոգեբանական գործոնների հետ (հոգեբանական գործառույթների թուլացում. ուշադրություն, հիշողություն, մտածողություն):
2. Պատճառներ, որոնք կապված են կրթական ծրագրերի և դասագրքերի թերությունների հետ:
3. Պատճառներ, որոնք կապված են ուսումնական գործընթացի ոչ լիարժեք, ոչ արդյունավետ կազմակերպման հետ:
4. Պատճառներ, որոնք կապված են սովորողների կողմից մաթեմատիկական լեզվի շարահյուսության և իմաստաբանության պահանջվող մակարդակի անբավարար իմացության հետ:

Եզրակացություն

Մաթեմատիկական սխալներից խուսափելու համար ուսուցիչն առաջին հերթին պետք է պլանավորի իր յուրաքանչյուր դասը, ուսուցման մեթոդների ճիշտ ընտրություն կատարի: Շատ կարևոր է սովորողների տրամաբանական զարգացվածությունը և ինքնուրույնությունը: Անհրաժեշտ է ապահովել սովորողի ուշադրությունը դասին և առարկայի նկատմամբ հետաքրքրությունը: Իսկ դրա լավագույն միջոցը համագործակցային ուսուցման և փոխներգործման մեթոդների կիրառումն է:

Եվ վերջապես, ինչ կարելի է անել մաթեմատիկական սխալներից խուսափելու համար: Սովորողները տիպիկ սխալներ թույլ են տալիս նույնիսկ այն դեպքում, երբ ուսուցիչը լավ է բացատրում դասը, հաշվի է առնում վերոհիշյալ սխալները: Դա առաջին հերթին կապված է այն բանի հետ, որ մարդկային գիտակցությունը, որպես կանոն, օբյեկտիվ կերպով ի վիճակի չէ ընդգրկել երևույթի բոլոր կողմերը: Սակայն սովորողի կողմից թույլ տրված սխալը ևս ուսուցիչը պետք է օգտագործի մաթեմատիկական փաստերի և օրինաչափությունների ընկալումը խորացնելու նպատակով:

Բոլորս գիտենք, որ սովորեցնել առաջին հերթին նշանակում է՝ սովորեցնել մտածել: Սակայն մաթեմատիկայի դասավանդման ավանդական մեթոդիկայի էական թերություններից մեկն այն է, որ չի պարզաբանվում և սովորողների համար անհասկանալի է մնում ուսուցանվող նյութի տրամաբանությունը: Սովորաբար մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում ձգտում են վերացնել այդ թերությունները բացատրությունների կրկնություններով ու նյութի մաթեմատիկական բաղադրիչի բացատրություններով, սակայն նման փորձերը չեն տալիս ցանկալի արդյունք և չեն կանխարգելում սխալները: Փորձը ցույց է տվել, որ առանց տրամաբանության զարգացման, ավանդական մեթոդներով մաթեմատիկայի ուսուցումը չի ապահովում արդյունավետ ուսուցում:

Մաթեմատիկական սխալներից խուսափելու համար ուսուցիչն առաջին հերթին պետք է պլանավորի իր յուրաքանչյուր դասը, իսկ դասապլան կազմելիս անհրաժեշտ է դասի նպատակների և վերջնարդյունքների հստակ գիտակցում: Անհրաժեշտ է նյութի գիտականության ապահովումը, ուսուցման մեթոդների ճիշտ ընտրությունն ու նպատակաուղղվածությունը: Շատ կարևոր է մաթեմատիկայի դասերին սովորողների տրամաբանական զարգացածությունը և ինքնուրույնությունը ուսուցման գործընթացում: Անհրաժեշտ է ապահովել սովորողի ուշադրությունը դասին և առարկայի նկատմամբ հետաքրքրությունը: Իսկ դրա լավագույն միջոցը համագործակցային ուսուցման և փոխներգործման մեթոդների կիրառումն է:

Ավարտական հետազոտական աշխատանքը կատարելիս օգտվել եմ իմ բազմամյա փորձից, կատարած դասալսումներից, աշակերտների գրավոր աշխատանքներում հանդիպող սխալներից, պետական ավարտական քննություններին հանդիպող դժվարություններից և միշտ իմ մեջ ցանկություն է առաջացել մշակել այդ սխալները կանխարգելելու և վերացնելու ուղիներ: Իսկ ցանկացած սխալ հաղթահարելի է, եթե կատարվում է մանրամասն վերլուծություն և հայտնաբերվում է սխալի առաջացման պատճառը: Կարծում եմ, այս նյութը օգտակար կլինի ոչ միայն ուսուցիչների, այլև աշակերտների համար, որոնց հրապուրում է մաթեմատիկան:

6. ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Աբրահամյան Ա. Վ. Աշակերտների մաթեմատիկական սխալները և դրանք կանխելու ուղիները: Երևան 1981թ.
2. Հարությունյան Ռ. Սխալները մաթեմատիկական դատողություններում: Մաթեմատիկան դպրոցում 2007թ-2
3. Սլեպկան Զ. Ի. Մաթեմատիկայի ուսուցման հոգեբանամանկավարժական հիմունքներ: Կիև 1983թ.
4. Ստոլյար Ա.Ա. Մաթեմատիկայի մանկավարժություն: 1974թ.