

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

ԹԵՄԱ - Բանավոր հաշվարկի մեթոդներ և դրանց արդյունավետ կիրառում

Կազմեց՝ Վարդանյան Մարատ

Կապանի թիվ 10 միջնակարգ դպրոց

Ղեկավար՝ Ալինա Մկրտչյան

«Կապանի թիվ 2 ավագ դպրոց» ՊՈԱԿ

(Վերապատրաստող կազմակերպության անվանումը)

Կապան 2023

## Բովանդակություն

1. Ներածություն.....	4 էջ
1.1. Հաշվարկի առաջացումը պարզունակ մարդկանց մոտ. ինչպես մարդիկ սովորեցին հաշվարկներ կատարել.....	7 էջ
1.2. Հաշվարկի տեխնիկայի փոփոխությունը քաղաքակրթության առաջացմանը զուգահեռ.....	8 էջ
1.3. Հաշվելու մեթոդների մասին առաջին գրականությունը.....	9 էջ
1.4. Բազմապատկման աղյուսակը մատներով.....	9 էջ
1.5. Մարդիկ՝ արագ հաշվելու ֆենոմեն.....	10 էջ
2. Լուծման փորձեր և վերլուծություն.....	12 էջ
2.1. 11-ով բազմապատկել այն թիվը, որի թվանշանների գումարը 10-ից փոքր է.....	12 էջ
2.2. 11-ով բազմապատկելով այն թիվը, որի թվանշանների գումարը 10-ից մեծ է....	12 էջ
2.3. Բազմապատկում 11-ով (ըստ Տրախտենբերգի).....	13 էջ
2.4. Բազմապատկում 22-ով, 33-ով, ...-ով, 99-ով.....	14 էջ
2.5. Բազմապատկում 111-ով, 1111-ով և այլն՝ իմանալով 11-ով երկնիշ թվի բազմապատկման կանոնները.....	14 էջ
2.6. Երկնիշ թվի բազմապատկումը 101-ով, 1001-ով և այլն.....	15 էջ
2.7. Բազմապատկում 37-ով.....	16 էջ

2.8. 100-ին մոտ երկնիչ թվերի բազմապատկման ալգորիթմ.....	16 էջ
2.9. Եռանիշ թվի բազմապատկումը 999-ով.....	17 էջ
2.10. Բազմապատկում 6-ով (ըստ Տրախտենբերգի).....	18 էջ
Եզրակացություն.....	19 էջ
Օգտագործված գրականության ցանկ.....	20 էջ
Դասի պլան.....	21 էջ

## Ներածություն

Բարձր տեխնոլոգիաների և համակարգիչների լայն կիրառման մեր դարում մտքում բավականին բարդ հաշվարկներ արագ և ճիշտ կատարելու ունակությունը չի կորցրել իր արդիականությունը: Մտքի ճկունությունը հպարտանալու առիթ է մարդկանց համար, իսկ մտավոր հաշվարկներ արագ կատարելու կարողությունը պարզապես զարմանք է առաջացնում: Նման հմտությունները կօգնեն աշակերտին թե՛ դպրոցում, թե՛ առօրյայում և թե՛ հետագա աշխատանքում:

Բացի այդ, արագ հաշվարկը իսկապես մտքի մարզանք է, որը սովորեցնում է կյանքի ամենադժվարին իրավիճակներում ամենակարճ ժամանակահատվածում օպտիմալ և ոչ ստանդարտ լուծումներ գտնել: Մտքում մաթեմատիկական հաշվարկներ կատարելիս մարդը հիմնականում օգտագործում է նույն կանոնները, ինչ գրավոր հաշվարկներ կատարելիս:

Գրականությունից օգտվելով կարելի է ձեռք բերել անհրաժեշտ գիտելիքներ: Բազմաթիվ հոդվածներ վերլուծելուց հետո արագ հաշվելու անսովոր մեթոդների մասին հայտնաբերեցինք հետաքրքիր պատմական տվյալներ, ինչպես նաև բազմաթիվ օրինաչափություններ և անսպասելի արդյունքներ:

Եվ թվում է, թե «չոր» թվերը սոսկ օրինակներ են, սակայն այս փոխակերպումները անչափ օգտակար ու գեղեցիկ են: Ընդամենը մի փոքր ջանք գործադրելով՝ կարելի է կատարել արագ հաշվարկ: Եվ, որպես կանոն, եթե աշակերտների շրջանում մեթոդների և տեխնիկաների հանդեպ հետաքրքրություն ենք առաջացում, նրանք սկսում են սիրով օգտագործել դրանք:

Այնուամենայնիվ, ներկայումս երեխաներից շատերը վատ են հաշվում: Կամ նրանք ծուլանում են մտածել (ինչու՞ ծանրաբեռնել ուղեղը լրացուցիչ աշխատանքով, եթե կան հաշվիչներ), կամ ոչ-ոք դա ժամանակին չի սովորեցրել: Դասագրքերում

ռացիոնալ հաշվարկների մեթոդներ գործնականում չկան: Դպրոցական ծրագրի բարդ բանաձևերը և ալգորիթմները աշակերտներին ավելի ու ավելի են հեռացնում պարզ, հասկանալի մտավոր թվաբանական հմտություններից: Անհրաժեշտ է ներդնել մտքում հաշվելու ոչ ստանդարտ տեխնիկա՝ արագ և ճիշտ հաշվարկի ուսուցանման համար, որի ժամանակ երեխաները չեն օգտվի հաշվիչ սարքերից:

Ընտրված թեմայի արդիականությունը կայանում է նրանում, որ արագ հաշվելու հետևյալ մեթոդները նախատեսված են միջին ունակություններով երեխաների համար և յուրահատուկ հմտություններ չեն պահանջում: Կարևորը մտքի շարունակական մարզումն է: Բացի այդ, այս հմտությունների տիրապետումը զարգացնում է սովորողի տրամաբանությունն ու հիշողությունը:

Հետազոտական աշխատանքի նպատակն է՝ ուսումնասիրել արագ հաշվելու մեթոդներն ու տեխնիկաները և ապացուցել արագ հաշվելու և այն արդյունավետ օգտագործելու ունակության անհրաժեշտությունը:

Նպատակ:

- 1) սովորեցնել մտավոր հաշվարկների պարզեցված, ոչ ստանդարտ մեթոդներ բնական թվերը բազմապատկելիս,
- 2) դիտարկել և օրինակներով ցույց տալ ոչ ստանդարտ մեթոդների օգտագործումը թվերը բազմապատկելիս և բաժանելիս:

Խնդիր ենք առաջադրել գտնել և դիտարկել բանավոր արագ հաշվարկի ոչ ստանդարտ մեթոդներ, որոնք ընդգրկված չեն դպրոցական ծրագրում:

Հետազոտության վարկածն այն է, որ եթե ցույց տանք, որ արագ հաշվելու տեխնիկայի օգտագործումը հեշտացնում է հաշվարկներ կատարելը, ապա կարող ենք հասնել

նրան, որ սովորողների մոտ կզարգանան հաշվելու հմտությունները և նրանց համար ավելի հեշտ կլինի լուծել գործնական առաջադրանքները:

Հետազոտական մեթոդներ.

1) տեղեկատվության հավաքագրում,

2) համակարգում և ընդհանրացում:

Պարզելու համար, թե արդյոք ներկայումս դպրոցականները գիտեն թվաբանական գործողություններ կատարելու այլ եղանակներ՝ բացի սյունակով բազմապատկելուց, գումարելուց, հանելուց և անկյունաձև բաժանելուց և կցանկանային արդյոք սովորել նոր ձևեր, կատարվել է թեստային հարցում:

Հարցումը անց է կացվել 5-րդ, 8-րդ և 10-րդ դասարանների աշակերտների շրջանում:

1. Կարո՞ղ եք արագ և ճիշտ հաշվել:

2. Որքա՞ն հաճախ եք հաշվիչ օգտագործում:

3. Գիտե՞ք արդյոք արագ հաշվելու որևէ տեխնիկա:

4. Ի՞նչ եք կարծում, հաշվելու ունակությունը զարգացնու՞մ է արդյոք հիշողությունը, ուշադրությունը և կենտրոնանալու կարողությունը:

Հարցման արդյունքներ.

1. Կարող եմ հաշվել- 11; Դանդաղ եմ հաշվում - 38; Չեմ կարող հաշվել – 10:

2. Հաճախ 3; Երբեմն 42; Ես չեմ օգտագործում 14:

3. Այո 17; Ոչ 42:

4. Այո 49; Ոչ 10:

Տվյալների վիճակագրական մշակում կատարելով՝ հանգեցինք այն եզրակացության, որ աշակերտների մեծ մասը չի տիրապետում արագ հաշվելու մեթոդներին:

### **1.1 Ինչպես մարդիկ սովորեցին հաշվարկներ կատարել**

Այս փուլում անհրաժեշտ է ուսումնասիրել հաշվելու տեխնիկայի պատմության էջերը, որպեսզի հասկանանք, թե արդյոք ինչ առավելություններ ունեն արագ հաշվելու տեխնիկա ունեցող մարդիկ:

Ոչ-ոք չգիտի, թե ինչպես է հայտնվել թիվը, ինչպես է պարզունակ մարդը սկսել հաշվել: Այնուամենայնիվ, տասնյակ հազարավոր տարիներ առաջ պարզունակ մարդը հավաքում էր ծառերի պտուղները, գնում որսի, ձկնորսություն էր անում, սովորում էր քարե կացին և դանակ պատրաստել և ստիպված էր հաշվել տարբեր առարկաներ, որոնց հանդիպում էր առօրյայում: Աստիճանաբար անհրաժեշտություն առաջացավ պատասխանել կենսական հարցերին՝ յուրաքանչյուր մարդ ինչքա՞ն միրգ է ստանալու, որ բոլորին բավարարի, որքա՞ն ծախսել այսօր, որպեսզի պահեստում նույնպես մնա, քանի՞ դանակ է պետք պատրաստել և այլն: Այսպես աննկատ մարդը սկսեց հաշվել ու հաշվարկներ կատարել:

Եթե երկուսից ավելի առարկաներ կային, ապա պարզունակ մարդն ասում էր «շատ»: Միայն աստիճանաբար մարդը սովորեց հաշվել մինչև երեքը, հետո մինչև հինգը և մինչև տասը և այլն: Յուրաքանչյուր թվի առանձին բառով անվանելը մեծ առաջընթաց էր:

Մարդիկ հաշվելու համար օգտագործում էին ձեռքերի և ոտքերի մատները: Չէ՞ որ փոքր երեխաներն էլ են սովորում մատների վրա հաշվել: Այնուամենայնիվ, այս մեթոդը հարմար էր միայն 20-ի միջակայքում հաշվելու համար:

Գտնվում է լուծում. մատների վրա հաշվել մինչև 10-ը, այնուհետև սկսել նորից՝ առանձին հաշվելով տասնյակները: Տասի վրա հիմնված թվային համակարգը առաջացել է որպես մատներով հաշվարկի բնական զարգացում:

## **1.2 Հաշվարկի տեխնիկայի փոփոխությունը քաղաքակրթության առաջացմանը զուգահեռ**

Խոսքի զարգացմանը զուգընթաց մարդիկ սկսեցին օգտագործել բառեր թվերը արտահայտելու համար: Այլևս կարիք չկար որևէ մեկին մատներ, խճաքարեր կամ առարկաներ ցույց տալ՝ քանակը ասելու համար: Թվերը պատկերելու համար սկսեցին օգտագործվել նկարներ, գծագրեր կամ նշաններ: Գոյություն ունեին նաև մինչև 9 թվի համար առանձին խորհրդանիշներով համակարգեր, ինչպես որ արաբական թվային համակարգում է, որն այժմ օգտագործում ենք, իսկ հույներն ունեին հատուկ նշան նաև 10-ի համար:

Մարդիկ մատների օգնությամբ սովորեցին ոչ միայն մեծ թվեր հաշվել, այլև կատարել գումարման և հանման գործողություններ:

Հաշվելու հեշտության համար հնագույն առևտրականները սկսեցին հատիկներ և կեղևներ տեղադրել հատուկ տախտակի վրա, որը ժամանակի ընթացքում հայտնի դարձավ որպես աբակ:

Հին ժամանակներում հատկապես բարդ ու դժվար էր կատարել բազմապատկման ու բաժանման գործողությունները: Այն ժամանակ դեռևս չկար մշակված մեկ ընդհանուր տեխնիկա բոլոր գործողությունների համար: Ընդհակառակը, միևնույն ժամանակ կիրառվել են բազմապատկման և բաժանման գրեթե մեկ տասնյակ տարբեր եղանակներ. մեկը մյուսից բարդ տեխնիկաներ, որոնք միջին ընդունակությունների տեր մարդը ի վիճակի չէր հիշելու: Հաշվելու յուրաքանչյուր ուսուցիչ հետևում էր իր

սիրելի տեխնիկային, յուրաքանչյուր «բաժանման վարպետ» (կային այդպիսի մասնագետներ) գովաբանում էր այս գործողությունը կատարելու իր ձևը:

### **1.3 Հաշվելու մեթոդների մասին առաջին գրականությունը**

Վ. Բելուստինի «Ինչպես մարդիկ աստիճանաբար հասան ներկայիս թվաբանությանը» (1914) գրքում բերված է բազմապատկման 27 եղանակ, և հեղինակը նշում է. «միանգամայն հավանական է, որ էլ ավելի շատ մեթոդներ թաքնված լինեն գրապահոցների խորշերում՝ ցրված բազմաթիվ, հիմնականում ձեռագիր ժողովածուներում»: Բազմապատկման մեր ժամանակակից մեթոդն այնտեղ նշված է «շախմատ» անվան տակ:

Նշվում են նաև այնպիսի մեթոդներ, ինչպիսիք են «ծռելով», «վանդակավոր», «հետևից առջև», «շեղանկյուն», «եռանկյուն» և այլն մեթոդները: Թվերը բազմապատկելու այս մեթոդներից շատերը երկար են և պահանջում են պարտադիր ստուգում:

### **1.4 Բազմապատկման աղյուսակը մատներով**

Բազմապատկման աղյուսակն այն գիտելիքն է, որն անհրաժեշտ է յուրաքանչյուր մարդու և որը պետք է պարզապես անգիր անել, ինչը տարրական դասարաններում ամենևին էլ «տարրական» չի թվում: Այնուհետև, երեխաները սովորում են արագ բազմապատկել 2•3, 3•5, 4•6 և այլն: Մակայն տևական ժամանակ գիտելիքները չկիրառելուց հետո նրանք հանձնվում են և սկսում օգտվել հաշվիչներից:

Այնուամենայնիվ, տիրապետելով «ձեռքով» բազմապատկման մեկ պարզ տեխնիկայի, նրանք հեշտությամբ կարող են հրաժարվել հաշվիչից: Պարզաբանում. խոսքը դպրոցական բազմապատկման աղյուսակի մասին է, այսինքն. 2-ից 9 թվերի համար՝ բազմապատկված 1-ից 10 թվերով:

9 թվի բազմապատկումը -  $9 \cdot 1$ ,  $9 \cdot 2$  ...  $9 \cdot 10$  - ավելի հեշտ է մոռացվում և ավելի դժվար է ձեռքով հաշվել՝ օգտագործելով գումարման մեթոդը, սակայն հատկապես 9 թվի համար է, որ բազմապատկումը հեշտությամբ վերարտադրվում է «մատների վրա»: Տարածեք երկու ձեռքերի մատները ավերը դեպի վեր: Մտքում մատների վրա հաշվեք 1-ից 10-ը՝ սկսելով ձախ ձեռքի ճկույթից և վերջացնելով աջ ձեռքի ճկույթով:

Ենթադրենք, մենք ուզում ենք 9-ը բազմապատկել 7-ով: Մենք մատը թեքում ենք այն թվին հավասար թվով, որով կբազմապատկենք 9-ը: Մեր օրինակում պետք է մատը թեքել 7-ով: Մատների թիվը դեպի ձախ թեքված մատը մեզ ցույց է տալիս պատասխանի տասնյակների թիվը, աջ կողմի մատների թիվը՝ միավորների թիվը: Ձախ կողմում ունենք 6 չծալած մատ, աջում՝ 3 մատ: Այսպիսով՝  $9 \cdot 7 = 63$ :

Մեկ այլ օրինակ՝ դուք պետք է հաշվեք  $9 \cdot 9 = ?$  Հարկ է նշել, որ միայն մատները չեն կարող հանդես գալ որպես հաշվիչ: Օրինակ կարող եք վանդակավոր տեսքում նշել 10 վանդակ: Հետո ներկում ենք 9-րդ վանդակը: Ձախից մնացել է 8 վանդակ, իսկ աջում՝ 1: Այսպիսով,  $9 \cdot 9 = 81$ : Ամեն ինչ շատ պարզ է:

### 1.5 Մարդիկ՝ արագ հաշվելու ֆենոմեն

Մտքում հաշվելու հատուկ կարողությունների ֆենոմենն առկա է հին ժամանակներից, օրինակ գիտնականներ Անդրե Ամպերը և Կարլ Գաուսը ունեին այդ ֆենոմենալ կարողությունը: Այնուամենայնիվ, արագ հաշվելու ունակությունը բնորոշ էր նաև շատ մարդկանց, ում մասնագիտությունը հեռու էր մաթեմատիկայից և ընդհանրապես՝ գիտությունից:

Մինչև 20-րդ դարի երկրորդ կեսը բեմում հանդես էին գալիս բանավոր հաշվարկի մասնագետներ: Երբեմն իրար մեջ ցուցադրական մրցույթներ էին կազմակերպում: Հայտնի «սուպերհաշվողներից» են Արոն Չիկվաշվիլին, Դեյվիդ Գոլդշտեյնը, Յուրի Գորնին, Բորիսլավ Գայանսկին, Ուիլյամ Քլայնը, Թոմաս Ֆուլերը և այլք:

Թեև որոշ փորձագետներ պնդում էին, որ պատճառը բնածին կարողություններն են, մյուսները պնդում էին հակառակը. «Խնդիրը ոչ միայն և ոչ այնքան որոշ բացառիկ «Ֆենոմենալ» ունակությունների մեջ է, այլ մաթեմատիկական որոշ օրենքների իմացության մեջ, որոնք թույլ են տալիս արագ կատարել. հաշվարկներ» և նրանք պատրաստակամորեն բացահայտեցին այս օրենքները:

Ճշմարտությունը, ինչպես միշտ, պարզվեց, որ որոշակի «ոսկե միջինի» վրա է գտնվում՝ բնական կարողությունների համադրությունը և դրանց գրագետ մշակումը և կիրառումը: Նրանք, ովքեր, հետևելով Տրոֆիմ Լիսենկոյին, ապավինում են բացառապես կամքին և հաստատակամությանը, մտավոր հաշվարկի արդեն հայտնի մեթոդներով և տեխնիկայով, սովորաբար, իրենց բոլոր ջանքերով, չեն բարձրանում միջին ձեռքբերումներից:

Ավելին, ուղեղն այդքան ծանրաբեռնելու համառ փորձերը, ինչպիսիք են մտավոր թվաբանությունը, կույր շախմատը և այլն, կարող են հեշտությամբ հանգեցնել գերլարվածության և մտավոր աշխատանքի, հիշողության և ինքնազգացողության նկատելի անկման (իսկ ամենածանր դեպքերում՝ շիզոֆրենիայի): Մյուս կողմից, տաղանդավոր մարդիկ, երբ իրենց տաղանդներն անխտիր օգտագործում են այնպիսի ոլորտում, ինչպիսին է մտավոր թվաբանությունը, արագ սպառվում են և չեն արձանագրում փայլուն ձեռքբերումներ:

Թերևս մտավոր թվաբանության արագությունը կտրուկ մեծացնելու համար գիտականորեն հիմնավորված և բավականաչափ մանրամասն մշակված միակ համակարգը ստեղծվել է Երկրորդ համաշխարհային պատերազմի ժամանակ Ցյուրիխի մաթեմատիկայի պրոֆեսոր Ջ. Տրախտենբերգի կողմից: Այն հայտնի է որպես «Արագ հաշվման համակարգ»: Նրա ստեղծման պատմությունը անսովոր է. 1941 թ-ին Նացիստները Տրախտենբերգին նետեցին համակենտրոնացման ճամբար:

Անմարդկային պայմաններում գոյատևելու և հոգեկանը նորմալ պահելու համար Տրախտենբերգը սկսեց զարգացնել արագացված հաշվարկի սկզբունքները: Համակենտրոնացման ճամբարում գտնվելու չորս սարսափելի տարիների ընթացքում

պրոֆեսորին հաջողվել է ստեղծել երեխաների և մեծահասակների արագացված ուսուցման ներդաշնակ համակարգ: Հենց սկզբից արդյունքներն ամենից գոհացուցիչ էին: Աշակերտները ուրախացել էին իրենց նոր ձեռք բերած հմտություններով ու եռանդով առաջ էին շարժվում: Եթե նախկինում նրանց վանում էր միապաղաղությունը, ապա այժմ նրանց գրավում էր տեխնիկայի բազմազանությունը: Քայլ առ քայլ նրանց ձեռք բերած հաջողությունների շնորհիվ աճեց հետաքրքրությունը ուսման նկատմամբ: Պատերազմից հետո Տրախտենբերգը ստեղծել և ղեկավարել է Յյուրիխի մաթեմատիկական ինստիտուտը, որը համաշխարհային հռչակ է ձեռք բերել:

Արագ հաշվելու տեխնիկայի մշակման վրա աշխատել են նաև այլ գիտնականներ՝ Յակով Իսիդորովիչ Պերելմանը, Գեորգի Բերմանը և այլք:

## **2. Լուծման փորձեր և վերլուծություն**

### **2.1. 11-ով բազմապատկել այն թիվը, որի թվանշանների գումարը 10-ից փոքր է**

Որպեսզի 11-ով բազմապատկենք թիվը, որի նիշերի գումարը 10 կամ 10-ից փոքր է, պետք է մտովի տեղափոխենք այս թվի թվանշանները, դնենք այդ թվանշանների գումարը նրանց միջև: Երկրորդ և վերջին (երրորդ) թվանշաններն անփոփոխ են մնում: Օրինակ՝

$$27 \times 11 = 2 (2+7) 7 = 297$$

$$62 \times 11 = 6 (6+2) 2 = 682:$$

### **2.2. 11-ով բազմապատկել այն թիվը, որի թվանշանների գումարը 10-ից մեծ է**

Որպեսզի 11-ով բազմապատկենք թիվը, որի թվանշանների գումարը 10 կամ ավելի է, պետք է մտովի տեղափոխենք այս թվի թվանշանները, տեղադրեք այս թվանշանների

գումարը նրանց միջև, այնուհետև առաջին թվին գումարեք 1 և թողեք երկրորդ և վերջին (երրորդ) թվանշաններն անփոփոխ: Օրինակ՝

$$86 \times 11 = 8(8+6)6 = 8(14)6 = (8+1)46 = 946:$$

### 2.3 Բազմապատկում 11-ով (ըստ Տրախտենբերգի)

Դիտարկենք օրինակ՝ 633 բազմապատկված 11-ով:

Պատասխանը գրում ենք 633-ի տակ, մեկ նիշ աջից ձախ, ինչպես նշված է կանոններում:

Առաջին կանոն. 633-ի վերջին թվանշանը գրել որպես արդյունքի աջ թվանշան

$$633 \times 11$$

3

Երկրորդ կանոն. 633 թվի յուրաքանչյուր հաջորդ թվանշան գումարվում է իր աջ հարևանին և գրվում արդյունքի մեջ: 3 + 3 կլինի 6: Երեքից առաջ մենք գրում ենք արդյունքը 6:

$$633 \times 11$$

63

Նորից կիրառենք կանոնը՝ 6+3-ը 9 է, արդյունքում գրում ենք նաև այս թիվը.

$$633 \times 11$$

963

Երրորդ կանոն. 633-ի առաջին նիշը, որը 6 է, դառնում է արդյունքի ձախ նիշը.

633\*11

6963

Պատասխան՝ 6963:

#### **2.4. Բազմապատկում 22,33-ով,...,99**

Երկնիշ թիվը 22, 33,..., 99-ով բազմապատկելու համար արտադրիչը պետք է ներկայացվի որպես միանիշ թվի արտադրյալ (2-ից 9-ը) 11-ով, այսինքն՝  $33 = 3 \times 11$ ;  $44 = 4 \times 11$  և այլն: Այնուհետև առաջին թվերի արտադրյալը բազմապատկեք 11-ով:

Օրինակներ.

$$18 \times 44 = 18 \times 4 \times 11 = 72 \times 11 = 792;$$

$$42 \times 22 = 42 \times 2 \times 11 = 84 \times 11 = 924;$$

$$13 \times 55 = 13 \times 5 \times 11 = 65 \times 11 = 715;$$

$$24 \times 99 = 24 \times 9 \times 11 = 216 \times 11 = 2376:$$

#### **2.5. Բազմապատկում 111-ով, 1111-ով և այլն՝ իմանալով երկնիշ թիվը 11 թվով բազմապատկելու կանոնները**

Եթե առաջին արտադրիչի թվանշանների գումարը 10-ից փոքր է, ապա պետք է մտքում ընդլայնել այս թվի թվանշանները 2, 3 և այլն քայլերով, գումարել թվերը և գրի առնել դրանց գումարը տարածված թվերի միջև: Քայլերի թիվը միշտ փոքր է միավորների քանակից 1-ով:

Օրինակ:

$$24 \times 111 = 2(2+4) (2+4)4 = 2664 \text{ (քայլերի թիվը` 2)}$$

$$24 \times 1111 = 2(2+4)(2+4)(2+4)4 = 26664 \text{ (քայլերի քանակը` 3)}$$

72 թիվը 11111-ով բազմապատկելիս 7 և 2 թվերը պետք է իրարից հեռացվեն 5 քայլով:

Այս հաշվարկները կարելի է հեշտությամբ կատարել մտքում:

$$42 \times 111111 = 4(4+2)(4+2)(4+2)(4+2)(4+2)2 = 4666662. \text{ (քայլերի քանակը - 5)}$$

Եթե կա 6 միավոր, ապա կլինի 1 քայլ քիչ, այսինքն` 5:

Եթե կա 7 միավոր, ապա կլինի 6 քայլ և այլն:

Երկնիշ թվի բազմապատկում 111-ով, 1111-ով, 1111-ով և այլն, որոնց թվանշանների գումարը հավասար է կամ մեծ է 10-ի:

Մի փոքր ավելի դժվար է մտքում բազմապատկում կատարելը, եթե առաջին արտադրիչի թվանշանների գումարը 10 է կամ 10-ից ավելի:

Օրինակներ.

$$86 \times 111 = 8(8+6)(8+6)6 = 8(14)(14)6 = (8+1)(4+1)46 = 9546:$$

Այս դեպքում առաջին 8 թվին պետք է ավելացնել 1, ստանում ենք 9, ապա  $4+1 = 5$ ; իսկ վերջին 4 և 6 թվերը թողնել անփոփոխ: Մենք ստանում ենք պատասխանը 9546:

**2.6 Երկնիշ թվի բազմապատկումը 101-ով, 1001-ով և այլն:**

Թերևս ամենապարզ կանոնը. գրում ենք նույն թիվը: Բազմապատկումն ավարտված է:

Օրինակ:

$$32 \times 101 = 3232; 47 \times 101 = 4747;$$

$$324 \times 1001 = 324,324; 675 \times 1001 = 675,675;$$

$$6478 \times 10001 = 64786478;$$

$$846932 \times 1000001 = 846932846932;$$

## 2.7 Բազմապատկում 37-ով

Նախքան մտքում 37-ով բազմապատկել սովորելը, պետք է լավ իմանալ բաժանելիության հայտանիշները և 3-ի բազմապատկման աղյուսակը: Թիվը 37-ով մտքում բազմապատկելու համար պետք է այս թիվը բաժանել 3-ի և բազմապատկել 111-ով:

Օրինակներ.

$$24 \times 37 = (24:3) \times 37 \times 3 = 8 \times 111 = 888;$$

$$18 \times 37 = (18:3) \times 111 = 6 \times 111 = 666:$$

## 2.8. 100-ին մոտ երկնիշ թվերի բազմապատկման ալգորիթմ

Օրինակ՝  $98 \times 97 = 9506$

Այստեղ կարելի է օգտագործել հետևյալ ալգորիթմը. եթե ցանկանում եք բազմապատկել 100-ին մոտ երկու երկնիշ թվեր, ապա վարվեք հետևյալ կերպ՝

- 1) գտնել մինչև հարյուր արտադրիչների պակասուրդը
- 2) մեկ արտադրիչից հանել երկրորդի պակասը հարյուրի
- 3) երկու նիշ ավելացնել թերությունների արտադրյալի արդյունքին արտադրիչները հասնում են հարյուրների:

## 2.9 Եռանիշ թվի բազմապատկում 999-ով

999 թվի հետաքրքիր առանձնահատկությունն ի հայտ է գալիս, երբ ցանկացած այլ եռանիշ թիվ բազմապատկվում է դրանով: Այնուհետև ստացվում է վեցանիշ արտադրյալ. առաջին երեք թվանշանները բազմապատկվող թիվն է, որը կրճատվում է միայն մեկով, իսկ մնացած երեք թվանշանները (բացի վերջինից) առաջինների «լրացումներն» են 9-ին: Օրինակ.

$$385 * 999 = 384615$$

$$573 * 999 = 572427 \quad 943 * 999 = 942057$$

## 2.10 Բազմապատկում վեցով (ըստ Տրախտենբերգի)

Յուրաքանչյուր թվին պետք է ավելացնել «հարևանի» կեսը:

$$\text{Օրինակ՝ } 0622084 * 6$$

0622084 \* 6 4-ը այս թվի աջ թվանշանն է, և քանի որ այն չունի 4 որպես «հարևան», ավելացնելու ոչինչ չկա:

06222084 \* 6 Երկրորդ թվանշանը 8-ն է, «հարևանը»՝ 4: Վերցնում ենք 8 04, գումարում ենք 4-ի կեսը (2) և ստանում ենք 10, գրում ենք զրո, տեղափոխում ենք 1:

06222084 \* 6 Հաջորդ թվանշանը զրո է: Մենք դրան ավելացնում ենք

504 «հարևանի» կեսը 8 (4), այսինքն՝  $0 + 4 = 4$  գումարած

փոխանցում (1).

Մնացած թվերը նման են.

$$\text{Պատասխան՝ } 06222084 * 6$$

3732504

6-ով բազմապատկելու կանոնը՝ «հարևանի» գույգ լինելը, թե կենտը որևէ դեր չի խաղում: Մենք նայում ենք միայն թվին, եթե այն գույգ է, ապա դրան ավելացնում ենք «հարևանի» կեսի ամբողջ մասը, եթե այն կենտ է, ապա «հարևանի» կեսից բացի ավելացնում ենք ևս 5:

Օրինակ՝ 0443052 \* 6

0443052 \* 6 2 – հավասար և չունի «հարևան», գրենք ստորև

2

0443052 \* 6 5 – կենտ՝ 5+5 և գումարած «հարևանի» կեսը 2 (1)

12-ը կլինի 11: Գրեք 1 և տեղափոխեք 1

0443052 \* 5-ի 6 կեսը կլինի 2, իսկ տեղափոխումը ավելացրեք 1, այնուհետև կլինի 3

312 թ

0443052 \* 6 3 – կենտ,  $3 + 5 = 8$

8312 թ

0443052 \* 6 4 + 3 (1)-ի կեսը կլինի 5

58312

0443052 \* 6 4 + 4 (2)-ի կեսը կլինի 6

658312

0443052 \* 6 զրո + 4 (2) կեսը կլինի 2

2658312 Պատասխան՝ 2658312:

## Եզրակացություն

Արագ հաշվելու տեխնիկայի իմացությունը թույլ է տալիս պարզեցնել հաշվարկները, խնայել ժամանակը, զարգացնել տրամաբանական մտածողությունը և մտքի ճկունությունը:

Դպրոցական դասագրքերում գործնականում չկա արագ հաշվելու տեխնիկա, ուստի այս աշխատանքի արդյունքը՝ արագ հաշվելու հիշեցում, շատ օգտակար կլինի 5-6-րդ դասարանների աշակերտների համար:

Ինչպես տեսնում ենք, արագ հաշվումն այլևս գաղտնիք չէ, այլ՝ գիտականորեն մշակված համակարգ: Քանի որ կա համակարգ, նշանակում է՝ կարելի է ուսումնասիրել, հետևել, յուրացնել ու կիրառել:

Մտքում բազմապատկման բոլոր մեթոդները, որոնք դիտարկել ենք, վկայում են թվերի հետ խաղալու նկատմամբ գիտնականների և հասարակ մարդկանց երկարաժամկետ հետաքրքրության մասին:

Օգտագործելով այս մեթոդներից մի քանիսը կարելի է զարգացնել հաշվարկների արագությունը, մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրություն և սեր սերմանել: Ինչպես հին ժամանակներկում, այնպես էլ ապագայում մարդկությունը չի կարող արարել առանց մաթեմատիկայի, մաթեմատիկական գիտելիքների:

Հաշվարկման հնագույն մեթոդների ուսումնասիրությունը ցույց է տվել, որ այս թվաբանական գործողությունները բարդ էին և բարդ՝ պայմանավորված մեթոդների բազմազանությամբ և դրանց ծանր կատարմամբ:

Հաշվարկների ժամանակակից մեթոդները պարզ են և հասանելի բոլորին:

## Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Վանցյան Ա.Գ. Մաթեմատիկա՝ Դասագիրք 5-րդ դասարանի համար, Սամարա, «Ֆեդորով» հրատարակչություն, 2018 թ.
2. Զայկին Մ.Ն. <Մաթեմատիկական ուսուցում>, Մոսկվա, 2000 թ.
3. Զիմովեց Կ.Ա., Պաշչենկո Վ.Ա. «Բանավոր հաշվարկի հետաքրքիր տեխնիկա», 2015թ.
4. Իվանովա Բ., «Բանավոր հաշվարկ», 2015 թ.
5. Կորդեմսկի Բ.Ա., Ախադով Ա.Ա. «Թվերի հիասքանչ աշխարհը», 2005 թ.
6. Մինսկիխ Է.Մ. «Խաղից գիտելիք», Մ., 2018
7. Պերելման Յա. Ի. «Կենդանի մաթեմատիկա», 2014 թ.
8. Սվեչնիկով Ա.Ա. «Թվեր, թվեր, խնդիրներ», 2018 թ.
9. Համացանց

Դասարան	7-րդ դասարան
Առարկա	Հանրահաշիվ
Դասի թեմա	Ուղիղ համեմատականության ֆունկցիան և դրա գրաֆիկը
Օգտագործվող նյութեր	<a href="#">Դասագիրք</a> <a href="#">Տեսանյութ</a>
Դասի նպատակ	<a href="#">Բլոգ Անդերսոնի աստիճանակարգումը</a>  Ձևավորել գիտելիքներ ուղիղ համեմատականության ֆունկցիայի վերաբերյալ, Զարգացնել հմտություններ ուղիղ համեմատականության ֆունկցիայի գրաֆիկը կառուցելու համար: <b>Սոցիալական կարողություններ`</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• հետազոտելու կարողություն</li> <li>• ակտիվ գործելու կարողություն</li> <li>• փորձարկելու և եզրակացություն անելու կարողություններ:</li> </ul>
Վերջնարդյունքները	<b>Գիտելիք</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>իմանա ուղիղ համեմատական կախումը</i></li> <li>• <i>իմանա ուղիղ համեմատականության ֆունկցիան</i></li> <li>• <i>իմանա, որ <math>y=0</math> ֆունկցիայի գրաֆիկը արսցիսների առանցքն է</i></li> </ul> <b>Հմտություններ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Մահմանի ուղիղ համեմատականության ֆունկցիան</i></li> <li>• <i>Կառուցի ուղիղ համեմատականության ֆունկցիայի գրաֆիկը</i></li> </ul> <b>Վերաբերմունք</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>կարևորի ուղիղ համեմատականության ֆունկցիայի դերը հարակից առարկաներում և առօրյա կյանքում</i></li> <li>• <i>ցուցաբերի ժամանակն արդյունավետ տնօրինելու կարողություններ</i></li> </ul> <b>Արժեք</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>ճանաչի իր ուժեղ և թույլ կողմերը, և դրսևորի ինքնազարգացմանը միտված վարքագիծ</i></li> </ul>
Այս դասի թեման կապվում է իրական կյանքին	<i>Կայն ապրանքի զանգվածի և գնի միջև: Անցած ճանապարհի կախումը ժամանակից հաստատոուն արագության դեպքում:</i>

հետևյալ կերպ	
Դասի ընթացք/ ընտրված մեթոդ/ներ	
Դասի խնդիրները	<u>Ուսուցանել</u> ուղիղ համեմատականության ֆունկցիան, նրա հատկությունները, անկյունային գործակիցը: <u>Սովորեցնել</u> $y=kx$ ֆունկցիայի գրաֆիկի կառուցումը
Կապը ՀՊԶ-ի հետ	Հ6-Կառուցի և կիրառի տարբեր մաթեմատիկական մոդելներ, լուծի խնդիրներ օգտագործելով պարզ ալգորիթմներ և տրամաբանական հիմնավորումներ: Հ27-Ցուցաբերի իր գործունեությունը պլանավորելու և ժամանակն արդյունավետ տնօրինելու կարողություններ: Հ28-Բացատրի գիտելիքի կարևորությունը, սովորելիս դրսևորի կամք և վստահություն սեփական ուժերի նկատմամբ:
Նպատակին հասնելու հանգամանքը ստուգելու եղանակը	<b>Հայտորոշիչ թեստ</b> Տրված է $y=3x$ ֆունկցիան: 1. Արդյոք, ֆունկցիան ուղիղ համեմատական կախում է: Եթե այո, ապա անվանեք համեմատականության գործակիցը: 2. Ինչի՞ է հավասար $k$ -ն: 3. Առնվազն քանի՞ կետ պետք է որոշել ֆունկցիայի գրաֆիկը կառուցելու համար: 4. Կառուցիր տրված ֆունկցիայի գրաֆիկը: 5. Ո՞ր քառորդներում է գետեղված ֆունկցիայի գրաֆիկը: 6. Ինչի՞ է հավասար ուղղի անկյունային գործակիցը:
Տնային աշխատանք	<u>Դասագիրք</u> 453, 455բ, դ 456 ա, գ, 458 <u>Տնային աշխատանք</u>

Դասի ընթացքում օգտագործված էլեկտրոնային պաշարների հղումներ.

[https://docs.google.com/presentation/d/1ijrSLeAYd\\_lTQq5axpKrUqXZWH3A7Kda/edit?usp=share\\_link&oid=116053459616347677636&rtfpof=true&sd=true](https://docs.google.com/presentation/d/1ijrSLeAYd_lTQq5axpKrUqXZWH3A7Kda/edit?usp=share_link&oid=116053459616347677636&rtfpof=true&sd=true)

[https://mathnet.am/element\\_func/elem\\_func.html](https://mathnet.am/element_func/elem_func.html)

<https://www.geogebra.org/m/XTHzkVZZ>

<https://learningapps.org/watch?v=p4smxibpk22>