

ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ, ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ԵՎ ՍՊՈՐՏԻ

ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

«ՇԻՐԱԿԻ Մ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ» ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Առարկա՝ Մաթեմատիկա

Թեմա՝ Համաչափության պարզագույն կիրառությունը մաթեմատիկայի
դասընթացում

Վերապատրաստվող ուսուցիչ՝ Սարգսյան Կարինե

Ղեկավար Սարուխանյան Ալվարդ

ագգանուն, անուն

Գյումրի 2023

Բովանդակություն

Ներածություն	3
1. Մաթեմատիկայում համաչափության էությունը և տեսակները	5
2. Մաթեմատիկայում համաչափության կիրառման առանձնահատկությունները ..	11
Եզրակացություններ, առաջարկություններ	13
Օգտագործված գրականության ցանկ	15

Ներածություն

«Համաչափությունը գաղափար է, որով մարդը դարեր շարունակ փորձել է բացատրել
և ստեղծել կարգ, գեղեցկություն և կատարելություն»

Հ. Վեյլի

Համաչափությունը կամ որ նույնն է սիմետրիան, որոշակի փոփոխության նկատմամբ օբյեկտի անփոփոխ մնալու հատկությունն է: Համաչափությունը միայն մաթեմատիկական հասկացություն չէ, այն դրսևորվում է որպես ինչ-որ գեղեցիկ բան կենդանի և անկենդան բնության, ինչպես նաև մարդկային ստեղծագործությունների մեջ:

Սիմետրիայի մասին պատկերացումները սկիզբ են առնում դեռևս մարդկային մշակույթի ակունքներում, արդեն պալեոլիթի արվեստում առկա է սիմետրիա :

Լայն առումով սիմետրիա ասելով հասկանում են որոշակի կառուցվածք, համակարգի կազմակերպվածություն, նրա տարրերի կարգավորվածություն, մասերի ներդաշնակ միավորում ամբողջի մեջ:

Վայլը իր հերթին նշում է, որ համաչափությունը «մտահղացում» է, որի օգնությամբ մարդկությունը դարեր շարունակ փորձել է բացատրել, կարգավորել գեղեցիկը և կատարյալը:

Թեմայի արդիականությունը կայանում է նրանում, որ համաչափությունը հանդիպում է ամենուր, այն շրջապատում է մարդուն: Համաչափությունը առավել հաճախ հանդիպում է մաթեմատիկայում և երկրաչափությունում, տեխնիկայում, գիտության, բնության և արվեստի տարբեր ճյուղերում: Սա նշանակում է, որ աշակերտները մաթեմատիկայում ձեռք բերաց գիտելիքները կարող են կիրառել իրենց ամբողջ կյանքի ընթացքում:

Հետազոտական աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել համաչափության էությունը, տեսակները և համաչափության պարզագույն կիրառությունը մաթեմատիկայի դասընթացում: Նպատակի ուսումնասիրությունն ուղղված է սովորել սովորելու, մաթեմատիկական և գիտատեխնիկական կոմպլեքսների:

Աշխատանքի խնդիրն է՝ հասկանալ ի՞նչ նշանակություն ունի համաչափության պարզագույն կիրառությունը մաթեմատիկայի դասընթացում:

Հետազոտական աշխատանքը կազմված է ներածությունից, երկու մասերից, եզրակացություններից, առաջարկություններից և գրականության ցանկից:

1. Մաթեմատիկայում համաչափության էությունը և տեսակները

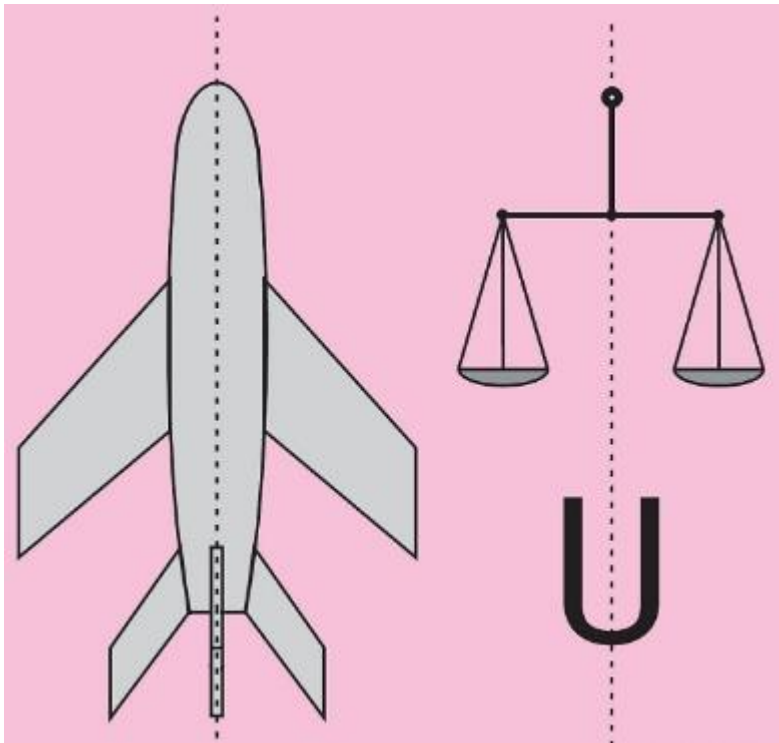
Միմետրիան (հին հունարեն՝ *συμμετρία* համաչափություն), դա որոշակի փոփոխության նկատմամբ օբյեկտի անփոփոխ մնալու հատկությունն է¹: Լայն (բովանդակային) առումով սիմետրիա ասելով հասկանում են որոշակի կառուցվածք, համակարգի կազմակերպվածություն, նրա տարրերի կարգավորվածություն, մասերի ներդաշնակ միավորում ամբողջի մեջ: Մաթեմատիկայում սիմետրիան ունի ավելի ճշգրիտ բնորոշում. այն նշանակում է, որ օբյեկտը դրսևորում է համաչափ հատկություններ տարբեր ձևափոխությունների, պտույտների կամ մասշտաբայնության ժամանակ: Միմետրիայի այսպիսի ըմբռնումը սերտորեն առնչվում է նմանության, կրկնության, ռիթմի, ներդաշնակության հասկացությունների հետ: Չնայած սիմետրիայի այս երկու ընկալումները տարբերակվում են, սակայն նրանք կապված են իրար, այդ իսկ պատճառով այս հոդվածում դրանք կդիտարկվեն միասնաբար:

Մաթեմատիկական համաչափություն կարող է դիտարկվել ժամանակի, տարածության հարաբերությամբ, երկրաչափական ձևափոխություններում, գործառական փոփոխությունների այլ տեսակներում, ինչպես նաև վերացական օբյեկտի տեսանկյունից, լեզվական, երաժշտական և նույնիսկ գիտելիքի տեսական հնարավոր մոդելներում:

Ինչպես տեսնում ենք հաջորդ նկարում իրարից տարբեր պատկերներ, որոնք միմյանցից հետ շփոթել չի լինի, սակայն նրանք ունեն մի կարևոր ընդհանուր հատկություն, այդ պատկերները համաչափ են²: Որն էլ նշանակում է, որ էլ նշանակում է, որ այդ պատկերներից ամեն մեկի գոյություն ունի մի ուղիղ (համաչափության առանցք), որը պատկերը բաժանում է միանման տեսք ունեցող երկու մասերի ձախ և աջ: Դրանք միանման են այն առումով, որ եթե այդ ուղիղ երկայնքով ծալենք թուղթը, որի վրա նկարված է պատկերը, ապա նրա ձախ և աջ մասերը կհամընկնեն:

¹<https://hy.wikipedia.org/wiki/%D5%80%D5%A1%D5%B4%D5%A1%D5%B9%D5%A1%D6%83%D5%B8%D6%82%D5%A9%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B6> 17.08.23

² Բ. Նահապետյան, Ա. Աբրահամյան, Մաթեմատիկա, Երևան, 2012թ



Երկրաչափական օբյեկտները համարվում են համաչափ, եթե որոշակի ձևափոխությունից հետո համընկնում են իրենք իրենց հետ³: Այդպիսի ձևափոխություն կարող է լինել տարածական տեղափոխությունը որևէ կետի առանցքի հարթության նկատմամբ: Կետը, առանցքը, հարթությունն այդ դեպքում համապատասխանաբար կոչվում են համաչափության կենտրոն, համաչափության առանցք, համաչափության հարթություն:

Երկու պատկերներ կոչվում են որևէ ուղղի նկատմամբ համաչափ, եթե նրանցից յուրաքանչյուրը կազմված է մյուսի կետերին համաչափ կետերից: Ասում են, որ պատկերը օժտված է առանցքային համաչափությամբ, եթե գոյություն ունի այնպիսի ուղիղ, որը բաժանում է պատկերը այդ ուղղի նկատմամբ համաչափ երկու մասերի:

Այսպիսով՝ երկու պատկերներ կոչվում են որևէ ուղղի նկատմամբ համաչափ, եթե նրանցից յուրաքանչյուրը կազմված է մյուսի կետերին համաչափ կետերից⁴:

³ <https://school-science.ru/7/7/40268> 17.08.23

⁴ <https://www.imdproc.am/p/matematika/6-dasaran/metsutyunner-tvokvosner-10081/hamachaputyun-10096/re-4a4fef05-36cb-480e-8aa1-94f85f9ba78a> 17.08.23

Ընդունված է առանձնացնել համաչափության հետևյալ տեսակները⁵



- Հայելային համաչափությունը այն տեսակն է, երբ պատկերով անցնող ուղիղը այն բաժանում է երկու մասերի, որոնցից ամեն մեկը մյուսի հայելային արտացոլումն է:
- Տրանսյւացիոն համաչափությունը այն տեսակն է, երբ զուգահեռ տեղափոխություն կարելի է իրականացնել՝ առանց պատկերի ձևը խախտելու:
- Պտտման համաչափությունը այն տեսակն է, երբ օբյեկտը կարող է պտտվել ֆիքսված կետի շուրջ՝ առանց ընդհանուր ձևը փոխելու:
- Մասշտաբային համաչափությունը այն տեսակն է, երբ այն չի փոխում իր ձևը այն մեծացնելիս կամ փոքրացնելիս:

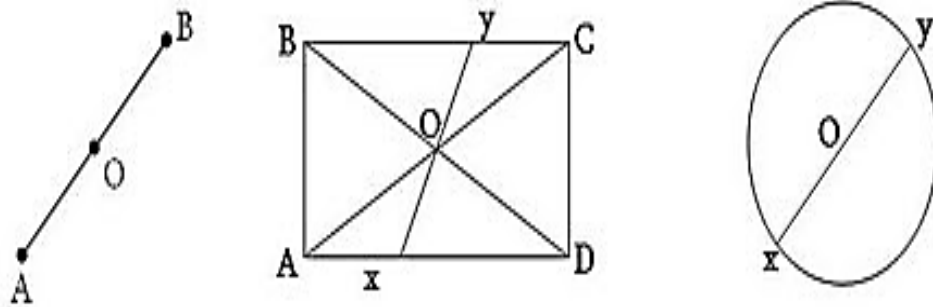
AB հատվածի O միջնակետը այլ կերպ անվանում են այդ հատվածի համաչափության կենտրոն, իսկ նրա A և B ծայրակետերը անվանում են համաչափ O կետի նկատմամբ⁶:

ABCD ուղղանկյան մեջ տանենք AC և BD հատվածները (ուղղանկյան անկյունագծերը): Այդ հատվածների հատման O կետը կիսում է դրանք: Այդ պատճառով ուղղանկյան A գագաթը համաչափ է C գագաթին O կետի նկատմամբ, իսկ B գագաթը համաչափ է D գագաթին O կետի նկատմամբ: Ընդհանրապես, այդ

⁵ С. Гончарова, Г. Кукин, Кунструктор «В Мире симметрии», Математика в школе, 1996

⁶<https://melqonyannareh.wordpress.com/2018/11/07/%D5%B0%D5%A1%D5%B4%D5%A1%D5%B9%D5%A1%D6%83%D5%B8%D6%82%D5%A9%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B6-%D5%B4%D5%A1%D5%A9%D5%A5%D5%B4%D5%A1%D5%BF%D5%AB%D5%AF%D5%A1%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B4/> 18.08.23

ուղղանկյան ցանկացած x կետի համար կգտնվի y կետ այդ նույն ուղղանկյունից, որը համաչափ է նրան O կետի նկատմամբ: Ասում են, որ O կետը $ABCD$ ուղղանկյան համաչափության կենտրոնն է, իսկ $ABCD$ ուղղանկյունը համաչափ է O կետի նկատմամբ:

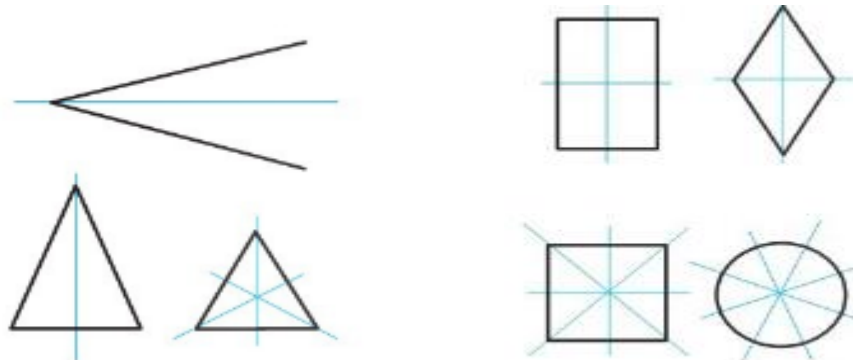


Ընդհանրապես, պատկերը անվանում են համաչափ O կետի նկատմամբ, եթե այդ պատկերի յուրաքանչյուր X կետի համար կգտնվի այդ պատկերի Y կետ, որը համաչափ է X -ին O կետի նկատմամբ: Այդ դեպքում O կետը անվանում են պատկերի համաչափության կենտրոն:

Երկրաչափության 8-րդ դասարանի դասագրքում մանրամասն անդրադարձ է կատարվում առանցքային և կենտրոնային համաչափություններին: Անրադառնանք ավելի մանրամասն վերջիններին:

Պատկերը կոչվում է a ուղղի նկատմամբ համաչափ, եթե այդ պատկերի յուրաքանչյուր կետի՝ a ուղղի նկատմամբ համաչափ կետը ևս պատկանում է այդ պատկերին՝: a ուղիղը կոչվում է պատկերի համաչափության առանցք: Կամ, որ ասում են պատկերն օժտված է առանցքային համաչափությամբ:

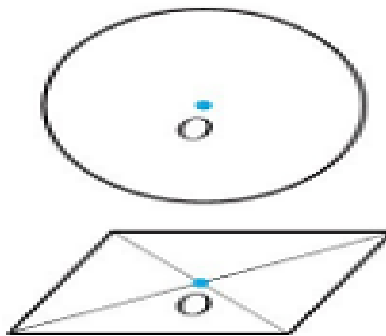
Բերենք առանցքային համաչափությամբ օժտված պատկերների օրինակներ:



⁷ Լ. Աթանասյան, Ս. Կադոմցև, Վ. Բուսուրով, Է. Պոզնյակ, Ի. Յուդինա, Երկրաչափություն 8-րդ դասարանի դասագիրք, Երևան, 2012թ

Չփոփված անկյունն ունի համաչափության մեկ առանցք. Դա այն ուղիղն է, որն ընդգրկում է տվյալ անկյան կիսորդը: Հավասարասրուն եռանկյունը ևս ունի համաչափության մեկ առանցք, իսկ հավասարկողմ եռանկյունը՝ համաչափության երեք առանցք: Ուղղանկյունը և շեղանկյունը, որոնք քառակուսի չեն, ունեն համաչափության երկուական առանցքներ, իսկ քառակուսին՝ համաչափության չորս առանցք: Նշենք նաև, որ շրջանագիծն ունի անվերջ թվով համաչափության առանցքներ՝ կենտրոնով անցնող ցանկացած ուղիղ շրջանագծի համաչափության առանցք է:

Պատկերը կոչվում է Օ կետի նկատմամբ համաչափ, եթե այդ պատկերի կետերից յուրաքանչյուրի՝ Օ կետի նկատմամբ համաչափ կետը ևս պատկանում է այդ նույն պատկերին: Օ կետը կոչվում է պատկերի համաչափության կենտրոն, կամ որ նույնն է ասում ենք պատկերն օժտված է կենտրոնային համաչափությամբ: Կենտրոնային համաչափությամբ օժտված պատկերներից է շրջանագիծը և զուգահեռագիծը: Ընդ որում շրջանագծի համաչափության կենտրոնը շրջանագծի կենտրոնն է, իսկ զուգահեռագծի համաչափության կենտրոնը՝ անկյունագծերի հատման կետը: Ուղիղը ևս ունի համաչափության կենտրոն, դրանք անվերջ շատ են. Ուղղի ցանկացած կետ նրա համաչափության կենտրոնն է:

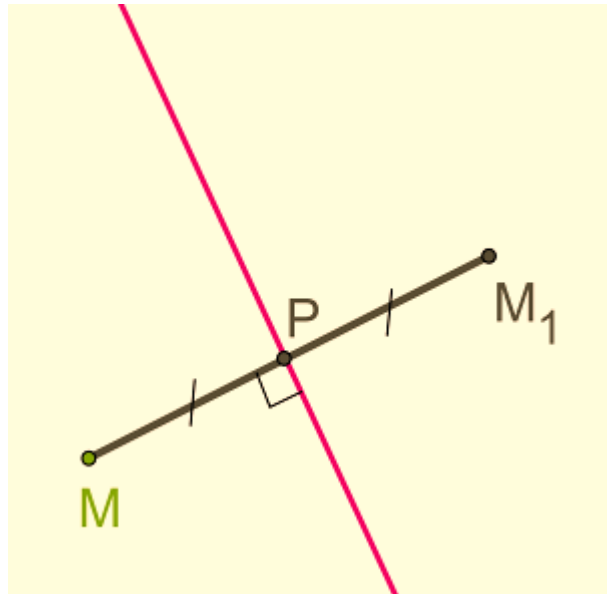


Ասում են, որ M և M_1 կետերը համաչափ են m ուղղի նկատմամբ, եթե այդ ուղիղը ուղղահայաց է MM_1 հատվածին և անցնում է նրա միջնակետով⁸:

Տրված m ուղղի նկատմամբ M և M_1 համաչափ կետերը կառուցելու համար պետք է՝

- տանել m ուղղի ուղղահայաց որևէ ուղիղ,
- այդ ուղղի վրա նշել երկու կետեր, որոնք ունեն m ուղղից միևնույն հեռավորությունը և գտնվում են նրա տարբեր կողմերում:

⁸ <https://www.imdproc.am/p/matematika/6-dasaran/metsutyunner-tvokvosner-10081/hamachaputyun-10096/re-4a4fef05-36cb-480e-8aa1-94f85f9ba78a> 17.08.23



Երկու պատկերներ կոչվում են որևէ ուղղի նկատմամբ համաչափ, եթե նրանցից յուրաքանչյուրը կազմված է մյուսի կետերին համաչափ կետերից:

2. Մաթեմատիկայում համաչափության կիրառման առանձնահատկությունները

Անդրադառնալով մաթեմատիկայի դասերին համաչափության թեմայի ուսումնասիրությանը, նշեմ որ հաճախ եմ կազմակերպում գործնական աշխատանքներ:

Մասնավորապես՝ 8-րդ դասարանում երկրաչափություն առարկայից «Առանցքային և կենտրոնային համաչափություններ» թեմայի շրջանակներում կազմակերպած գործնական աշխատանքների արդյունքները պետք է արտացոլեն՝

- մաթեմատիկայի մասին պատկերացումների ձևավորում՝ որպես իրականության ճանաչման մեթոդ, որը թույլ է տալիս նկարագրել և ուսումնասիրել իրական գործընթացներն ու երևույթները,
- մաթեմատիկական տեքստի հետ աշխատելու հմտությունների զարգացում, ճիշտ և գրագետ արտահայտել սեփական մտքերը մաթեմատիկական տերմինաբանության և նշանների միջոցով, իրականացնել դասակարգումներ, մաթեմատիկական պնդումների ապացույցներ,
- երկրաչափության տիրապետում, շրջակա աշխարհի օբյեկտները նկարագրելու համար օգտագործել երկրաչափությունը, տարածական պատկերների, տեսողական հմտությունների զարգացում,
- հարթաչափության և տարածաչափության պատկերների և դրանց հատկությունների մասին համակարգված գիտելիքների ձևավորում, երկրաչափության լեզվով իրական իրավիճակների մոդելավորման հմտությունների զարգացում, երկրաչափական հասկացությունների և թեորեմների միջոցով կառուցված մոդելի ուսումնասիրություն :

Նշենք համաչափության թեմայով մի քանի խնդիրների օրինակներ:

Օրինակ 1՝ Ապացուցել, որ ուղղանկյան հանդիպակաց կողմերի միջնակետերով անցնող ուղիղը նրա համաչափության առանցքն է:

Օրինակ 2՝ Ապացուցել, որ հավասարարուն եռանկյան հիմքին տարված կիսորդն ընդգրկող ուղիղը նրա համաչափության առանցն է:

Ընդհանրացնելով երկրաչափական համաչափությունները՝ կարելի է ասել, որ մաթեմատիկական օբյեկտը համաչափ է մաթեմատիկական որոշակի գործողության նկատմամբ, եթե օբյեկտի նկատմամբ այն կիրառելիս օբյեկտը պահպանում է իր որոշակի հատկությունները⁹: Գործողությունների ամբողջությունը, որը պահպանում է տվյալ օբյեկտի հատկությունները, ձևավորում է խումբ:

Ընդհանուր առմամբ, մաթեմատիկայում ամեն կառուցվածք ունի իր սեփական համաչափությունը: Դրա օրինակ են հաշվելի ու անհաշվելի ֆունկցիաները վերլուծական մաթեմատիկայում, համաչափ խմբերը արստրակտ հանրահաշվում, համաչափ մատրիցաները գծային հանրահաշվում, Գալուայի խումբը Գալուայի թեորեմում: Վիճակագրության մեջ այն ներկայացվում է որպես հավանականությունների համաչափ բաշխում և որպես կոեֆիցիենտ ասիմետրիա, ասիմետրիայի բաշխում:

⁹<https://hy.wikipedia.org/wiki/%D5%80%D5%A1%D5%B4%D5%A1%D5%B9%D5%A1%D6%83%D5%B8%D6%82%D5%A9%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B6> 18.08.23

Եզրակացություններ, առաջարկություններ

Այսպիսով, «Համաչափության պարզագույն կիրառությունը մաթեմատիկայի դասընթացում» հետազոտական աշխատանքի ուսումնասիրության արդյունքում կատարեցինք մի շարք եզրակացություններ, նշենք դրանք՝

- Համաչափությունը միայն մաթեմատիկական հասկացություն չէ, այն դրսևորվում է որպես ինչ-որ գեղեցիկ բան կենդանի և անկենդան բնության, մարդկային ստեղծագործությունների մեջ:
- Մաթեմատիկական համաչափություն կարող է դիտարկվել ժամանակի, տարածության հարաբերությամբ, երկրաչափական ձևափոխություններում, գործառական փոփոխությունների այլ տեսակներում, ինչպես նաև վերացական օբյեկտի տեսանկյունից, լեզվական, երաժշտական և նույնիսկ գիտելիքի տեսական հնարավոր մոդելներում:
- Երկրաչափական օբյեկտները համարվում են համաչափ, եթե որոշակի ձևափոխությունից հետո համընկնում են իրենք իրենց հետ:
- Մաթեմատիկայում համաչափության տեսակները տարբեր են՝ հայելային , պտտման, տրանսլյացիոն, զսպանակաձև, մասշտաբային համաչափություն:

Թեմայի ուսումնասիրությունը գիտելիքների ինտեգրման, ընդհանուր մշակութային իրավասության ձևավորման, մաթեմատիկայի մասին գաղափարների ստեղծման անհրաժեշտությունից է բխում: Սովորելու ընթացքում աշակերտները ձևավորում են իրողությունները քննադատաբար և բազմակողմանի ուսումնասիրելու, վերլուծելու, ինչպես նաև ստեղծագործական ու նորարար մոտեցումներ կիրառելու ունակություններ: Սովորողները ձևավորում են համակարգային և ինտեգրված մտածողություն:

Համաչափությունը հանդիպում է ամենուր՝ տարբեր գիտություններում, արվեստի, բնության մեջ: Թեմայի ուսումնասիրությունը օգնում է աշակերտներին առօրյա կյանքում օգտագործել մաթեմատիկական մտածողությունը՝ բնության, հասարակության, մշակույթի և աշխատանքային ոլորտի երևույթները ճանաչելու և

դրանք մաթեմատիկական կառուցվածքների, բանաձևերի, մոդելների, կորերի, աղյուսակների միջոցով հասկանալու համար: Աշակերտները կարողանում են ընկալել և արդյունավետ կիրառել վերացարկված և ընդհանրացված հասկացությունները և ճանաչել իրականության մեջ դրանց արտացոլումները:

Եվ առաջարկում եմ, չնայած, որ համեմատաբար քիչ ժամաքանակ է հատկացվում այս թեմային, ամեն դեպքում մեծ ուշադրություն դարձնել:

Օգտագործված գրականության ցանկ

- Բ. Նահապետյան, Ա. Արրահամյան, Մաթեմատիկա, Երևան, 2012թ
- Լ. Աթանասյան, Ս. Կարոնցի, Վ. Բուտուզով, Է. Պոզնյակ, Ի. Յուդինա, Երկրաչափություն 8-րդ դասարանի դասագիրք, Երևան, 2012թ
- С. Гончарова, Г. Кукин, Кунструктор «В Мире симметрии» , Математика в школе, 1996
- <https://www.imdproc.am/p/matematika/6-dasaran/metsutyunner-tvokvosner-10081/hamachaputyun-10096/re-4a4fef05-36cb-480e-8aa1-94f85f9ba78a> 17.08.23
- <https://hy.wikipedia.org/wiki/%D5%80%D5%A1%D5%B4%D5%A1%D5%B9%D5%A1%D6%83%D5%B8%D6%82%D5%A9%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B6> 17.08.23
- <https://school-science.ru/7/7/40268> 17.08.23
- <https://melqonyannareh.wordpress.com/2018/11/07/%D5%B0%D5%A1%D5%B4%D5%A1%D5%B9%D5%A1%D6%83%D5%B8%D6%82%D5%A9%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B6-%D5%B4%D5%A1%D5%A9%D5%A5%D5%B4%D5%A1%D5%BF%D5%AB%D5%AF%D5%A1%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B4/>
- <https://www.imdproc.am/p/matematika/6-dasaran/metsutyunner-tvokvosner-10081/hamachaputyun-10096/re-4a4fef05-36cb-480e-8aa1-94f85f9ba78a> 17.08.23