«ԿՐԹՈՒԹՅՈՒՆ ԱՌԱՆՑ ՍԱՀՄԱՆՆԵՐԻ»
ՀԱՍԱՐԱԿԱԿԱՆ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒԹՅՈՒՆ

ԿԱՍ

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2023

ԹԵՄԱ՝ Պարամետր պարունակող հավասարումների լուծման ալգորիթմները՝ որպես սովորողի մոտ սովորել սովորելու, մաթեմատիկական և գիտատեխնիկական կարողունակություն ձևավորելու խթան

ԱՌԱՐԿԱ՝ Մաթեմատիկա

ՀԵՂԻՆԱԿ՝ Շողիկ Քոլյան

ՄԱՐԶ՝ Երևան

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ՝ Հ.105 ավագ դպրոց ՊՈԱԿ

ԽՄԲԻ ՊԱՏԱՍԽԱՆԱՏՈՒ՝ Զինա Խաչատրյան

Երևան 2023

Բովանդակություն

Ներածություն

Հանգուցային բառեր. կոորդինատային հարթություն, գրաֆիկի կառուցում, հավասարում, պարամետր, գրաֆիկների ձևափոխություններ:

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում ուսուցանվող նյութերից համեմատաբար բարդ է համարվում պարամետր պարունակող հավասարումների լուծումը:

Երբեմն հավասարումը, բացի անհայտից պարունակում է նաև այլ տառեր, որոնք կոչվում են պարամետրեր: Տվյալ դեպքում գործ ունենք անթիվ թվով հավասարումների հետ, քանի որ պարամետրի յուրաքանչյուր թույլատրելի արժեքի դեպքում ստանում ենք մեկ հավասարում:

Լուծել պարամետր պարունակող հավասարումը նշանակում է լուծել այն պարամետրի բոլոր թույլատրելի արժեքների դեպքում:

Այսպիսով՝ նախ անհրաժեշտ է գտնել պարամետրի թույլատրելի արժեքների բազմությունը, այնուհետև պարզել, թե այդ արժեքներից որոնց դեպքում հավասարումն ունի արմատ և գտնել այդ արմատները:

Մի շարք պարամետրական հավասարումներ շատ հետաքրքիր են լուծվում, եթե դրանց լուծման ժամանակ օգտագործում ենք համապատասխան գրաֆիկներ:

«Պարամետր պարունակող հավասարումներ լուծումը» թեմայով անհատական հետազոտական աշխատանքների իրականացման գործընթացում դիտարկել եմ պարամետրով անհավասարումների տարբեր օրինակներ լուծելու ուղիներ: Փորձել եմ ստեղծել փոքրիկ տեղեկատու պարամետրով օրինակների լուծման ուղիների ուսումնասիրման համար:

Մաթեմատիկայի այս հետազոտական աշխատանքում ներկայացված են նյութեր պարամետրով օրինակներ լուծելու վերաբերյալ, փորձել եմ գտնել դրանց լուծման լավագույն միջոցները: Աշխատանքը կարող է ծառայել որպես ինքնուսույց, այն կնպաստի ինչպես աշակերտների կայուն գիտելիքներ ձեռք բերելուն, այնպես էլ ուսուցիչներին՝ առաջադրանքները տարբեր մեթոդներով դիտարկելու համար:

<u>Խնդիրը՝</u> Ինչպես պատրաստվել պարամետրերով առաջադրանքներ պարունակող մաթեմատիկայի ավարտական և միասնական քննություններին:

<u>Նախագծի նպատակները՝</u>

- Դիտարկել պարամետր պարունակող հավասարումների և անհավասարումների տարբեր օրինակներ, փնտրել լուծման ուղիներ:
- Վերլուծել ներկայացված պարամետրով լուծելու վերաբերյալ ներկայացված նյութը:
- Գտնել դրանք լուծելու լավագույն միջոցները՝ աշակերտներին հետագայում տրամադրելու համար:
- Ստեղծել գրագետ տեղեկատվական աղբյուր, որը պարզ և հասկանալի կլինի ընկալման համար:

Գլուխ 1. Պարամետր պարունակող հավասարումներ

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում կան թեմաներ, որոնց արդյունավետ ուսուցման համար ուսուցչից պահանջվում են խորը գիտելիքներ և մեթոդական բազմաթիվ հնարքների տիրապետում: Այդպիսի թեմաներից է նաև «Պարամետրական հավասարումները»: Երբեմն հավասարումը բացի անհայտից, կարող է պարունակել նաև այլ տառեր, որոնք կոչվում են պարամետրեր: Այս դեպքում, սովորաբար, մենք գործ ենք ունենում անվերջ թվով հավասարումների հետ, քանի որ պարամետրի յուրաքանչյուր թույլատրելի արժեքի համար ստանում ենք մեկ հավասարում: Պարամետրի որոշ արժեքների դեպքում այն կարող է ունենալ մեկ կամ մի քանի արմատ, իսկ որոշ դեպքերում կարող է ընդհանրապես արմատ չունենալ:

Լուծել պարամետր պարունակող հավասարումը , նշանակում է լուծել այն պարամետրի բոլոր թույլատրելի արժեքների դեպքում:

Պարամետրական հավասարումների լուծումը սովորողների մոտ մեծ դժվարություններ է առաջ բերում: Ուսուցման դժվարությունները կապված են այս տիպի հավասարումների լուծման ընթացքում կիրառվող բանաձևերի և մեթոդների բազմազանության հետ:

Պարամետր պարունակող հավասարումների լուծումը կարելի է համարել գործունեություն, որն իր բնույթով մոտ է ստեղծագործականին: Դա պայմանավորված է նրանով, որ լուծման մեթոդի ընտրությունը, լուծման պրոցեսը, պատասխանի գրառումը ենթադրում են այնպիսի կարողությունների տիրապետում ինչպիսիք են դիտարկում, համեմատում, վերլուծում, վարկածի առաջ քաշում և ստուգում, ստացած արդյունքների ամփոփում:

Այս թեմայի ուսումնասիրությունը դպրոցում կատարվում է 12-րդ դասարանի ընդհանուր և խորացված հոսքերում: Հանրակրթական չափորոշիչներում և ծրագրերում տրվում է, որ թեմայի ուսումնասիրությունը սովորողներին հնարավորություն է ընձեռնելու.

1. Կարողանալ լուծել պարամետրական հավասարումները,

2. Կարողանալ պարզել պարամետրական հավասարումների լուծումների գոյությունը և հետազոտել դրանց քանակը,

3. Կարողանալ պարամետրական հավասարումները մեկնաբանել գրաֆիկորեն:

Թեմայի կրթական հիմնական խնդիրներն են.

1. Ձևավորել պարմետր պարունակող հավասարումների լուծման մեթոդների իմացություն և կարողություն

2. Ցույց տալ պարամետրական հավասարումների կիրառական դերն ու դրանց գործնական նշանակությունը:

Լուծել պարամետրական հավասարումը, նշանակում է պարամետրի բոլոր թույլատրելի արժեքների դեպքում գտնել տրված հավասարման բոլոր լուծումների բազմությունը:

Պարամետր պարունակող առաջադրանքները պահանջում են ինքնատիպ մոտեցում, այստեղ անհրաժեշտ է ճշգրիտ և հիմնավոր հետազոտություն: Գրաֆիկական մեթոդների կիրառման համար անհրաժեշտ է տարբեր գրաֆիկների լրացուցիչ կառուցման կարողություն, կատարել գրաֆիկական հետազոտություն պարամետրերի տրված արժեքներին համապատասխան: Պարամետրական հավասարումները առաջացնում են տրամաբանական լուրջ բնույթի խնդիրներ: Այդպիսի ցանկացած հավասարում հավասարումների ընտանիքի մի մասն է : Պարզ է, որ հավասարումների անսահման ընտանիքից յուրաքանչյուր հավասարման դուրս բերումը անհնար է, բայց միևնույն ժամանակ, նրանցից յուրաքանչյուրը պետք է լուծվի: Այս ամենը հեշտ է կատարել գրաֆիկական պատկերման միջոցով, որը ցույց կտա x փոփոխականի կախումը a պարամետրից:

Գլուխ 2. Պարամետր պարունակող հավասարումների լուծման գրաֆիկական մեթոդը

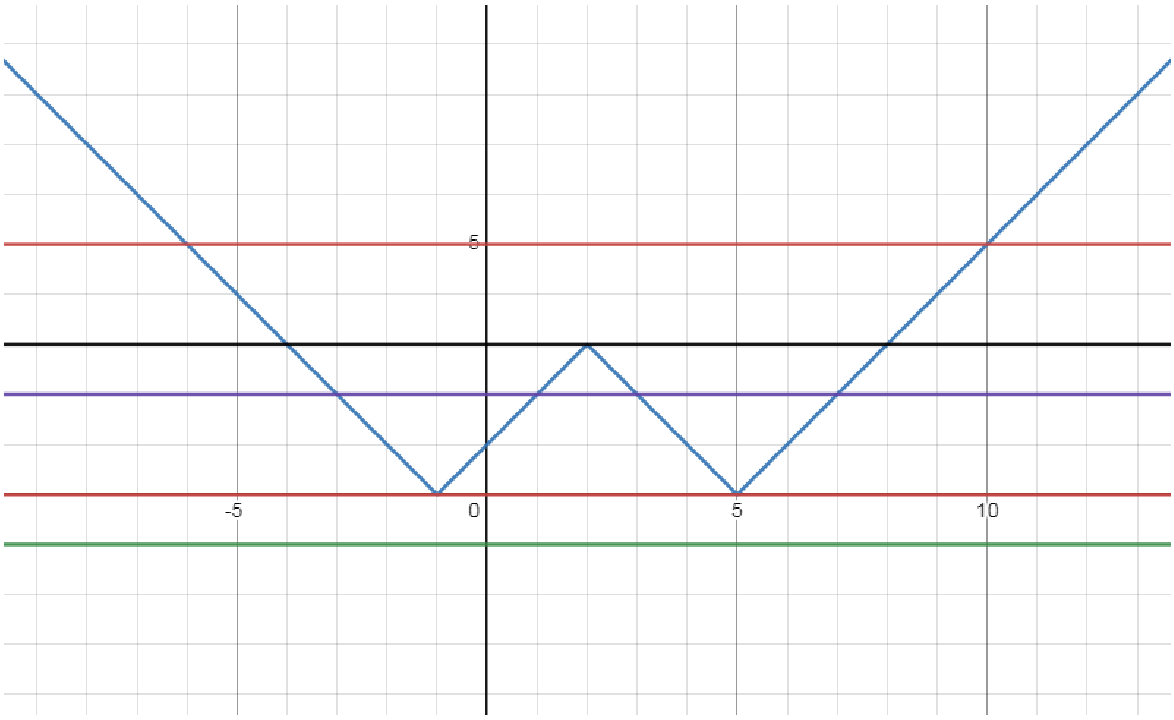
Մեր քննարկումը սկսենք 10-րդ դասարանի ֆունկցիայի գրաֆիկի ձևափոխություններ թեմայից: Դիտարկենք համապատասխան օրինակները:

<u>Օրինակ 1:</u> *Կառուցել f ֆունկցիայի գրաֆիկը և պարզել f(x)=a հավասարման արմատների քանակը, եթե՝*

$f(x)=\big||x-2|-3\big|$, a=-1; 0; 2; 3; 5:

<u>Լուծում:</u>

Նախ կառուցենք f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը:



Գրաֆիկից ակնհայտ է, որ a=-1 դեպքում y=-1 ուղիղը f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկին չի հատվում, հետևաբար՝ այս դեպքում հավասարումն արմատ չունի: a=0 արժեքի դեպքում y=0 ուղիղը և f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը հատվում են 2 կետում, հետևաբար՝ հավասարումն ունի 2 արմատ: a=2 արժեքի դեպքում y=2 ուղիղը և f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը հատվում են 4 կետում, հետևաբար՝ հավասարումն ունի 4 արմատ: a=3 արժեքի դեպքում y=3 ուղիղը և f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը հատվում են 3 կետում, հետևաբար՝

հավասարումն ունի 3 արմատ: Եվ վերջապես, a>3 ցանկացած արժեքի դեպքում ֆունկցիայի գրաֆիկը y=a ուղղի հետ հատվում է 2 կետում, հետևաբար՝ նշված բոլոր դեպքերում հավասարումը կունենա 2 արմատ:

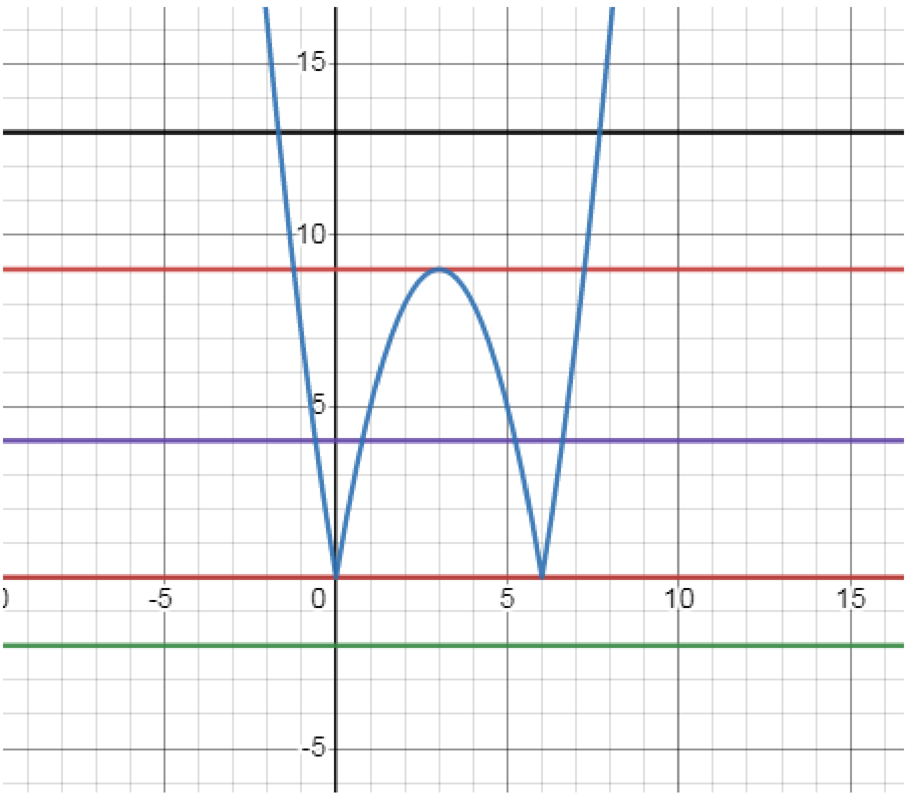
Համանման ձևով դիտարկենք հաջորդ օրինակը.

<u>Օրինակ 2:</u> *Կառուցել f ֆունկցիայի գրաֆիկը և պարզել f(x)=a հավասարման արմատների քանակը, եթե՝*

$f(x)=|x^2-6x|$, a=-2; 0; 4; 9; 13:

<u>Լուծում</u>:

Կրկին կառուցենք f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը:



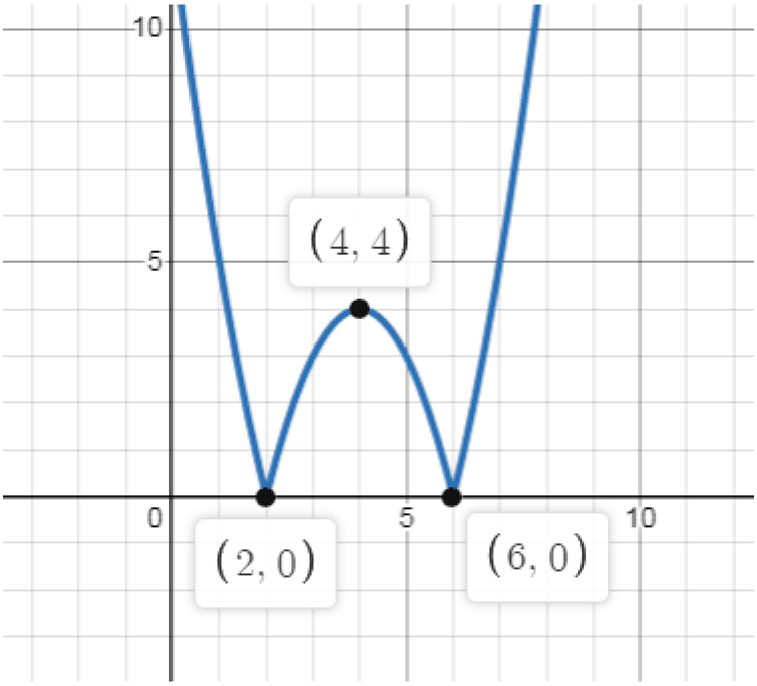
Գրաֆիկից ակնհայտ է, որ a=-2 դեպքում y=-2 ուղիղը f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկին չի հատվում, հետևաբար՝ այս դեպքում հավասարումն արմատ չունի: a=0 արժեքի դեպքում y=0 ուղիղը և f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը հատվում են 2 կետում, հետևաբար՝ հավասարումն ունի 2 արմատ: a=4 արժեքի դեպքում y=4 ուղիղը և f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը հատվում են 4 կետում, հետևաբար՝ հավասարումն ունի 4 արմատ: a=9 արժեքի դեպքում y=9 ուղիղը և f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը հատվում են 3 կետում, հետևաբար՝ հավասարումն ունի 3 արմատ: Եվ վերջապես, a>9 ցանկացած արժեքի դեպքում ֆունկցիայի գրաֆիկը y=a ուղղի հետ հատվում է 2 կետում, հետևաբար՝ նշված բոլոր դեպքերում հավասարումը կունենա 2 արմատ:

Օրինակ 3: *Գրաֆիկորեն պարզել, թե a պարամետրի որ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի՝ ա) երկու արմատ բ) երեք արմատ գ) չորս արմատ*

$$|x^2 - 8x + 12| = 2 - 3a$$

Լուծում:

Կառուցում ենք $f(x)=|x^2 - 8x + 12|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:



Գրաֆիկից ակնհայտ երևում է, որ հավասարումը կունենա 2 արմատ այն դեպքերում, երբ 2-3a=0 կամ 2-3a>4, որանից հետևում է, որ a=2/3 կամ a<-2/3: Հավասարումը կունենա 3 արմատ, եթե 2-3a=4, այսինքն՝ a=-2/3 դեպքում: Եվ վերջապես, հավասարումը կունենա 4 արմատ, եթե $\begin{cases} 2 - 3a < 4 \\ 2 - 3a > 0 \end{cases}$ => $\begin{cases} a > -2/3 \\ a < 2/3 \end{cases}$:

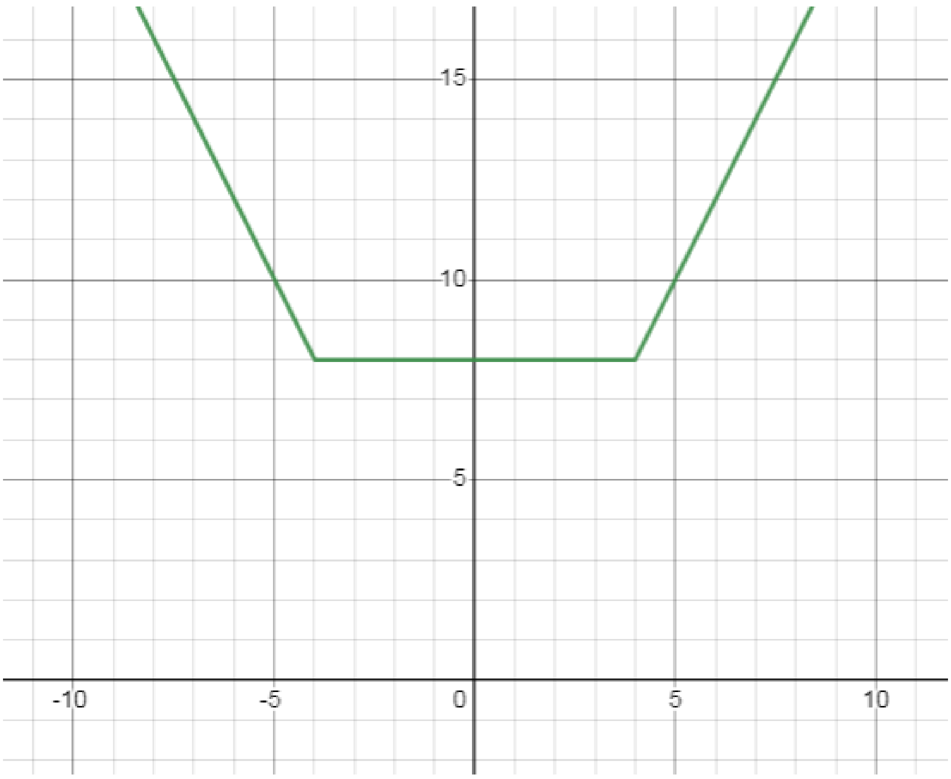
Նույն գրաֆիկական եղանակով կարելի է հետազոտել հավասարումների պնդումների փունջը:

<u>Օրինակ 4:</u> *Տրված է |x-4|+|x+4|=b հավասարումը (b -ն պարամետր է):*

1. Եթե a թիվը տրված հավասարման արմատ է, ապա —a թիվը ևս այդ հավասարման արմատ է:
2. b -ի ցանկացած դրական արժեքի դեպքում հավասարումն ունի արմատ:
3. b = 8 դեպքում հավասարման արմատների բազմությունը [−4; 4] միջակայքն է:
4. b> 8 դեպքում (−∞; −4] միջակայքում հավասարման արմատը –b/2-ն է:
5. b < 8 դեպքում հավասարումն արմատ չունի:
6. b > 8 պայմանին բավարարող ցանկացած b-ի դեպքում հավասարումն ունի ճիշտ երկու արմատ:

<u>Լուծում</u>:

Ըստ մեր նախընտրած մեթոդի՝ կառուցենք ֆունկցիայի գրաֆիկը:



x>4 միջակայքում մենք կունենանք y=2x ֆունկցիան, x<-4 միջակայքում՝ y=-2x ֆունկցիան, իսկ երբ $x \in [-2; 2]$, կունենանք y=-8 ուղիղը:

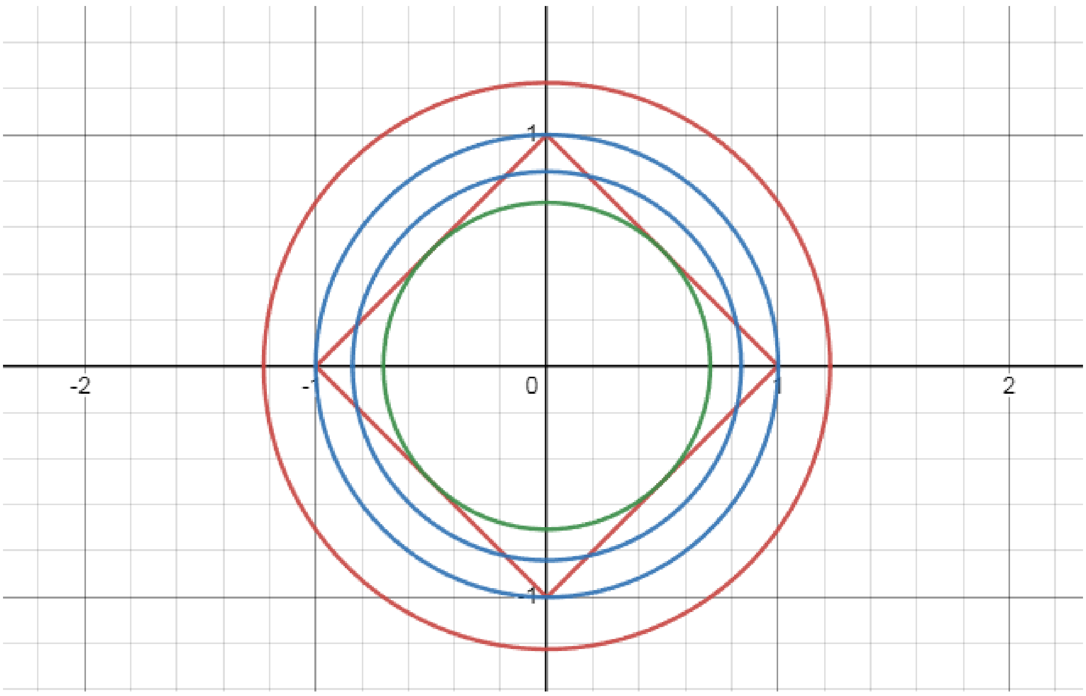
Այժմ անդրադառնանք հարցերին.

1. Քանի որ մեր ֆունկցիան զույգ է, հետևաբար, 1-ին պնդումը ***ճիշտ է:***
2. Քանի որ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը [8;+∞) է, ապա պնդումը ***սխալ է:***
3. Ըստ գրաֆիկի՝ 3-րդ պնդումը ***ճիշտ է:***
4. -2x=b, x=-b/2, հետևաբար պնդումը ***ճիշտ է:***
5. b<8, արմատ չունի, պնդումը ***ճիշտ է:***
6. Ցանկացած b>8 դեպքում հավասարումն ունի 2 արմատ, պնդումը ***ճիշտ է:***

<u>Օրինակ 5:</u> *Տրված է a պարամետրով* $\begin{cases}|x|+|y|=1\\ x^2+y^2=a^2\end{cases}$ *համակարգը:*

1. a = 0 դեպքում համակարգն ունի միակ լուծում:
2. Եթե (x_0 ;y_0) թվազույգը համակարգի լուծում է, ապա (y_0 ; − x_0)-ն նույնպես այդ համակարգի լուծում է:
3. Համակարգն ունի ճիշտ չորս լուծում միայն |a|=1 դեպքում:
4. |a|>1 դեպքում համակարգը լուծում չունի:
5. Համակարգն ունի լուծում այն և միայն այն դեպքում, երբ $\frac{\sqrt{2}}{2} \le |a| \le 1$:
6. Համակարգը չի կարող ունենալ չորսից ավելի լուծում:

<u>Լուծում:</u> Կառուցենք համակարգի հավասարումների գրաֆիկները: Առաջինը քառակուսի է, երկրորդը՝ շրջանագիծ:



Անդրադառնանք հարցերին.

1. Եթե a=0, ապա 2-րդ հավասարումով ստացվում է կետ, որից էլ հետևում է, որ պնդումը ***սխալ է:***
2. Քանի որ մեր 2 հավասարումներով ներկայացված ֆունկցիաները զույգ են (եթե համակարգը ունի լուծում, ապա 4 քառորդներում էլ ունենք լուծումներ), հետևաբար 2-րդ պնդումը ***ճիշտ է:***
3. Համակարգն ունի 4 լուծում, եթե |a|=1 կամ |a|=$\frac{\sqrt{2}}{2}$, սրանից հետևում է, որ պնդումը ***սխալ է:***
4. |a|>1 դեպքում համակարգը լուծում չունի, պնդումը ***ճիշտ է:***
5. Պնդումը ***ճիշտ է:***
6. $\frac{\sqrt{2}}{2} < |a| < 1$ դեպքում համակարգն ունի 8 լուծում. պնդումը ***սխալ է:***

Եզրակացություն

Պարամետրերով առաջադրանքները դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացի ամենադժվար բաժիններից են, քանի որ դրանց լուծումը կապված է բարդ տրամաբանական կոնստրուկցիաներ իրականացնելու ունակության հետ: Նրանք կարևոր դեր են խաղում տրամաբանական մտածողության և մաթեմատիկական մշակույթի ձևավորման գործում, սակայն, որպես կանոն, նման հավասարումների լուծումը դժվարություններ է առաջացնում:

Այս աշխատանքում մենք խորացրինք մեր գիտելիքները պարամետրով հավասարումների մասին, հիշեցինք, թե ինչ տեսակի հավասարումներ կան, ներկայացրինք «պարամետրիկ» հավասարման հասկացությունը: Դիտարկեցինք նաև հավասարումների լուծման երկու եղանակ՝ վերլուծական և գրաֆիկական, և եկանք այն եզրակացության, որ լուծման վերլուծական մեթոդի համադրությունը ստացված արդյունքների գրաֆիկական մեկնաբանության հետ հնարավորություն է տալիս ավելի գիտակցված դարձնել պարամետրերով հավասարումների լուծման գործընթացը՝ միաժամանակ նպաստելով հետազոտական գործունեության տարրերի ձևավորմանը:

Վերջին գլխում ներկայացրել ենք պարամետր պարունակող առաջադրանքներ և դրանց լուծումը տարբեր ձևերով: Բացի դասագրքի առաջադրանքներից, քննության ենթարկեցինք որոշ առաջադրանքներ:

Բացի այդ, մենք եկանք այն եզրակացության, որ այս թեման պետք է ավելի խորը ուսումնասիրվի դպրոցական ուսումնական ծրագրում, քանի որ այս թեմայի վերաբերյալ գիտելիքները կօգնեն աշակերտներին, ուսանողներին, ուսուցիչներին ու առհասարակ մաթեմատիկայով հետաքրքրվողներին խորացնել և ամրապնդել գիտելիքները:

Այսպիսով, կարծում եմ, որ մեր առջև դրված խնդիրները լուծված են, իսկ աշխատանքի նպատակը՝ իրագործված:

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Գ.Գևորգյան, Ա. Սահակյան <<Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր 10 >>, Երևան 2009
2. Գ.Գևորգյան, Ա. Սահակյան <<Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր 12 >>, Երևան 2009
3. Յաշչենկո Ի. Վ., Շեստակով Ս. Ա. Զախարով Պ. Ի. Մաթեմատիկայի քննության նախապատրաստում 2012 թ. Մեթոդական ցուցումներ.
4. Ս. Ռաֆայելյան, Վ. Փիլիպոսյան, Գ. Միքայելյան և այլք <<Մաթեմատիկայի շտեմարան>> մաս 1, Երևան 2020
5. Ս. Ռաֆայելյան, Վ. Փիլիպոսյան, Գ. Միքայելյան և այլք <<Մաթեմատիկայի շտեմարան>> մաս 2, Երևան 2020

Կայքերի հղումներ

1. http://mathnet.am/
2. https://www.youtube.com/watch?v=7FJji-vz4jw&t=46s
3. https://www.youtube.com/watch?v=-swOQE2i45A