

ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ, ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ԵՎ ՍՊՈՐՏԻ
ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ



ՀՀ ԿԳՄՄՆ « Երևանի Լեոյի անվան հ. 65 ավագ
դպրոց » ՊՈԱԿ

ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ
ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Թեմա՝ Տոկոսների կիրառությունը մեր կյանքում և որոշ
տեքստային խնդիրների լուծման ժամանակ

Կատարող՝ Հռիփսիմե Ստյոպայի Գևորգյան

Առարկա՝ Մաթեմատիկա

Ուսումնական հաստատություն՝ Երևանի Ն. Աղբալյանի անվան թիվ 19
հիմնական դպրոց

Բովանդակություն

Ներածություն	3
1. Տոկոսների առաջացման պատմությունը	4
Խնդիրների և վարժությունների տեսակներ, որտեղ օգտագործում են տոկոսները	
2.1 Գտնել թվի տոկոսը	6
2.2 Գտնել թիվը նրա տոկոսով	7
2.3 Գտնել թվերի տոկոսային հարաբերությունը	7
2.4 Խնդիրներ տոկոսների կիրառությամբ	8
2.5 Համաձուլվածքների և լուծույթների վերաբերյալ խնդիրներ	11
2.6 Տոկոսների կիրառմամբ այլ խնդիրներ	16
3. Տոկոսների կիրառությունը կյանքի տարբեր ոլորտներում	
3.1 Աշխատավարձի հաշվում	21
3.2 Բանկային գործառույթներ	22
3.3 Տոկոսի կիրառությունը տարբեր մասնագիտության մարդկանց ամենօրյա աշխատանքում	23
3.4 Հարցում	23
4. Եզրակացություն	25
5. Օգտագործված գրականության ցանկը	26

Ներածություն

Տնտեսական գիտելիքների տիրապետումը թույլ է տալիս որոշել անհատի տեղը, դերը, իրավունքները և պարտականությունները հասարակության մեջ, որոշել գործունեության ոլորտները, մասնագիտությունը ապագայում: Համոզված ենք, որ այդ նպատակներին հասնելու ճանապարհներից մեկն էլ տոկոսների իմացությունն է:

Ժամանակակից մարդու կյանքում տոկոսները մեծ կիրառություն ունեն: Մենք դրանց հանդիպում ենք աշխատավայրում, դպրոցում, խանութներում, դեղատներում, բանկերում, մամուլում, բանկային գործարքներում, ավանդ դնելիս, վարկեր, ապրանք ապառիկ վերցնելիս: Դպրոցում, ուսումնական այլ կազմակերպություններում սովորողների կիսամյակային և տարեվերջյան առաջադիմության որակը որոշելու, խանութներում՝ զեղչերի համակարգից օգտվելու ժամանակ: Այս աշխատանքի կարևորությունը պայմանավորված է նրանում, որ հաշվարկների մեջ կիրառել տոկոսները պետք է կարողանա յուրաքանչյուր մարդ:

Տոկոսները մաթեմատիկայի բարդ բաժիններից մեկն է, որը կարևոր դեր ունի մաթեմատիկական կրթության մեջ:

Վստահ եմ, որ տեքստային խնդիրներ լուծելու կարողությունը, առանձնապես տնտեսական, ֆինանսական բովանդակությամբ խնդիրներ, նպաստում է ֆինանսական գրագիտության և մաթեմատիկական մշակույթի զարգացմանը, տրամաբանական մտածողության, խնայող, հաշվարկող, տնտեսող լինելու ունակությանը:

Այս աշխատանքում մենք ցույց ենք տվել տոկոսների կիրառությունը պարզագույն վարժությունների լուծման ժամանակ, ինչպես նաև դիտարկել ենք տոկոսների վերաբերյալ խնդիրների հիմնական տիպերը, որոնք շատ հաճախ հանդիպում են ընդունելության քննություններում:

1. ՏՈԿՈՄՆԵՐԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՊԱՏՄՈՒԹՅՈՒՆԸ

Մենք գիտենք, որ թվի որևէ մաս գտնելու համար պետք է թիվը բազմապատկել այդ մասն արտահայտող կոտորակով: Սկսենք պարզագույն օրինակներից.

1. Բոլոր ժամի n° մասն է

$$1 \text{ ժամ} = 60 \text{ րոպե}$$

$$\text{Պատ. } \frac{1}{60} \text{ մասը}$$

2. Ինչպե՞ս է կոչվում տոննայի $\frac{1}{10}$ մասը

$$1 \text{ տ} = 1000 \text{ կգ}$$

$$1000 \text{ կգ} * \frac{1}{10} = 100 \text{ կգ}$$

$$\text{Կամ } 1 \text{ տ} = 10 \text{ g}$$

$$10 \text{ g} * \frac{1}{10} = 1 \text{ g}$$

$$\text{Պատ. } 1 \text{ g}$$

3. Քանի՞ ժամ է քառորդ օրը

$$1 \text{ օր} = 24 \text{ ժամ}$$

$$24 * \frac{1}{4} = 6 \text{ ժամ}$$

$$\text{Պատ. } 6 \text{ ժամ}$$

4. 60° -ը ուղիղ անկյան n° մասն է

$$\frac{60^{\circ}}{90^{\circ}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Պատ. } \frac{2}{3} \text{ մասը}$$

5. 1մմ 1 դմ-ի n° մասն է

$$1 \text{ դմ} = 100 \text{ մմ}$$

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{100}$$

$$\text{Պատ. } \frac{1}{100} \text{ մասը}$$

«Տոկոս» բառը առաջացել է լատինական "procentum" բառից, որը տառացի նշանակում է «հարյուրից», «հարյուրի համար»:

Տոկոսները շատ հարմար է օգտագործել, քանի որ արտահայտում են ամբողջի մասերի հաշվումը նրա հարյուրերորդական բաժիններով: Դա հնարավորություն է տալիս հեշտացնել հաշվարկները և հեշտ համեմատել ամբողջի մասերը իրար հետ և այդ մասերը՝ ամբողջի հետ:

Ամբողջի՝ մասերի արտահայտումը միշտ նույն բաժիններով օգտագործման հարմարավետությունը հայտնի է եղել դեռևս Բաբելոնում, որտեղ օգտագործվում էին ամբողջի վաթսուներորդական կոտորակները:

Մեր օրերն են հասել տոկոսների աղյուսակներ, որոնք օգտագործվել են փողի տոկոսային գումարը (քանակը) որոշելու համար:

Տոկոսները հայտնի են եղել նաև Հնդկաստանում: Տոկոսներով դրամական հաշվարկները տարածված էին Հին Հռոմում: Հռոմեացիները տոկոս էին կոչում այն, գումարը, որ պարտապանները վճարում էին պարտատերերին յուրաքանչյուր հարյուրյակի համար: Անգամ սենատը սահմանել էր առավելագույն թույլատրելի չափը, որը վերցնում էին պարտապաններից: Հռոմեացիներից տոկոսները տարածվեցին նաև ուրիշ ժողովուրդների մեջ:

Միջին դարերում Եվրոպայում, կապված արևտրի զարգացման հետ, մեծ ուշադրություն էին դարձնում ոչ միայն տոկոս հաշվելու, այլև տոկոսներից տոկոս (բարդ տոկոս) հաշվելու կարողությանը: Առանձին գրասենյակներ, իրենց աշխատանքը հեշտացնելու նպատակով, տոկոսներ հաշվելիս մշակում էին իրենց համար հատուկ աղյուսակներ, որոնք գաղտնի էին պահում:

1584 թվականին առաջին անգամ տոկոս հաշվելու աղյուսակ հրատարակեց Սիմոն Ստիվենը: Նա հայտնի է իր մի շարք գիտական հայտնագործություններով, առանձնապես տասնորդական կոտորակների հատուկ գրառմամբ: Երկար ժամանակ տոկոսը օգտագործվում էր բացառապես յուրաքանչյուր հարյուրից եկամուտները և վնասները հաշվելու համար: Հետագայում տոկոսների կիրառման շրջանակները ընդլայնվեցին: Տոկոսները հանդիպում են տնտեսական, ֆինանսական հաշվարկներում, վիճակագրության, գիտության և տեխնիկայի մեջ:

Այժմ տոկոսը, դա տասնորդական կոտորակի մասնավոր տեսքն է, ամբողջի հարյուրերորդ բաժինը (որն ընդունվում է որպես միավոր) :

% նշանը առաջացել է Իտալիայում 1685 թվականին "cento" «հարյուր» բառից և հաճախ գրվել է հակիրճ cto: Հետագա պարզեցումներից հետո t տառը դարձավ գիծ և նշանը դարձավ %: Մեկ այլ վարկածով, այդ նշանը առաջացել է տպագրական սխալի պատճառով: 1685 թվականին Փարիզում հրատարակվեց ձեռնարկ առևտրային թվաբանության մասին, որտեղ "cto" բառի փոխարեն տպված էր % նշանը:

Մաթեմատիկական նշանների, սիմվոլների օգտագործումը հեշտացրեց մաթեմատիկայի ուսումնասիրությունը և զարգացումը:

Հետևություն Տոկոսները հայտնի են շատ հին ժամանակներից: Օգտագործվել են տոկոսներն հաշվելու հատուկ աղյուսակներ:

2. Խնդիրների և վարժությունների լուծում տոկոսների օգնությամբ

2.1 Թվի տոկոս գտնելը

Որպեսզի գտնենք թվի P տոկոսը, պետք է այդ թիվը բաժանենք 100-ի և արդյունքը բազմապատկենք % արտահայտող P թվով:

Դիցուք տրված է A թիվը, հաշվենք այդ թվի P տոկոսը

$$\frac{A}{100} * P = N$$

կամ A –ն ընդունենք 100 %, N--ն P%

A- 100%

N –P%

$$\frac{A}{100} = \frac{N}{P} \quad N = \frac{A*P}{100}$$

Խնդիր1.

Մեկ տուփ մածունն արժե 620 դրամ, գործում է զեղչ 15%: Ամենաշատը քանի՞ տուփ մածուն կարելի է գնել 7000 դրամով:

Լուծում

Ջեղչ՝ այսինքն պակաս, քիչ

100 %-15 %=85 %

$620 * \frac{85}{100} = 527$ դր մեկ (մածունի նոր արժեքը)

$7000:527=13$ մածուն (149 դր մնաց)

Նշանակում է կարելի է գնել 13 տուփ մածուն և ստանալ 149 դրամ մանրոն:

2.2 Թվի տոկոսի միջոցով գտնել այդ թիվը

Որպեսզի գտնենք թիվը տրված տոկոսի միջոցով, պետք է տրված թիվը բաժանենք տոկոսների քանակի վրա և արդյունքը բազմապատկենք 100-ով:

Գտնենք թիվը, որի P տոկոսը հավասար է A -ի:

$(A:P)*100$ Կամ

$X-100\%$

A- P% $X = \frac{A*100}{P}$

Խնդիր 2

Այգում աճում են խնձորենիներ, տանձենիներ և դեղձենիներ: Խնձորենիները այգու 20%, տանձենիները՝ 25%, իսկ դեղձենիները 130 հատ են: Ընդամենը քանի՞ ծառ կա այգում:

Լուծում

$20+25=45\%$ (խնձոր. և տանձ.) $100-45=65\%$ (դեղձ)

130 ծառ- 65 %

X-ծառ- 100 %

$X = \frac{130*100}{65}$ X= 200

կամ $\frac{130}{65} = 2$ (1 տոկոս)

$2*100=200$ (ծառ)

Պատ.՝ 200 ծառ

2.3 Թվերի տոկոսային հարաբերակցությունը

Որպեսզի գտնենք A թիվը B թվի որ տոկոսն է, պետք է $(A:B)*100$

Խնդիր 3

Գործարանը մեկ տարում պիտի թողարկեր 18000 սառնարան, բայց թողարկեց 23400 սառնարան: Քանի՞ տոկոսով է գերակատարվել առաջադրանքը:

Լուծում

$$23400 - 18000 = 5400 \text{ (սառն. ավելի է թողարկել)}$$

$$18000 - 100 \%$$

$$5400 - P \%$$

$$P = \frac{5400 \cdot 100}{18000} \quad P = 30$$

$$\text{Մամ} \quad \frac{23400}{18000} * 100 = 130 (\%)$$

$$\text{գերակատարել է } 130 - 100 = 30 \%$$

Պատ.՝ 30 %:

2.4 Խնդիրներ տոկոսի կիրառությամբ

Այժմ անդրադառնանք այն խնդիրներին, որոնք հանդիպում են տարբեր խնդրագրքերում:

Խնդիր 1.

Ծորակներից առաջինը ջրավազանը լցնում է 12 ժամում, իսկ երկրորդը՝ 15 ժամում:

ա) Դատարկ ավազանի ո՞ր տոկոսը կլցվի 1 ժամում, եթե ծորակները գործեն համատեղ:

Լուծում

$$\text{I ծորակ} - 12 \text{ ժամ, } 1 \text{ ժամում} - \frac{1}{12} \text{ մասը}$$

$$\text{II ծորակ} - 15 \text{ ժամ, } 1 \text{ ժամում} - \frac{1}{15} \text{ մասը}$$

1 ժամում երկու ծորակները համատեղ աշխատելով կլցնեն ջրավազանի

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20} \text{ մասը}$$

$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100} \text{ մասը}$$

$$\frac{15}{100} * 100 = 15 \%$$

Պատ.՝ 15%:

բ) Դատարկ ավագանի n ր տոկոսը կլցվի, եթե առաջին ծորակը աշխատի 2 ժամ, իսկ երկրորդը 5 ժամ:

Լուծում

I ծորակ - 12 ժամ, 1 ժամում - $\frac{1}{12}$ մասը, 2 ժամում - $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ մասը

II ծորակ - 15 ժամ, 1 ժամում - $\frac{1}{15}$ մասը, 5 ժամում - $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ մասը

Այդ դեպքում կլցվի ավագանի

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ մասը}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50 \%$$

Պատ.՝ 50 %

Խնդիր 2

Համատեղ աշխատելով երկու բանվոր առաջադրանքը կարող են կատարել 12 օրում: Երկրորդ բանվորի արտադրողականությունը երկու անգամ փոքր է առաջինի արտադրողականությունից: Քանի՞ օրում առաջադրանքի $\frac{4}{15}$ մասը կկատարեն բանվորները միասին, եթե երկրորդ բանվորի արտադրողականությունը մեծանա 20 %-ով:

Լուծում

Նախ հիշենք, որ արտադրողականությունը միավոր ժամանակում կատարված աշխատանքի ծավալն է :

I բանվոր - x օր, 1 օրում - $\frac{1}{x}$ մասը

II բանվոր - $2x$ օր, 1 օրում - $\frac{1}{2x}$ մասը

Միասին - $\frac{1}{12}$ մասը

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{3}{2x} = \frac{1}{12}$$

$$2X = 36 \quad X = 18$$

Առաջին բանվորը ամբողջ աշխատանքը կարող է կատարել 18 ժամում, իսկ երկրորդ բանվորը՝ 36 ժամում:

Առաջին բանվորի արտադրողականությունը $\frac{1}{18}$ է, երկրորդ բանվորի՝ $\frac{1}{36}$: Եթե արտադրողականությունը մեծանա 20%-ով, ապա կդառնա

$$\frac{1}{36} * \frac{120}{100} = \frac{1}{30}$$

Մեկ օրում համատեղ աշխատելով երկու բանվորները կկատարեն աշխատանքի

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{30} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45} \text{ մասը}$$

Այդ դեպքում $\frac{4}{15}$ մասը կկատարեն

$$\frac{4}{15} : \frac{4}{45} = 3 \text{ օրում} \quad \text{Պատ.՝ 3 օր:}$$

Խնդիր 3

Ապրանքի գինը երկու անգամ հաջորդաբար էժանացրին, նախ 50 % -ով, այնուհետև 20% -ով:

ա) Քանի՞ տոկոսով իջավ ապրանքի գինը երկու էժանացումից հետո:

Լուծում

Ենթադրենք ապրանքի սկզբնական գինը a դրամ է: Առաջին էժանացումից հետո $100\% - 50\% = 50\%$

Ապրանքի գինը դարձավ $a * \frac{50}{100}$ դրամ

Երկրորդ էժանացումից հետո $100\% - 20\% = 80\%$

Ապրանքի նոր գինը կլինի $a * \frac{50}{100} * \frac{80}{100} = \frac{2}{5}a$ դրամ

a դրամ- 100%

$\frac{2}{5}a$ դրամ – P %

$$P = \frac{2}{5} * 100 = 40\%$$

Ապրանքի գինը երկու էժանացումներից հետո իջավ

$$100\% - 40\% = 60\% \quad \text{Պատ.՝ 60\%}$$

բ) Քանի՞ տոկոսով պետք է թանկացնել ապրանքը, որպեսզի ստացվի սկզբնական գինը:

Լուծում

Ապրանքի նոր գինը $\frac{2}{5} a$ դրամ է, իսկ սկզբնական գինը a դրամ, որը կստանանք թանկացնելուց հետո

$\frac{2}{5} a$ դրամ – 100 %

a դրամ – P %

$$P = \frac{5}{2} * 100 = 250\%$$

Պետք է թանկացնել 250% - 100% = 150 % -ով

Պատ.՝ 150 % :

Երբ մեծությունների հարաբերակցությունը տրվում է տոկոսների միջոցով, կարևոր է հասկանալ, թե համեմատվող մեծություններից որն է ընդունվում 100 %:

Նախորդ խնդրի ա) ենթահարցում ապրանքի էժանացած գինը համեմատվում է ապրանքի սկզբնական գնի հետ, այդ պատճառով սկզբնական գինը ընդունում ենք 100%: Բ) ենթակետում ապրանքի արդեն էժանացրած գնի հետ համեմատում ենք ապրանքի սկզբնական գինը, ուստի արդեն (առաջին և երկրորդ էժանացումից) էժանացած գինն ենք ընդունում 100 %: Շատ կարևոր է, որ աշակերտները ոչ միայն բանաձևային եղանակով կարողանան լուծել, այլ նաև տրամաբանական հետևությունների միջոցով:

2.5 Համաձուլվածքների և լուծույթների վերաբերյալ խնդիրներ

Խնդիր 1.

Արույրի երկու կտորներ ունեն 40 կգ զանգված: Առաջին կտորը պարունակում է 3 կգ մաքուր պղինձ, իսկ երկրորդը՝ 7 կգ: Քանի՞ տոկոս պղինձ են պարունակում արույրի կտորները, եթե առաջին կտորը 8 % ով ավելի քիչ է պարունակում, քան երկրորդ կտորը:

Լուծում

I կտոր - x կգ – 3 կգ մաքուր պղինձ

II կտոր – y կգ – 7 կգ մաքուր պղինձ

x կգ համաձուլվածքի մեջ պղնձի տոկոսային պարունակությունը կլինի

$$\frac{3}{x} * 100\% = \frac{300}{x} \%$$

y կգ համաձուլվածքի մեջ պղնձի տոկոսային պարունակությունը կլինի

$$\frac{7}{y} * 100\% = \frac{700}{y} \%$$

Հավասարումների համակարգը կլինի

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ \frac{700}{y} - \frac{300}{x} = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 40 - y \\ \frac{700}{y} - \frac{300}{40-y} = 8 \end{cases}$$

Ձևափոխելով երկրորդ հավասարումը կստանանք

$$28000 - 700y - 300y = 8y(40 - y)$$

$$28000 - 100y = 320y - 8y^2$$

$$8y^2 - 1320y + 28000 = 0$$

$$y^2 - 165y + 3500 = 0$$

$$y_1 = 140 \quad x_1 = 40 - 140 = -100 \text{ (չի բավարարում խնդրի պայմանին)}$$

$$y_2 = 25 \quad x_2 = 40 - 25 = 15$$

Առաջինը պարունակում է $300 : 15 = 20\%$ պղինձ

Երկրորդը պարունակում է $700 : 25 = 28\%$ պղինձ

Պատ.՝ 20 % և 28 % պղինձ:

Խնդիր 2

150 կգ 30% պղինձ պարունակող համաձուլվածքից կտրեցին մի կտոր և փոխարենը խառնեցին նույնքան 10% պղինձ պարունակող համաձուլվածք: Արդյունքում ստացվեց 25% պղինձ պարունակող համաձուլվածք: 10%- անոց համաձուլվածքից քանի կգ խառնեցին:

Լուծում

Մշակենք այս տիպի խնդիրների լուծման հաշվեկանոնը

	Համաձուլվածքի կշիռը	Պղնձի % ային պար.	Պղնձի պար. զանգվածը
համ.	150 կգ	30 %	45 կգ
Կտրեցին	-X կգ	30 %	-0,3 X կգ

Խառնեցին	+ X կգ	10 %	+0,1 X կգ
ստացված համ	150 կգ	25 %	37,5 կգ

$$150 * \frac{30}{100} = 45 \text{ կգ (սկզբում)}$$

$$X * \frac{30}{100} = 0,3X \text{ կգ}$$

$$X * \frac{10}{100} = 0,1X \text{ կգ}$$

$$45 - 0,3X + 0,1X = 37,5$$

$$0,2X = 7,5$$

$$X = 37,5$$

Պատ.՝ 37,5 կգ

Խնդիր 3

Աղի երեք լուծույթներից առաջինը 15 %-անոց է, երկրորդը՝ 20%, երրորդը՝ 30%-անոց

ա) Քանի տոկոսանոց լուծույթ կստացվի, եթե այդ լուծույթները խառնեն 2:3:1 հարաբերությամբ

Լուծում

Քանի որ I:II:III =2:3:1 կարող ենք ընդունել, որ առաջին լուծույթի զանգվածը 2x , երկրորդի՝ 3x, երրորդի՝ x է :

Կազմենք արդեն ծանոթ աղյուսակը

		Լուծույթի զանգվածը	Աղի տոկոսային պարուն.		Աղի կշիռը
I		2x	15 %		0,3x
II	+	3x	20%	+	0,6x
III	+	X	30%	+	0,3x
Ստացված լուծ.		6x	P%		1,2x

$$2x * \frac{15}{100} = \frac{30x}{100} = 0,3x$$

$$3x * \frac{20}{100} = \frac{60x}{100} = 0,6x$$

$$x * \frac{30}{100} = \frac{30x}{100} = 0,3x$$

Կարող ենք շարունակել 2 եղանակով

$$6x * \frac{P}{100} = 1,2x \quad P=20\%$$

կամ

$$6x—100\%$$

$$1,2x—P\%$$

$$P = \frac{1,2x * 100}{6x} = 20$$

Պատ.՝ 20%

բ) Քանի՞ կգ մաքուր աղ պետք է ավելացնել երկրորդ լուծույթի 15 կգ -ին, որպեսզի ստացվի 25% -անոց լուծույթ:

Լուծում

Մաքուր աղ ասելով հասկանում ենք 100% աղ: Քանի որ երկրորդ լուծույթը 20% -անոց է, ապա նշանակենք ավելացված աղի կշիռը a կգ-ով:

	Լուծույթի զանգվածը	Աղի տոկոսային պարուն.		Աղի զանգվածը
	15 կգ	20 %		3 կգ
+	a կգ	100%	+	a կգ
	(15+ a) կգ	25%		(a +3) կգ

$$15 * \frac{20}{100} = 3 \text{ կգ}$$

$$(15 + a) * \frac{25}{100} = a + 3$$

$$15 + a = 4a + 12$$

$$3a = 3 \quad a = 1$$

Պատ.՝ 1 կգ

գ) Քանի՞ կգ ջուր է պետք գոլորշիացնել առաջին լուծույթի 80 կգ-ից, որպեսզի աղի պարունակությունը դառնա 40%

Լուծում

Նկատենք, որ գոլորշացած ջրի մեջ աղի տոկոսային պարունակությունը 0%, նշանակում է գոլորշացած ջուրը a կգ

	Լուծույթի զանգվածը	Աղի տոկոսային պարուն.		Աղի զանգվածը
	80 կգ	15 %		12 կգ
-	a կգ	0%	-	0 կգ
	(80- a) կգ	40%		12 կգ

$$80 * \frac{15}{100} = 12\text{կգ}$$

$$(80 - a) * \frac{40}{100} = 12\text{կգ}$$

$$80-a= 30$$

$$a= 50$$

Պատ.՝ 50կգ

Խնդիր 4. Երկու ամաններից յուրաքանչյուրը պարունակում է սպիրտի տարբեր տոկոսանոց լուծույթներ: Երբ առաջին ամանի լուծույթի $\frac{1}{4}$ -ը լցրին երկրորդ ամանի մեջ, ապա երկրորդ ամանի մեջ ստացվեց 240 գ 25%-անոց լուծույթ, իսկ առաջին ամանում մնաց 120 գ 70%-անոց լուծույթ: Քանի՞ տոկոսանոց էր երկրորդ ամանի սկզբնական լուծույթը:

Լուծում

Քանի որ առաջին ամանի $\frac{1}{4}$ -ը լցրին երկրորդ ամանի մեջ և մնաց 120գ, այսինքն՝ 120գ առաջին ամանի $\frac{3}{4}$ մասն է, ուրեմն առաջին ամանի մեջ եղել է $120 : \frac{3}{4} = 160$ գրամ լուծույթ

Առաջինում 160 գ 70% լուծույթ, առաջինից դատարկել են երկրորդի մեջ 40գ 70% լուծույթ: Դա նշանակում է, որ երկրորդ ամանի մեջ եղել է $240-40= 200$ գ : Ստացվեց որ.

		Լուծույթի զանգվածը	սպիրտի տոկոսային պարուն.	սպիրտի զանգվածը
I		40 գ	70 %	28 գ
II	+	200 գ	P %	2P գ
Ստացված լուծույթ		240 գ	25 %	60 գ

$$40 * \frac{70}{100} = 28 \text{ գ}$$

$$200 * \frac{P}{100} = 2P \text{ գ}$$

$$240 * \frac{25}{100} = 60 \text{ գ}$$

$$28 + 2P = 60$$

$$2P = 32$$

$$P = 16$$

$$\text{Պատ. } 16 \%$$

2.6 Տոկոսների կիրառությամբ այլ խնդիրներ

Այժմ դիտարկենք տոկոսների կիրառությամբ այլ խնդիրներ:

Խնդիր 1

Չորացած սունկը թարմ սնկի 20 % է: Թարմ սնկի 90 % ջուր է: Չորացած սնկի որ տոկոսն է ջուր:

Լուծում

Ենթադրենք թարմ սնկի զանգվածը x է, այդ դեպքում չորացնելիս սնկի կշիռը

$$x * \frac{20}{100} = 0,2x$$

Եթե թարմ սնկի 90 % ջուր է, ապա նրա 10 % պտղամիս է, ուրեմն պտղամիսը

$$x * \frac{10}{100} = 0,1x \text{ է:}$$

Չորացած սնկի զանգվածը $0,2x$ է, որի $0,1x$ – ը պտղամիս է, այսինքն

$$0,2x - 0,1x = 0,1x \text{ ջուր է}$$

$$0,2x - 100\%$$

$$0,1x - P\%$$

$$P = 50$$

Պատ.՝ 50 %

Խնդիր 2

Բանանը 10 %-ով թանկ է, քան նարինջը, իսկ խնձորը 20 %-ով էժան է բանանից;

ա) Բանանը քանի՞ տոկոսով է թանկ խնձորից

Լուծում

Այս խնդրի մեջ կարևոր է որոշել թե ո՞ր մրգի գնի հետ պետք է համեմատել մյուս երկուսի գները:

Ենթադրենք նարինջըն արժե x դրամ

Այդ դեպքում բանանը, որը 10 % -ով թանկ է , այսինքն նարնջի 110 %ն է,

կլինի $\frac{110}{100}x = 1,1x$ դրամ

խնձորը 20 %-ով էժան է բանանից, այսինքն խնձորի գինը բանանի գնի 80 % -ն է

խնձորի գինը կլինի $1,1x * \frac{80}{100} = 0,88x$ դրամ

բանանի գինը $1,1x$ դրամ համեմատվում է խնձորի գինը $0,88x$ դրամի հետ

Ունենք

$$0,88x - 100\%$$

$$1,1x - P\%$$

$$P = \frac{1,1x * 100}{0,88x}$$

$$P = 125, \text{ այսինքն թանկ է } 125 - 100 = 25\% \quad \text{Պատ.՝ } 25\%$$

բ) Քանի՞ տոկոսով է 3 կգ բանանի դիմաց վճարված գումարը ավելի 2 կգ նարնջի դիմաց վճարված գումարից

Լուծում

3 կգ բանանն արժե $3 * 1,1x = 3,3x$ դրամ

2 կգ նարինջը՝ $2 * x = 2x$ դրամ

Կարող ենք հաշվել, թե 3 կգ բանանի համար որքան ավելի գումար են վճարել, քան 2 կգ նարնջի համար

$$3,3x - 2x = 1,3x \text{ դրամ}$$

$$2x - 100\%$$

$$1,3x - P\%$$

$$P = \frac{1,3x*100}{2x} = 65$$

Պատ.՝ 65 %

Խնդիր 3

Խանութը ապրանքը ձեռք է բերել 500 դրամով: Ապրանքը վաճառեցին նախատեսված գնից 10 %-ով ցածր գնով և ստացան 8 % շահույթ:

ա) Քանի՞ դրամով էր նախատեսված վաճառել ապրանքը

Լուծում

Այս խնդրի մեջ կարևոր է, որ ապրանքը ձեռք էր բերվել 500 դրամով և ստացել են 8 % շահույթ, այսինքն ապրանքն վաճառվել է

$$500 * \frac{108}{100} = 540 \text{ դրամ (շահույթը՝ 8 \%ավելի)}$$

Քանի որ ապրանքը վաճառվել է նախատեսվածից 10 %-ով ցածր գնով, այսինքն

(100-10= 90%) նախատեսվածի 90 %-ը 540 դրամն է

Նշանակենք նախատեսվածը x դրամ

$$x * \frac{90}{100} = 540$$

$$x = 600$$

կամ

$$x \text{ դրամ} - 100 \%$$

$$540 \text{ դրամ} - 90 \%$$

Պատ.՝ 600 դրամ

բ) Սկզբում քանի՞ տոկոս շահույթ էր նախատեսվում ստանալ:

Լուծում

Եթե նախատեսվում էր ապրանքը վաճառել 600 դրամով, իսկ ձեռք է բերվել 500 դրամով, ապա շահույթը՝ $600 - 500 = 100$ դրամ էր

$$500 - 100\%$$

$$100 - P\%$$

$$P = \frac{100 * 100}{500}$$

$$P = 20$$

Պատ.՝ 20%

գ) Քանի՞ տոկոս շահույթ կստանա խանութ, եթե վաճառի այդպիսի 10 ապրանք

Լուծում

Տոկասային հարաբերակցությունը կապ չունի ապրանքի քանակի հետ Պատ.՝ 8%

Խնդիր 4

Դասարանի աշակերտների 40%-ը գերազանցիկ են, ընդ որում տղաների 25 %-ն են գերազանցիկ, իսկ աղջիկների՝ 50 %

ա) Դասարանի աշակերտների n ՝ տոկոսն են կազմում տղաները:

Լուծում

Այս խնդիրը կարելի է լուծել ոչ ստանդարտ ճանապարհով

Ենթադրենք դասարանում սովորում են x տղա և y աղջիկ, այդ դեպքում դասարանում կա

$(x+y)$ աշակերտ, որոնց 40 % գերազանցիկ են

$$(x + y) * \frac{40}{100} = 0,4(x + y) \text{ գերազանցիկ}$$

$$x * \frac{25}{100} = 0,25x \text{ գերազանցիկ տղաներ}$$

$$y * \frac{50}{100} = 0,5y \text{ գերազանցիկ աղջիկներ}$$

$$0,25x + 0,5y = 0,4(x + y)$$

$$0,25x + 0,5y = 0,4x + 0,4y$$

$$0,1y = 0,15x$$

$$y = 1,5x$$

Եթե դասարանի աշակերտների քանակը արտահայտենք տղաների քանակով, կստանանք՝ $x + 1,2x = 2,5x$

$$2,5x - 100\%$$

$$x - P\%$$

$$P = \frac{100x}{2,5x}$$

$$P = 40 \quad \text{Պատ.՝ } 40\%$$

Խնդիր 5

Առաջին գրքի էջերի քանակի $\frac{1}{4}$ – մասը 20-ով պակաս է երկրորդ գրքի էջերի քանակի 75 %-ից: Առաջին գրքի էջերը համարակալելու համար անհրաժեշտ է 1164 թվանշան (համարակալումը սկսվում է 1 թվանշանից)

ա) Գտնել առաջին գրքի էջերի քանակը

Լուծում

Այս խնդրի լուծումը հարմար է սկսել օգտագործելով վերջին նախադասությունը

1-9 էջերը համարակալելիս օգտագործվել է 9 նիշ

10- 99 էջերի համար՝ $90 \cdot 2 = 180$ նիշ

Եռանիշ թվերով համարակալված էջերի համար օգտագործվել է

$1164 - 189 = 975$ նիշ, այդ դեպքում

$975 : 3 = 325$ էջ համարակալվել է եռանիշ թվերով

99 էջ միանիշ և երկնիշ թվերով

$99 + 325 = 424$ էջ ունի առաջին գիրքը Պատ.՝ 424 էջ

բ) Գտնել երկրորդ գրքի էջերի քանակը

Լուծում

Ենթադրենք երկրորդ գրքի էջերի քանակը x է

Այդ դեպքում $\frac{1}{4} \cdot 424 + 20 = x \cdot \frac{75}{100}$

$126 = x \cdot \frac{75}{100}$

$x = 168$ Պատ.՝ 168 էջ

Խնդիր 6

Բանվորը 8 ժամում շարել է 13 մ^2 պատ, ընդ որում, առաջին 4 մ^2 շարելուց հետո նրա արտադրողականությունը ընկել է 25%-ով;

ա) Մինչև արտադրողականությունն ընկնելը բանվորը 1 ժամում քանի՞ մ^2 պատ էր շարում

Լուծում

8 ժամում շարել է ընդամենը 13 մ^2 պատ

Ենթ. x ժամում – 4 մ^2 , ապա արտադրողականությունը եղել է $\frac{4}{x} \text{ մ}^2$

Մնացել է աշխատելու $(8 - x)$ ժամ և շարելու $13 - 4 = 9 \text{ մ}^2$

Այսինքն արտադրողականությունը դարձել է $\frac{9}{8-x} \text{ մ}^2$, որը $\frac{4}{x} \text{ մ}^2$

արտադրողականությունից ցածր է 25% -ով

Ոստի $100 - 25 = 75 \%$

$$\frac{4}{x} * \frac{75}{100} = \frac{9}{8-x}$$

$$\frac{4}{x} * \frac{3}{4} = \frac{9}{8-x}$$

$$3x = 8 - x$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

Այսինքն 1 ժամում շարել է $4:2=2$ մ² Պատ.՝ 2 մ²

բ) Քանի մ² շարեց բանվորը առաջին 6 ժամում

Լուծում

2 ժամ շարելուց հետո արտադրողականությունը դարձել է

$$\frac{9}{8-2} \text{ մ}^2=1,5 \text{ մ}^2 \text{ (1 ժամում շարել է } 1,5 \text{ մ}^2)$$

2 ժամում – 4 մ²

$$6 - 2 = 4 \text{ ժամ} - 4 * 1,5 = 6 \text{ մ}^2$$

ուրեմն 6 ժամում շարել են $4+6=10$ մ² Պատ.՝ 10 մ²

3. Տոկոսների կիրառությունը կյանքի տարբեր ոլորտներում

3.1 Աշխատավարձի հաշվում

Աշխատողի ամսական աշխատավարձի չափը կազմում է 300000 ՀՀ դրամ:

Եթե աշխատողը ծնվել է մինչև 1974 թվականը, այսինքն նրանից սոցիալական վճար չի գանձվում, ապա նրանից պահվող հարկերն ու պարտադիր վճարները կազմում են 65500 ՀՀ դրամ, որից 60000 դրամը եկամտային հարկն է, որը կազմում է եկամտի 20%-ը, իսկ 5500 դրամը՝ դրոշմանիշային վճարն է: Տվյալ աշխատողի վճարման ենթակա գումարը կազմում է 234500 ՀՀ դրամ:

Եթե աշխատողը ծնվել 1974 թվականից հետո, այսինքն նրանից սոցիալական վճար է գանձվում, ապա նրանից պահվող հարկերն ու պարտադիր վճարները կազմում են 80500 ՀՀ դրամ, որից 60000 դրամը եկամտային հարկն է, որը կազմում է եկամտի 20%-ը, 15000 դրամը՝ սոցիալական վճարն է, իսկ 5500 դրամը՝

դրոշմանիշային վճարը: Տվյալ աշխատողի վճարման ենթակա գումարը կազմում է 219500 ՀՀ դրամ:

Եթե տվյալ աշխատողն ամբողջ ամսվա մեջ 22 աշխատանքային օրվա փոխարեն աշխատել է, օրինակ, 18 աշխատանքային օր, ապա տվյալ ամսվա համար նրա աշխատավարձը կկազմի 245455 դրամ, որից էլ կհաշվարկվեն հարկերն ու պարտադիր վճարները:

Եթե աշխատողն ամբողջ ամիսն աշխատել է, տվյալ ամսում նաև պարգևատրվել է, օրինակ, 150000 դրամով, նրա համար հաշվարկվել է 60000 դրամ արձակուրդային վճար, ապա այդ ամսվա նրա ամբողջ եկամուտը կկազմի 510000 դրամ, որից էլ կհաշվարկվեն հարկերն ու պարտադիր վճարները:

Հարկերի և պարտադիր վճարների համար սահմանված դրույքաչափերը 2023 թվականի հունվարի 1-ից հետո.

Եկամտային հարկը աշխատավարձից (աշխատավարձ, արձակուրդային վճար, պարգևավճար, հավելավճար...) գանձվում է 20% դրույքաչափով:

Սոցիալական վճարը հաշվարկվում է 5% դրույքաչափով, եթե աշխատողի ամսական աշխատավարձը չի գերազանցում 500000 դրամը, իսկ գերազանցելու դեպքում՝ տարբերության 10%-ի և 25000 (500000*5%) դրամի գումարի չափով: Սոցիալական վճարը չի կարող գերազանցել 87500 դրամը, այսինքն աշխատավարձը 1125000 դրամից ավել լինելու դեպքում, աշխատողից գանձվում է 87500 դրամ սոցիալական վճար:

Դրոշմանիշային վճարը մինչև 100000 դրամ աշխատավարձից գանձվում է 1500, 100001-ից մինչև 200000 դրամից՝ 3000, 200001-ից մինչև 500000 դրամից՝ 5500, 500001ից մինչև 1000000 դրամ՝ 8500, իսկ 1000001-ից ավելի դեպքում՝ 15000 դրամ:

3.2 Բանկային գործառնություն

Վարկ վերցնելիս հաճախ մեր հաշվարկները չեն համընկնում բանկի ներկայացրած թվերին: Իսկ պատճառները հետևյալն են:

Անվանական տոկոսը բանկի կողմից տրամադրվող գումարի գինն է: Գովազդային հոլովակներում, պաստառներում, գրքույկներում բանկերը նշում են անվանական տոկոսը:

Փաստացի տոկոսը ստացվում է, երբ վարկ տրամադրելիս բանկը որոշ ծախսեր է կատարում վարկային դիմումը ուսումնասիրելու, գրավոր գնահատելու և այլ ծառայությունների համար, որից հետո արդեն անվանական տոկոսին ավելանում են լրացուցիչ ծախսերը, և ստացվում է փաստացի տոկոսը՝ վարկի իրական արժեքը:

Ենթադրենք մեզ պետք է 1,2 մլն ՀՀ դրամի վարկ մեկ տարով: Բանկը առաջարկում է տրամադրել վարկը 22% -ով (անվանական տոկոս է): Վարկի դիմումին ընթացք տալու վճարը՝ 10000 դրամ: Վարկի դիմումի սպասարկման վճարը 1տոկոս՝ 12000 դրամ: Վարկի գնահատման ծառայության վճարը՝ գումարի 1տոկոս՝ 12000 դրամ: Փաստացի տոկոսը 24,83 % : Գոյություն ունի վարկի կանոն՝ 30/70:

Ըստ փորձագետների, վարկի ամսական մարումները չպետք է գերազանցեն ամսական եկամուտի 30-50%:

Օրինակ 1.

Եթե ամսական եկամուտը 200000 ՀՀ դրամ է, վարկ կարելի է վերցնել, եթե ամսական մարումները 60000-100000 ՀՀ դրամի միջակայքում են:

Օրինակ 2.

Ենթադրենք 3000 ԱՄՆ դոլար 10% տարեկան 4 տարի ժամանակով

Որքա՞ն կավելանա գումարը

$$3000 * \left(1 + \frac{10}{100}\right)^4 = 3000 * 1,4241 = 4392,3 \text{ դոլար}$$

Ավելացել է 1392,3 դոլար, բայց բանկը պահում է այդ գումարի 10%՝ 139,23 դոլար:

Փաստացի նախնական գումարը ավելացավ $1392,3 - 139,23 = 1253,07$ դոլար

3.3 Տոկոսների կիրառությունը տարբեր մասնագիտության մարդկանց ամենօրյա աշխատանքում:

Տոկոսը դեղագործության և բժշկության մեջ:

Դեղագործները, փորձերի և տեսական գիտելիքների միջոցով, պատրաստում են լուծույթներ, խառնուրդներ, այնպիսի տոկոսային հարաբերությամբ, որ բուժեն

մարդուն և չվնասեն: Յուրաքանչյուրս դեղ գնելիս ուշադիր կարդում ենք նրա մեջ մտնող նյութերի տոկոսային հարաբերությունը:

Տոկոսները օգտագործվում են կոմունալ վճարումները, տուժերն ու տուգանքները հաշվելիս: Տնտեսության բոլոր ճյուղերում դժվար է նշել որևէ բնագավառ, որտեղ տոկոսները չեն օգտագործվում:

3.4 Հարցում

Տարբեր մասնագիտություն ունեցող 20 մասնակից պատասխանել են հետևյալ հարցերին

1. *Կարողանու՞մ եք տոկոսներով հաշվարկներ կատարել*

14 հոգի – շատ լավ

5 հոգի – հաշվիչով՝ այո, ոչ բարդ հաշվարկներ

1 մարդ – երբեք

2. *Գիտե՞ն իրենց մաքուր աշխատավարձի չափը*

20 հոգի – գիտեն

3. *Գիտե՞ն իրենց աշխատավարձերից պահվող հարկերը և նրանց չափերը*

12 հոգի – գիտեն

13 4 հոգի – գիտեն, բայց թերի

4 հոգի – գիտեն միայն եկամտահարկը, սոցիալական վճարը, բայց չգիտեն նրանց չափերը

4. *Վարկ վերցնելիս, մանրամասն կարդում են պայմանագիրը*

8 հոգի- այո

5 հոգի – մասամբ՝ որտեղ թվեր կամ տոկոսներ են գրված

4 հոգի - խնդրում են բանկի աշխատակիցը որոշ պարզաբանումներ տա

3 հոգի – չեն կարդում, բայց նշված տեղերում դնում են իրենց ստորագրությունը

5. *Առօրյա կյանքում որտեղ եք հանդիպում տոկոսներին՝ նշվել է բանկ, խանութ, դեղատուն, ամփոփիչ զեկույցներում:*

Եզրակացություն

Ժամանակակից մարդը սերտորեն կապված է տոկոս հասկացությանը: Այն շատ հաճախ է կիրառվում մեր կյանքում:

Տոկոսները- մաթեմատիկայի բաժիններից է, որը հաճախ լինում է մաթեմատիկայի քննությունների ժամանակ, դասագրքերում, խնդրագրքերում: Հետազոտման շատ մեծ դաշտ է, որը և գործնական և տեսական նշանակություն ունի:

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշիչ՝
<https://www.arlis.am/DocumentView.aspx?DocID=180002>
2. Հանրակրթության պետական չափորոշիչ
<https://www.arlis.am/DocumentView.aspx?DocID=149788>
3. Նիկոլսկի Ս. Մ., Պոտապով Մ. Կ., Ռեշետնիկով Ն.Ն., Շևկին Ա.Վ., «Հանրահաշիվ 9», 9-րդ դասարանի դասագիրք, «Անտարես» հրատարակչություն, 300 էջ, Երևան 2018, 300 էջ. <https://online.fliphtml5.com/fumf/embl/#p=1>
4. Մաթեմատիկա: Հանրակրթական հիմնական դպրոցի առարկայական չափորոշիչ և ծրագիր, «Անտարես» հրատարակչություն, Երևան, 2006:
5. Հակոբյան Ս., Փոքրիկյան Ա., Ղազարյան Շ., Ֆինանսական կրթության մեթոդական ձեռնարկ «Մաթեմատիկա» և «Հանրահաշիվ» առարկաների ուսուցիչների համար, Երևան 2019՝ <https://abcfinance.am/images/teachers/5.pdf>
6. Հակոբյան Ս., Փոքրիկյան Ա., Ղազարյան Շ., Ղազարյան Ն., Խաչանյան Ա., Ֆինանսական կրթություն և մաթեմատիկա, Խնդիրների և առաջադրանքների ժողովածու, 5-11-րդ դասարաններ, Տպարան ԷՅԷՄ, Երևան 2022
<https://abcfinance.am/images/teachers/Khndragirq.pdf>
7. Տոկոսների ստեղծման, պատմությունը (էլեկտրոնային պաշարներ)
8. Մաթեմատիկայի ավարտական և միասնական քննությունների շտեմարան մաս 1
9. Մաթեմատիկայի ավարտական և միասնական քննությունների շտեմարան մաս 2
10. Финансовая математика, Теория процентов, под редакцией А. С. Саркисов 2014
Г

