

ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ, ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ԵՎ ՍՊՈՐՏԻ

ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

«ՇԻՐԱԿԻ Մ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ» ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Առարկա՝ Մաթեմատիկա

Թեմա՝ Դպրոցական մաթեմատիկայում վերջավոր գումարների
հաշվման տարրական եղանակներ ու մոտեցումներ

Վերապատրաստվող ուսուցիչ՝ Հովհաննիսյան Ալվարդ

Ղեկավար Սարուխանյան Ալվարդ

ագգանուն, անուն

Գյումրի 2023

Բովանդակություն

Ներածություն	3
1. Մաթեմատիկայում վերջավոր գումարների հաշվման առանձնահատկությունները	5
2. Մաթեմատիկայում վերջավոր գումարների հաշվման օրինակներ	12
Եզրակացություններ, առաջարկություններ.....	14
Օգտագործված գրականության ցանկ	15

Ներածություն

Ս.Սոբոլևը նշում է՝ «Կա մի գիտություն, առանց որի անհնար է մնացածների համար: Դա մաթեմատիկան է, որի գաղափարները, դատողությունները և խորհրդանիշերը ծառայում են որպես լեզու, նրանով գրում, խոսում և մտածում են մյուս գիտությունները: Այն բացատրում է դժվարին երևույթների օրինաչափությունները, կանխագուշակում և մեծ ճշգրտությամբ նախօրոք նկարագրում է երևույթների ընթացքը»:

Մարդկային հասարակության զարգացումն անիմաստ կլիներ առանց հերթական սերնդին նախորդ սերունդների կողմից կուտակած մշակույթի, մասնավորապես մաթեմատիկայի հսկա շտեմարանի, այսինքն՝ գիտելիքների ու փորձի փոխանցման: Թեկուզև միայն մաթեմատիկայի ահռելի ծավալով շտեմարանի այն մասը պետք է «Մաթեմատիկա» ուսումնական առարկայի շրջանակներում մատուցվի նոր սերնդին, ինչն էլ՝

- հնարավորություն կտա երիտասարդ սերնդին որոշակի հստակ պատկերացում ունենալու մաթեմատիկա գիտության մասին,
- կօգնի տիրապետել մաթեմատիկական մեթոդներին և դրանց կիրառություններին,
- կնպաստի նրանց տրամաբանական մտածողության զարգացմանը:

Թեմայի արդիականությունը կայանում է նրանում, որ գումարման գործողությունն ունի կարևոր հատկություններ, որոնք շատ դեպքերում թույլ են տալիս պարզեցնել և արագացնել հաշվումները: Հաշվարկումներն արագացնելու համար կարևոր նշանակություն ունի գումարների հաշվման տարբեր մոտեցումների ու եղանակների կիրառումը:

Հետազոտական աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել դպրոցական մաթեմատիկայում վերջավոր գումարների հաշվման տարրական եղանակները ու մոտեցումները: Նպատակի ուսումնասիրությունն ուղղված է սովորել սովորելու, մաթեմատիկական և գիտատեխնիկական կոմպլեքսների:

Աշխատանքի խնդիրն է՝ հասկանալ ի՞նչ կարևոր նշանակություն ունեն մաթեմատիկայում վերջավոր գումարների հաշվման տարրական եղանակները ու մոտեցումները:

Հետազոտական աշխատանքը կազմված է ներածությունից, երկու մասերից, եզրակացություններից, առաջարկություններից և գրականության ցանկից:

1. Մաթեմատիկայում վերջավոր գումարների հաշվման ստանձնահատկությունները

Այսօր աշակերտներին մաթեմատիկական գիտելիքներ և հմտություններ են անհրաժեշտ՝ բարձրագույն կրթություն ստանալու, տրամաբանական մտածողություն զարգացնելու, տեխնոլոգիական ուղղվածություն ունեցող աշխատանքի շուկայում մրցակցելու:

Աշակերտները պետք է ընկալեն թվաբանության, չափումների, երկրաչափության, հավանականությունների տեսության, տվյալների վերլուծության և վիճակագրության, հանրահաշվի և ֆունկցիաների հիմնարար գաղափարները ու զարգացնեն իրենց մաթեմատիկական հմտությունները:

Ինչպես հեքիաթում կրիան խորամանկեց և շրջանցեց նապաստակին, այնպես էլ մենք կարող ենք խորամանկ լինել և ավելի արագ լուծել ցանկացած արտահայտություն՝ պարզեցման օգնությամբ¹: Դա անելու համար մենք պետք է հասկանանք մաթեմատիկայում գումարման հատկությունները:

Գումարը թվաբանական գործողություն է, երբ երկու թվերի միավորները միավորվում են մեկ նոր թվի մեջ: Գումարումը գրելու համար օգտագործում ենք «+» (գումարած) նշանը, որը դրվում է գումարելիների միջև: Գումարելիներն այն թվերն են, որոնց միավորները գումարվում են: Գումարը այն թիվն է, որը ստացվում է գումարման արդյունքում:

Սովորողները թվաբանական գործողություններին ծանոթանում են 2 թիվն ուսումնասիրելուց անմիջապես հետո²: Առաջին տասնյակի յուրաքանչյուր թվի ուսումնասիրությունը (բացի 1-ից) ավարտվում է այդ թվի սահմաններում գումարման և հանման ուսումնասիրությամբ: Զուգահեռաբար ուսումնասիրվում են գումարման և հանման գործողությունները:

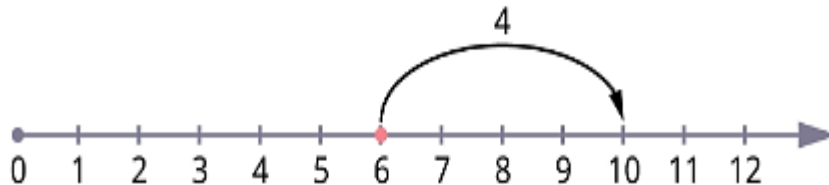
Այս թեման ուսումնասիրելիս աշակերտները պետք է տիրապետեն հաշվարկի տեխնիկային, ձեռք բերեն հաշվողական հզոր հմտություններ, ճանաչեն թվերի կազմը, հասկանալ թվաբանական գործողությունները:

¹ <https://skysmart.ru/articles/mathematic/svoystva-slozheniya-i-vychitaniya> 14.08.23

² <https://allinweb.ru/%D1%80%D0%B5%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D1%8B/39955/> 15.08.23

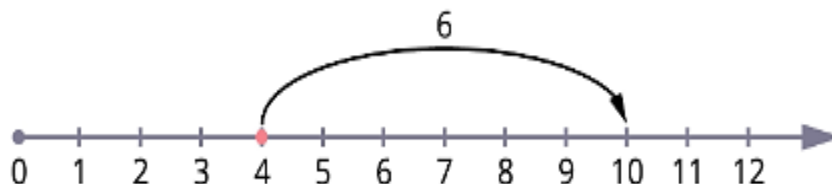
Դիտարկենք դպրոցական մաթեմատիկայում վերջավոր գումարների հաշվման մի քանի եղանակները ու մոտեցումները:

Տեսական նյութ ինքնուրույն ուսումնասիրության համար. Պատկերացնենք, որ աշակերտը պետք է գումարի 6 և 4 թվերը³: Մենք կվիճարկենք այս կերպ: Դիտարկենք թվային գիծը և վրան նշենք 6 թիվը, հաշվենք նրանից աջ 4 բաժանում:



Ստանում ենք 10 թիվը, որը 6 և 4 թվերի գումարն է, այսինքն՝ $10 = 6 + 4$: 6 և 4 թվերը ինչպես նշեցինք կոչվում են գումարելիներ:

Բայց կարող ենք դա անել այլ կերպ. մենք նախ նշում ենք 4 թիվը թվային ճառագայթի վրա և հաշվում ենք 6 բաժանում դրանից դեպի աջ: Ստանում ենք նույն 10 թիվը, որը 4 և 6 թվերի գումարն է՝ $10 = 4 + 6$:



Ստացանք, որ գումարը չի փոխվում՝

$$4 + 6 = 6 + 4:$$

Այստեղից էլ կարող ենք ասել *գումարման տեղափոխական օրենքը*:

Գումարելիների տեղերը փոխանակելիս գումար չի փոխվում⁴:

Ցանկացած բնական a և b թվերի համար հավասարությունը ճշմարիտ է.

$$a + b = b + a$$

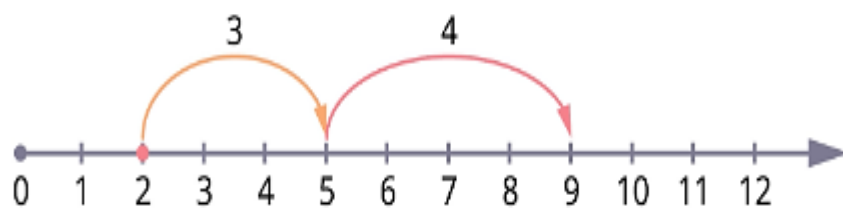
³ <https://resh.edu.ru/subject/lesson/7723/conspect/272293/> 15.08.23

⁴Բ. Նահապետյան, Ա. Աբրահամյան, Մաթեմատիկա 5-րդ դասարանի դասագիրք, Երևան, 2015թ

Նշենք, որ զրոյի հատկություններից անմիջապէս բխում է, որ գումարման տեխնիկական օրենքը ճիշտ է նաև այն դեպքում, երբ գումարելիներից առնվազն մեկը զրոն է:

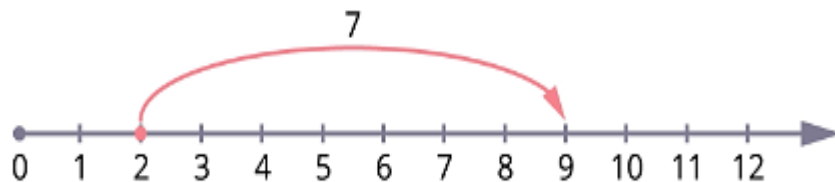
$$a + 0 = 0 + a$$

Այժմ մենք կավելացնենք ևս մեկ թիվ և նույնը կանենք երեք թվով՝ 2, 3 և 4⁵: Դա անելու համար, օգտագործելով արդեն հայտնի մեթոդը, մենք նշում ենք 2 թիվը թվային տողի վրա, հաշվում ենք նրանից 3 բաժանում դեպի աջ, ստանում ենք 5 թիվը, հաշվում ենք 4 բաժանում դեպի աջ, մենք ստանում ենք 9 թիվը:



Հետևաբար, $(2 + 3) + 4 = 9$

Այժմ նշեք թիվ 2-ը և հաշվենք նրանից աջ $3 + 4 = 7$ արտահայտությունը:



Նորից կստանանք $3 + (2 + 4) = 9$

Այս հավասարությունը ևս ճշմարիտ է ցանկացած a , b և c թվերի համար՝

$$(a + b) + c = a + (b + c)^6$$

Այսպիսով՝ եթե երկու թվերի գումարին գումարվում է երրորդ թիվը, արդյունքը հավասար կլինի այն թվին, որը ստացվում է, եթե առաջին թվին գումարվում է երկրորդ և երրորդ թվերի գումարը:

⁵ <https://resh.edu.ru/subject/lesson/7723/conspect/272293/> 15.08.23

⁶ <https://skysmart.ru/articles/mathematic/svoystva-slozheniya-i-vychitaniya> 15.08.23

Բնական թվերի գումարման այս հատկությունը կոչվում է **գումարման գուգորդական օրենք**:

Նշենք, որ գրոյի հատկություններից բխում է, որ գումարման գուգորդական օրենքը ճիշտ է նաև այն դեպքում, երբ գումարելիներից առնվազն մեկը գրոն է:

Նախորդում նշված հատկությունները ճիշտ են նաև ամբողջ թվերի համար:

Աստիճանաբար երեխաները տիրապետում են գործողությունների նշված հաջորդականությանը, ինքնուրույն կատարում և անվանում են դրանք⁷: Սա ապահովում է, որ ապագայում աշակերտները ինքնուրույն գտնեն նոր հաշվարկման տեխնիկա: Աշակերտների տված լուծման մանրամասն բացատրությունը պետք է աստիճանաբար կրճատվի:

Հաշվարկման տեխնիկան յուրացնելուն պես անհրաժեշտ է հատուկ աշխատանք կատարել հաշվողական հմտությունների ձևավորման ուղղությամբ: Հմտությունը ձևավորվում է պրակտիկայի արդյունքում, ուստի յուրաքանչյուր դաս պետք է ներառի օրինակներ ինչպես բանավոր, այնպես էլ գրավոր աշխատանքի համար: Այստեղ նոր դեպքերը պետք է ներառվեն նախկինում ուսումնասիրվածների հետ հերթափոխով:

Աշակերտներից պետք չէ պահանջել անգիր կրկնել գումարման կանոնները. կարևորն այն է, որ աշակերտը ունենա կանոնները ճիշտ կիրառելու հմտություն, որը կարող է դրսևորել դիտողականորեն ներկայացնելով⁸:

Ուսուցիչը կարող է գործնական մեկնաբանություններ կիրառել, օրինակ, ձմեռային մեկ օրվա ընթացքում ջերմաստիճանի փոփոխության դիտարկում – առավոտյան կարող է ջերմաստիճանը գրոյից ցածր լինել, հետո բարձրանալ, երեկոյան նորից նվազել: Այս պրոցեսը ինքս կիրառում եմ ամբողջ թվերի գումարման և հանման գործողությունները ներկայացնելիս: Դասարանում աշակերտների հետ միասին պատրաստում ենք պաստառներ, որտեղ մասնանշված կլինի օրվա ընթացքում ջերմաստիճանի փոփոխությունը և աշակերտների հետ միասին դատողություն անել այս փոփոխությունների շուրջ, այս փոփոխությունները նկարագրել ամբողջ թվերով գործողություններով:

⁷ <https://allinweb.ru/%D1%80%D0%B5%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D1%8B/39955/> 15.08.23

⁸Գ. Գոգիշվիլի, Թ. Վեփիսվաձե, Ի. Մերնիա, Լ. Քուրչիշվիլի, Մաթեմատիկա 7-րդ դասարան, Թբիլիսի, 2020թ

Տեսական նյութն էլ, ցանկալի է, որ երկու դասի վրա բաշխվի⁹: Որպես հիմնական հարցեր՝ կարող ենք վերցնել հետևյալ հարցերը. Գործնական կիրառության միջոցով ապացուցեք, որ երկու ամբողջ թվերի գումարը կարող է լինել դրական թիվ, բացասական թիվ կամ զրո: Ո՞ր թվերի գումարին և տարբերությանը կհանգեցնի ամբողջ թվերի գումարումը և հանումը: Այս հարցերի պատասխանին պետք է ուղեկցի կոնկրետ օրինակների թվարկումը, ինչը պետք է տեղի ունենա ողջ տեսական նյութի համաձայն դասողությունը (լիցքերով և մեկնաբանություններով) ավարտելուց հետո: Օրինակներ. $-10+5=-5$: Նախ պետք է հանենք բնական թվերը $10-5$: Քանի որ $10>5$, այդ պատճառով վերջնական արդյունքը բացասական թիվ է: $-10-17=-27$: Նախ պետք է գումարենք բնական թվերը. $10+17=27$: Քանի որ տրված երկու թվերն էլ բացասական են, այդ պատճառով վերջնական արդյունքը բացասական ամբողջ թիվ է: Ամբողջ թվերի գումարումը և հանումը գործնականում ցուցադրելով, հիմնական հարցերին պատասխան տալով, համապատասխան օրինակները քննարկելով հիմք է դրվում արմատական պատկերացումների ձևավորմանը ամբողջ թվերի գումարման և հանման կանոնների մասին, որը կձևավորվի աշակերտի երկարատև հիշողության մեջ:

Պատասխաններ և ցուցումներ

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮	⑯	⑰
3	3	3	1	3	3	3	2	2	3	3	4	3	3	1	2	1

«Թեստերը» ներառում են հետևյալ հիմնական հարցերի պատասխանները. դրական է, թե՞ բացասական երկու բացասական թվերի գումարը: Ինչպե՞ս կարող ենք գտնել թվային ուղղի վրա տրված թվի և բացասական թվի գումարը: Աշակերտներին հանձնարարում ենք 1 - 12 «թեստերին» պատասխանել և դասարանում պատասխանը քննարկել:

⁹Գ. Գոզիշվիլի, Թ. Վեփիսվաձե, Ի. Մերոնիա, Լ. Քուրչիշվիլի, Մաթեմատիկա 7-րդ դասարան, Թբիլիսի, 2020թ

Այս բոլորից հետո անցնում ենք առաջադրանքները կատարելուն: Ուսուցիչը կարող է սահմանափակվել յուրաքանչյուր առաջադրանքից մի քանի օրինակ հանձնարարելով: Աշակերտներն ինքնուրույն կատարում են առաջադրանքը և արդյունքները ծանոթացնում են համադասարանցիներին: Այս առաջադրանքը կատարելով կարող ենք գնահատել աշակերտների կողմից ամբողջ թվերը գումարելու կանոնների յուրացման մակարդակը: Տանը ևս աշակերտներին հանձնարարում ենք վարժությունները կատարել:

Անրադառնանք նաև բազմանդամների գումարման հատկությանը:

Բազմանդամների գումարը հավասար է մի բազմանդամի, որի անդամները տված բազմանդամների բոլոր անդամներն են¹⁰:

Օրինակ՝ $a^2 + ab$ և $b^2 + ac$ բազմանդամների գումարը հավասար է $a^2 + ab + b^2 + ac$ բազմանդամին:

Նախորդում գրվածը կարող ենք գրել նաև հետևյալ կերպ՝

$$(a^2 + ab) + (b^2 + ac) = a^2 + ab + b^2 + ac$$

Հավասարությունների ձախ մասից աջ մասին անվանում են **փակագծերի բացում**:

Եթե փակագծերի առջև դրված է պլյուս նշան, ապա փակագծերը կարելի է բաց թողնել առանց փոխելու նրանց մեջ գտնվող գումարելիներ նշանները:

Եթե փակագծերի առջև դրված է մինուս նշան, ապա փակագծերը կարելի է բաց թողնել փոխելով նրանց մեջ գտնվող անդամների նշանները հակադիր նշաններով:

Եթե փակագծերի առջև որևէ նշան չկա, ապա ենթադրվում է, որ դրված է պլյուս նշան:

Օրինակ՝

$$(a-b) + (d-c) - (x-y) - (z+t) = a-b+d-c-x+y-z-t$$

Այս հավասարությունների աջ մասից ձախ մասին անվանում են **փակագծերի մեջ առում**:

Բազմանդամը փակագծերի մեջ առնելու դեպքում պետք է փակագծերի մեջ գրել նրա բոլոր անդամները նույն նշաններով, եթե փակագծերի առջև դրվում է պլյուս նշանը:

¹⁰ Ս. Նիկոլսկի, Մ. Պոտապով, Ն. Ռեշետնիկով, Ա. Շելկին, Հանրահաշիվ, Երևան, 2016թ

Որպեսզի բազմանդամը առնենք փակագծերի մեջ, որոնցից առաջ դրված է միևուս նշանը, պետք է փակագծերի մեջ գրել նրա բոլոր անդամները հակադիր նշաններով:

2. Մաթեմատիկայում վերջավոր գումարների հաշվման օրինակներ

Դիտարկենք մի քանի օրինակներ իմ դասավանդած դասարաններից: Նախ նշենք օրինակներ 5-րդ դասարանի դասագրքից:

Օրինակ 1՝ Մեքենան առաջին օրն անցել է 115 կմ, երկրորդ օրը՝ 15 կմ-ով ավելի: Երրորդ օրը մեքենան անցել է 10 կմ-ով ավելի, քան առաջին երկու օրերում: Ընդամենը քանի կիլոմետր է անցել մեքենան երեք օրում:

Օրինակ 2՝ Կիրառելով գումարման տեղափոխական և գուգորդական օրենքները՝ հաշվել առավել հարմար եղանակով.

- $1035+49+465+101$
- $654+17+346+250+750$
- $2059+2311+441+689+14$

Օրինակ 3՝

Երկու աշակերտներ պիտի գնեին միատեսակ գրիչ, տետր և կարկին: Առաջինը նախ գնեց գրիչը, ապա՝ կարկինը, վերջում՝ տետրը: Մյուսը նախ գնեց տետրը, ապա՝ գրիչը, վերջում՝ կարկինը: Քանի դրամ վճարեց իր գնումների համար երկրորդ աշակերտը, եթե առաջինը վճարեց 350 դրամ:

Նշենք նաև մի քանի օրինակներ 7-րդ դասարանի դասագրքից:

Օրինակ 1՝

Գտնել բազմանդամների գումար հանդիսացող բազմանդամը

- $(3-2a)+(-5a-7)$
- $(6x-y)+(-2x+4y)$

Օրինակ 2՝

Ձևափոխել արտահայտությունը կատարյալ տեսքի բազմանդամի

- $(5a^2-4a)+(2a^2-9a)$
- $(11x^2-7y)+(3x^2-8y)-(-4x^2+6y)$
- $48a-(12-7a)+(8a-5)$

Օրինակ 3՝

Գրել թվային արտահայտության տեսքով և հաշվել արժեքը՝

- 20,5 և 10,7 թվերի տարբերության և 5,7 թվի գումարը,

- 1,3 թվի և 9,6 ու 4,8 թվերի գումարի գումարը,
- 20,5 և 12,3 թվերի գումարի և 8,2 թվի տարբերությունը:

Նշված թեմանները հասկանալու համար հաճախ եմ դասարանում կազմակերպում ինքնուրույն աշխատանքներ, գույգերով առաջադրանքներ:

Եզրակացություններ, առաջարկություններ

Հետազոտական աշխատանքի արդյունքում կատարեցինք մի շարք եզրակացություններ: Այսպիսով՝

- Գումարման գործողությունը շատ դեպքերում թույլ են տալիս պարզեցնել և արագացնել հաշվումները:
- Այս թեման ուսումնասիրելու արդյունքում աշակերտները կտիրապետեն հաշվարկի տեխնիկային, ձեռք կբերեն հաշվողական հզոր հմտություններ, կճանաչեն թվերի կազմը, կհասկանան թվաբանական գործողությունները:
- Աշակերտները կարողանում են ընկալել և արդյունավետ կիրառել վերացարկված և ընդհանրացված հասկացությունները և ճանաչել իրականության մեջ դրանց արտացոլումները:
- Նշված թեմայի ուսումնասիրությունը կնպաստի աշակերտների տրամաբանության զարգացմանը:

Այսպիսով անհրաժեշտ նշված թեմային հաճախակի անդրադառնալ, փորձել զուգորդել նոր դասի հետ:

Օգտագործված գրականության ցանկ

- Բ. Նահապետյան, Ա. Աբրահամյան, Մաթեմատիկա 5-րդ դասարանի դասագիրք, Երևան, 2015թ
- Գ. Գոգիշվիլի, Թ. Վեփիվաձե, Ի. Մերոնիա, Լ. Քուրջիշվիլի, Մաթեմատիկա 7-րդ դասարան, Թբիլիսի, 2020թ
- Ս. Նիկոլսկի, Մ. Պոտապով, Ն. Ռեշենիկով, Ա. Շեվկին, Հանրահաշիվ, Երևան, 2016թ
- <https://skysmart.ru/articles/mathematic/svoystva-slozheniya-i-vychitaniya> 14.08.23
- <https://allinweb.ru/%D1%80%D0%B5%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D1%8B/39955/> 15.08.23
- <https://resh.edu.ru/subject/lesson/7723/conspect/272293/> 15.08.23
- <https://skysmart.ru/articles/mathematic/svoystva-slozheniya-i-vychitaniya> 15.08.23