



**«ՎԱՐՍԵՐԻ Ռ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՄԻՋՆ. ԴՊՐՈՑ»  
ՊՈԱԿ**

**ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ  
ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ  
ԴԱՍԸՆԹԱՑ**

**ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ**

ԹԵՄԱ՝ ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ԶԱՐԳԱՑՈՒՄԸ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ  
ՎՐԱ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

ՀԵՂԻՆԱԿ՝ ՆԱՐԻՆԵ ԽԱԶԱՏՐՅԱՆ

ԽՈՒՄԲ /ԱՌԱՐԿԱ՝ 1 /ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ՝

# ՄԵՎԱՆ 2023

## Բովանդակություն

Ներածություն.....	3
1. Տրամաբանության ուսուցման պատմական, ժամանակակից և հայրենական փորձը.....	4
2. Տրամաբանության հիմունքները որպես մաթեմատիկական կրթության բովանդակային բաղադրիչ.....	7
3. Տրամաբանության օգտագործումը կառուցման խնդիրների լուծման ժամանակ.....	8
4. Կառուցման խնդիրների լուծման սխեման.....	16
5. Կարկինի ու քանոնի միջոցով կառուցվող խնդիրների լուծելիության հայտանիշը.....	18
Եզրակացություն.....	20
Օգտագործված գրականություն.....	21

## ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Հանրահայտ է, որ հանրակրթության առանցքային նպատակներից մեկը աշակերտին մտածել սովորեցնելն է: Առանձնացվում են այդ նպատակին հասնելու երկու հիմնական ուղիներ. մտածողության մասին գիտության՝ տրամաբանության տարրերի իմացությունը և մաթեմատիկայի ուսումնասիրությունը, ինչը բոլոր ժամանակներում դիտվել է որպես սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման լավագույն միջոց:

Ժամանակակից կրթական հայեցակարգերում ավելի է կարևորվում սովորողների բարձրակարգ մտածողության զարգացման խնդիրը: Աշխարհում տեղի ունեցող արագընթաց զարգացումները իրենց անմիջական ներգործությունն են ունենում կրթական համակարգերի վրա՝ առաջադրելով գիտելիքահեն տնտեսության և տեղեկատվական հասարակության պայմաններում գործող և ապրող մարդու ձևավորման նոր պահանջ: Սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման նպատակին վերաբերող կարևորագույն խնդիրներից մեկը ուսուցչի մեթոդական պատրաստվածության բարձրացումն է, որը օգնելու է աշակերտների տրամաբանության զարգացմանը՝ մաթեմատիկական տարբեր խնդիրներ լուծելիս:

Ինչպես հայտնի է երկրաչափության դպրոցական դասընթացում բավական մեծ տեղ է հատկացված երկրաչափական կառուցման խնդիրներին, որովհետև այդ խնդիրները ոչ միայն նպաստում են անցած տեսական նյութի լավ յուրացմանը, այլև սովորողների մեջ միաժամանակ պատվաստում են տրամաբանական դատողություններ, ստիպում են փնտրել ու գտնել այնպիսի փաստեր, որոնք նախքան այդ խնդրի լուծումը իրենց հայտնի չէին: Կառուցման խնդիրները աշակերտներին մտքի հնարամտությունները, գյուտարարական և կառուցողական ունակությունները զարգացնող, ինչպես նաև ինքնուրույն նախաձեռնություններին օգնող խնդիրներ են, որոնք հատկապես խիստ կարևորություն են ստանում տեխնիկայի զարգացման այս

բուն ժամանակներում: Այս խնդիրները իբրև կանոն չունեն ստանդարտ բնույթ և դպրոցականներին հեռուն են պահում նյութը ֆորմալ ձևով յուրացնելուց:

### **1.Տրամաբանության ուսուցման պատմական, ժամանակակից և հայրենական փորձը**

Տրամաբանությունը որպես գիտություն սկզբնավորվել է Հին Հունաստանում, ավելի քան երկու հազար տարի առաջ փիլիսոփայության ընդերքում, որտեղ տրամաբանությանը հատկացվող յուրահատուկ տեղը պայմանավորված էր հիմնականում այն հանգամանքով, որ այն կապված էր բանավիճելու արվեստի հետ, որը հին հունական քաղաք-պետություններում, իսկ հետագայում նաև Հին Հռոմում հասարակական կյանքի կազմակերպման առանձնահատկությունն էր: Այստեղ ստեղծվում էին դպրոցներ, որոնցում մարդիկ սովորում էին ճշմարիտը փնտրելու, բանավիճելու և դիմացինին իր տեսակետի մեջ համոզելու արվեստը: Նրանք սովորում էին բազմաթիվ փաստերից ընտրել ճշմարիտները, կառուցել դրանք իրար հետ կապող դատողությունների տրամաբանական շղթա, հանգել ճշմարիտ դատողությունների: Սկզբում ճշմարիտ մտածողության օրենքներն ու ձևերը սովորում էին հռետորական արվեստի շրջանակներում, որը համարվում էր մարդկանց մտածողության, համոզմունքների ներգործության միջոցներից մեկը: Այդ ժամանակներից էլ ընդունված է, որ տրամաբանությունը գիտություն է ոչ միայն մտածողության, այլև օբյեկտիվ իրականության առարկաների մասին: Այդպես էր նաև Հին Հնդկաստանում, Հին Հռոմում և այլ երկրներում<sup>1</sup>:

Ավանդական տրամաբանությունը ներառում էր այնպիսի բաժիններ, ինչպիսիք են հասկացությունը, դատողությունը, ճշմարիտ մտածողության (սկզբունքները) օրենքները, մտահանգումները (դեդուկտիվ, ինդուկտիվ, անալոգիայով), փաստարկման տեսության տրամաբանական հիմունքները, հիպոթեզը:

Միջնադարյան կրթության համակարգում, սկսած 5-րդ դարից, տրամաբանությանը հատկացվում էր հատուկ տեղ: Տեսական գիտությունները կազմում էին այսպես կոչված «յոթ ազատ արվեստները»: Դրանք բաժանվում էին

---

<sup>1</sup> Մկրտչյան Ա. Տ., Տրամաբանությունը Հին Հունաստանում//Մարդ և հասարակություն, N 1, Եր., 2012 թ., 23-34 էջեր:

երկու մասի: Առաջին հերթին ուսումնասիրվում էին քերականությունը, հռետորությունը և դիալեկտիկան, որոնք կազմում էին «եռյակ» (տրիվիում): Այնուհետև գալիս էին «չափի մասին գիտությունները»՝ թվաբանությունը, երկրաչափությունը, աստղագիտությունը և երաժշտությունը, որոնք կազմում էին «քառյակը» (քվադրիումը): «Յոթնյակի» ուսումնասիրությունից հետո միայն ուսուցանվում էին «գործնական գիտությունները»՝ տոմարագիտությունը, բժշկագիտությունը և այլն: Իսկ, տրամաբանությունը՝ որպես մտածողության գործիք, մտահանգման և ապացուցման միջոց, համարվում էր ուսման նախադուռը 2:

Գիտության պատմական զարգացման ընթացքում, հատկապես 17-րդ դարից հետո կոնկրետ գիտությունների, իսկ առաջին հերթին մաթեմատիկայի և տրամաբանության ուսումնասիրման խնդիրներն սկսում են ավելի մերձենալ միմյանց: Հիմքեր են ստեղծվում մաթեմատիկական տրամաբանության սաղմնավորման համար, և այդ գործում մեծ դեր ունեն հատկապես գերմանացի ականավոր գիտնական Գ. Վ. Լայբնիցի (1646-1716 թ.թ.) և ապա անգլիացի նշանավոր մաթեմատիկոս Ջ. Բուլի (1815-1864 թ.թ.) աշխատանքները: Դրանք նվիրված են այն զաղափարի իրականացմանը, ըստ որի՝ տրամաբանության նկատմամբ կիրառվում են հանրահաշվի օրենքները, և տրամաբանական մտահանգումները ներկայացվում են որպես հանրահաշվական բանաձևերի ձևափոխությունների արդյունքներ<sup>3</sup>:

19-րդ և 20-րդ հարյուրամյակների սահմանագծին առաջադեմ մաթեմատիկական և մանկավարժական միտքը միտված էր բարեփոխելու մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացը այնպես, որ այն համապատասխաներ տվյալ ժամանակի պահանջներին: Մաթեմատիկան դիտարկվում էր որպես իրական աշխարհի քանակական հարաբերություններն ու տարածական ձևերը ուսումնասիրող գիտություն: Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի ուսումնասիրությունները տարվում էին դիդակտիկական այնպիսի եղանակների փնտրման ուղղությամբ, որոնք կնպաստեին գիտելիքների, կարողությունների և հմտությունների որակյալ յուրացմանը:

<sup>2</sup> Գևորգյան Հ. Ա., Բաղդասարյան Վ. Խ., Տրամաբանություն, Եր., Լույս 1994 թ., 264 էջ:

<sup>3</sup> Ավետիսյան Ս. Հ., Մաթեմատիկական տրամաբանության հիմնական տարրեր, Եր., Լույս, 1969 թ., էջ 12-20

ԽՍՀՄ-ում վերացվեց տրամաբանություն առարկայի ուսուցումը ինչպես հանրակրթական, այնպես էլ բուհական համակարգերում: Մակայն 50-ականներին խորհրդային միջնակարգ դպրոցը նորից անդրադարձավ տրամաբանությանը, և սկսվեց դասավանդվել առանձին «Տրամաբանություն» առարկան ինչին դեմ էր կրթությանն առնչվող գործիչների, այդ թվում նաև գիտնականների մի զգալի մասը<sup>4</sup>:

Ճշմարիտ գիտությունների ուսումնասիրությունը Հայաստանում կայուն հիմքերի վրա դնող առաջին հայ գիտնականը Անանիա Շիրակացին էր (7-րդ դար): Շիրակացին Հայաստանում առաջին գիտնականներից մեկն էր, ով հիմքեր է ստեղծել «Ճշմարտության երկակիություն» ուսմունքի մշակման համար: Ըստ այդ ուսմունքի՝ դիտումներով և տրամաբանությամբ ձեռք բերված գիտելիքների ճշմարտությունը անկախ է աստվածաբանական ճշմարտություններից, և կարիք չկա դրանք միմյանց հակադրել կամ բխեցնել մեկը մյուսից:

Պետք է նշել, որ հայերի կողմից շատ է կարևորվել դպրոցական դասընթացում և մանկավարժական կրթության մեջ տրամաբանության տարրերի ներառման հիմնահարցը: Մասնավորապես՝ Ներսիսյան դպրոցի հոգեբանության և տրամաբանության ուսուցիչ Իսահակ Հարութիւնեանցը իր «Ձեռնարկ հայ ուսուցիչների և թեմական դպրոցների վերջին դասարանի աշակերտների համար» աշխատությունում (1895թ.) գրում է. «Տրամաբանությունը գիտություն է, որն անհրաժեշտ է յուրաքանչյուր զարգացած անձնավորության և մանավանդ ուսուցչի համար: Ուսուցչի պարտավորությունն է կրթել նոր սերնդի միտքը, իսկ միտքը կրթելու համար պետք է իմանալ մտածողության կանոնները:

---

<sup>4</sup> Виноградов С. Н. и Кузьмин А.Ф., Логика, Учебник для средней школы, Изд. 8, Москва, Учпедгиз, 1954 г.

## **2.Տրամաբանության հիմունքները որպես մաթեմատիկական կրթության բովանդակային բաղադրիչ**

Ինչպես բազմիցս նշվել է, ժամանակակից կրթական հայեցակարգերում ավելի է կարևորվում սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման խնդիրը: Այդ առումով Հայաստանում, ինչպես նաև բազմաթիվ այլ երկրներում, հանրակրթական դպրոցների մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշիչներում և ծրագրերում ընդգրկվել են տրամաբանության հիմունքներին վերաբերող ամբողջական թեմաներ, որոնք նախկինում համակարգված ձևով չէին ուսումնասիրվում<sup>5</sup>: ՀՀ-ում հանրակրթության պետական չափորոշիչն համապատասխան սկսած տարրական դպրոցի և այնուհետև միջին և ավագ դպրոցների մաթեմատիկայի դասընթացներում մատչելի ձևով արդեն դիտարկվում են մաթեմատիկական տրամաբանության տարրերին վերաբերող մի շարք կարևորագույն հարցեր, ինչպիսիք են, օրինակ, ասույթ, ասույթի ճշմարտային արժեքները, ասույթների տրամաբանական գումարը, արտադրյալը, ժխտումը, հետևությունը, համարժեքությունը, համարժեքության կանոնները, ինչպես նաև փոփոխական պարունակող ասույթներ, «ցանկացած», «գոյություն ունի» տրամաբանական ձևեր ունեցող դատողություններ և այլն : Հանրակրթական դպրոցների մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշիչներում և ծրագրերում կատարված այդ փոփոխությունները անհրաժեշտաբար առաջ են բերում համարժեք փոփոխություններ մաթեմատիկայի ուսուցիչների պատրաստման համակարգում. մասնավորապես բուհական մասնագիտական չափորոշիչներում և ուսումնական ծրագրերում անհրաժեշտ է ուժեղացնել տրամաբանությանը վերաբերող բաղադրիչի կշիռը: Այսինքն՝ մաթեմատիկայի ուսուցիչների պատրաստման համար անհրաժեշտ է մանկավարժական բուհերի կրթական ծրագրերում ընդգրկել այնպիսի դասընթացներ, որոնք կապահովեն հանրակրթական ծրագրերում ներմուծված նոր թեմաների գիտատեսական հիմունքների խորքային ուսումնասիրությունը:

---

<sup>5</sup> Մաթեմատիկա, Հանրակրթական հիմնական դպրոցի առարկայական չափորոշիչ և ծրագիր, Եր., Անտարես, 2007 թ.:

Մյուս հարցադրումը հետևյալն է. մաթեմատիկայի հանրակրթական ծրագրերում տրամաբանության հիմունքներին վերաբերող՝ արդեն կատարված բովանդակային փոփոխություններն արդյոք բավարար են սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման խնդիրը լիարժեք լուծելու համար, թե անհրաժեշտ է կատարել բովանդակային այլ փոփոխություններ ևս: Այս առումով կարևոր է նշել, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման խնդիրը իրականացվում է հիմնականաում երկու եղանակով՝ ա) տրամաբանության հիմունքներին վերաբերող որոշակի գիտելիքների համակարգված ուսուցման և բ) մաթեմատիկական այս կամ այն տեսության (թվաբանության, հանրահաշվի, երկրաչափության, մաթ. անալիզի տարրերի, կոմբինատորիկայի և հավանականությունների տեսության տարրերի և այլն) ուսումնասիրման, դրանց վերաբերյալ խնդիրների և առաջադրանքների լուծման ընթացքում տրամաբանության կիրառման և տրամաբանական կարողությունների խթանման միջոցով:

Տրամաբանական պատրաստվածության վիճակի բարելավման, թերևս առավել գործնական նշանակություն ունեցող ուղին ուսուցիչների վերապատրաստման գործընթացում տրամաբանության հիմունքներին վերաբերող բաղադրիչի ուժեղացումն է: Վերջին տասնամյակում մշակվել են ձեռնարկներ և ուղեցույցներ, որոնք ծառայում են այդ նպատակին<sup>6</sup>: Մաթեմատիկայի ուսուցիչների մասնագիտական զարգացման և վերապատրաստման դասընթացների՝ ներկայումս գործող ծրագրերում, որը հաստատվել է ՀՀ ԿԳ նախարարի 2011 թ. օգոստոսի 29-ի N 997-Ա/Ք հրամանով, նախատեսվում են այդ նպատակին ծառայող որոշակի թեմաներ<sup>7</sup>:

---

<sup>6</sup> Հակոբյան Ս. Է., Տրամաբանական գիտելիքների համառոտ տեղեկատու// Մաթեմատիկական դպրոցում, N4-5 (19-20), Եր., 2001 թ.:

<sup>7</sup> Հերթական ատեստավորման ենթակա մաթեմատիկայի ուսուցիչների մասնագիտական զարգացման, վերապատրաստման դասընթացների ուղեցույց (կազմողներ՝ Ս. Հակոբյան, Վ. Ոսկանյան, Ռ, Ստեփանյան), Եր., Տիգրան Մեծ, 2013 թ.:



### 3.Տրամաբանության օգտագործումը կառուցման խնդիրների լուծման ժամանակ

Լուծել կառուցման խնդիրներ՝ նշանակում է խնդրի պայմաններում տրված տարրերով (կետ, ուղիղ, շրջանագիծ և այլն), կառուցման որոշակի գործիքների միջոցով գտնել որոնելի տարրերը, որոնք բավարարում են խնդրի պահանջին և արդյունքում ստանում ենք որոնելի պատկեր: Երկրաչափության մեջ պատկեր ասելով հասկանում ենք կետերի ցանկացած համախումբը (բազմություն, որը պարունակում է առնվազն մի կետ):

Կառուցման խնդիրը սովորաբար լուծում են հետևյալ կերպ. ենթադրում են, որ խնդիրը լուծված է՝ պահանջվող պատկերը կառուցված է: Ուսումնասիրում են պատկերը, մինչև պարզ է լինում, թե ինչպես կարելի է լուծել խնդիրը՝ տրված պատկերների միջոցով կառուցել պահանջվողը: Դրանից հետո կատարում են կառուցումները: Կառուցելուց հետո պետք է ապացուցել, որ ստացված պատկերը բավարարում է խնդրի պահանջին, այսինքն կառուցումը ճիշտ է կատարված: Վերջում պետք է խնդրի հետազոտություն կատարել՝ պարզել, թե խնդրի տվյալներից կախված քանի լուծում ունի խնդիրը: Եթե այո, ապա քանի լուծում:

Կառուցման խնդիրների և տրամաբանության կապը տեսնելու համար դիտարկենք կառուցման խնդիրների փուլերը և տրամաբանական մտածողության տեսակները:

Երկրաչափական կառուցման խնդիրը չորս փուլ է ենթադրում

- Խնդրի վերլուծություն, կառուցումներ
- ապացույց, որ խնդիրը ճիշտ է լուծված
- վերլուծություն:

Խնդրի լուծման եղանակի հայտնաբերում՝ որոնելի տարրերի և խնդրի տվյալներ միջև կապերի բացահայտման միջոցով: Այս մասը կոչվում է խնդրի վերլուծություն: Վերլուծությունը հնարավորություն է տալիս կազմելու խնդրի լուծման պլան: 2) Կառուցման կատարումը՝ ըստ նշված պլանի: 3) Ապացուցումն այն բանի, որ

կառուցված պատկերը բավարարում է խնդրի պայմաններին: 4) Խնդրի հետազոտում, այն է՝ պարզել, թե արդյոք ցանկացած տվյալների դեպքում խնդիրը լուծում ունի. եթե այո, ապա քանի լուծում:

Տրամաբանական մտածողության տեսակներն են.

- Վերլուծական մտածողություն. տրամաբանական մտածողության գործիքներն օգտագործվում են իրական իրավիճակը գնահատելու և վերլուծելու համար:
- Կոնվերգենտ մտածողություն. Այն հիմնված է նախորդ փորձի և հասկացությունների վրա՝ իրավիճակի կամ խնդրի վերաբերյալ եզրակացություն որոշելու համար:
- Շեղող մտածողություն. Դա այն միտքն է, որի միջոցով ցանկանում եք իրավիճակից կամ խնդրից մեկից ավելի հնարավոր լուծում տալ՝ կիրառելով տարբեր տրամաբանական հիմնավորումներ, որոնք առաջացել են այլ փորձի կամ գործելակերպի ընթացքում:

Մաթեմատիկական տրամաբանական մտածողությունը այն է, ինչը առաջանում է ուղղակի փորձից և դա օգնում է զարգացնել վերացական հասկացությունները հասկանալու ունակությունը թվերի, գրաֆիկական ձևերի, հավասարումների, մաթեմատիկական և բանաձևերի և կառուցման խնդիրների միջոցով:

Կառուցողական երկրաչափության մեջ ևս գոյություն ունեն հիմնական հասկացություններ, որոնք չեն սահմանվում: Այդպիսի հիմնական հասկացություն է «կառուցել երկրաչափական պատկերը» հասկացությունը, որի իմաստը հասկանալու ենք այսպես՝ «նշել» (կետը), «տանել» (ուղիղ կամ շրջանագիծ), «գծել» (գիծ, պատկերը և այլն): Մինչև կառուցման խնդիրների լուծումներին անցնելը նկատենք, որ հարթ տարրական երկրաչափությունում դիտարկվում են կետեր, ուղիղներ, ուղղագիծ հատվածներ, շրջանագիծ և նրա աղեղներ: Այս հիմնական ձևերի նկատմամբ նախ նշենք պոստուլատների այն համակարգը, որոնք օգտագործվում են կառուցողական երկրաչափության մեջ:

*Պոստուլատ 1.* Ուղիղը և ուղղագիծ հատվածը համապատասխանաբար համարվում են կառուցված այն և միայն այն դեպքում, երբ տրված կամ կառուցված են ուղղի երկու կետերը կամ հատվածի ծայրակետերը:

*Պոստուլատ 2.* Շրջանագիծը և շրջանագծի աղեղը համապատասխանաբար համարվում են կառուցված այն և միայն այն դեպքում, երբ տրված կամ կառուցված են կենտրոնը և երկու կետերը, որոնք որոշում են շառավիղը (այդ կետերից մեկը կարող է լինել կենտրոնը, իսկ մյուսը շրջանագծի կետը) կամ կենտրոնն ու աղեղի ծայրակետերը:

*Պոստուլատ 3.* Կետը համարվում է կառուցված, եթե այն հանդիսանում է տրված կամ կառուցված երկու ուղիղների հատումը:

*Պոստուլատ 4.* Կետը համարվում է կառուցված, եթե այն հանդիսանում է տրված կամ կառուցված ուղղի և տրված կամ կառուցված շրջանագծի ընդհանուր կետերը:

*Պոստուլատ 5.* Կետը համարվում է կառուցված, եթե այն հանդիսանում է տրված կամ կառուցված երկու շրջանագծերի ընդհանուր կետը:

*Պոստուլատ 6.* Յուրաքանչյուր այլ պատկեր համարվում է կառուցված, եթե տրված կամ կառուցված են այն հիմնական կերպարները, որոնցից նա բաղկացած է, կամ նրանք, որոնք պատկերը սահմանափակում են:

Նշված պոստուլատներից առաջինը քանոնի պոստուլատն է, երկրորդը՝ կարկինի, իսկ մնացածները՝ քանոնի և կարկինի միացյալ պոստուլատները: Այժմ մենք առավել խստորեն կարող ենք ասել, թե ինչ ենք հասկանում, երբ ասում ենք, որ կառուցման խնդիրը լուծված է: Կառուցման խնդիրը համարվում է լուծված, քանոնի և կարկինի միջոցով, եթե այն բերվում է վերջավոր թվով այնպիսի խնդիրների, որոնցից յուրաքանչյուրը հանդիսանում է հետևյալ 5 խնդիրներից մեկն ու մեկը:

1. Տրված երկու կետով տանել ուղիղ գիծ կամ նրանց միացնող հատվածը:
2. Տրված կետից տրված շառավղով գծել շրջանագիծ կամ գծել շրջանագծի աղեղը նրա ծայրակետերի և շրջանագծի կենտրոնով:
3. Գտնել երկու ուղիղների հատման կետը (եթե այն գոյություն ունի):

4. Գտնել ուղղի և շրջանագծի հատման կետերը (եթե նրանք գոյություն ունեն):

5. Գտնել երկու շրջանագծերի հատման կետերը (եթե նրանք գոյություն ունեն):

Կառուցման խնդիրների լուծման համար օգտագործվող հիմնական գործիքները երկուսն են՝ քանոնը և կարկինը, բայց պրակտիկայում օգտագործվում են նաև գծագրական եռանկյունը, փոխադրիչը, երկկողմանի քանոնը (գուգահեռ եզրերով), քառակուսացնող կորը և այլն:

Վերոհիշյալ յուրաքանչյուր գործիքով կարելի է կատարել որոշակի գործողություններ: Թվարկենք դրանք.

**1. Քանոն:** Քանոնով կարող ենք տանել ուղիղ գիծ:

1. Ուղիղ գիծ, որն անցնի տրված կամ կառուցված երկու կետերով:

2. Ուղիղ գծի հատված, որը որոշվում է տրված կամ կառուցված երկու կետերով:

3. Ճառագայթ, որը սկիզբ է առնում տրված կամ կառուցված կետից և անցնում է մի այլ տրված կամ կառուցված կետով:

**2. Կարկին:** Կարկինով կարող ենք տանել.

1. Շրջանագիծ, որն ունենա տրված կամ կամայական կենտրոն ու շառավիղ:

2. Շրջանագծի աղեղ, որն ունենա տրված կամ կամայական կենտրոն ու շառավիղ:

**3. Գծագրական եռանկյուն:** Նրա համար բնորոշ են միակողմանի քանոնի կառուցումները, ինչպես նաև.

1. Երկու սուր անկյունների կառուցումը, որն ունի գծագրական եռանկյունը.

2. Տանել տրված ուղղին ուղղահայաց, որն անցնի տրված կետով:

3. Գտնել այն կետերը, որտեղից տրված AB հատվածը երևում է ուղիղ անկյան տակ:

**4. Փոխադրիչ:** Նրան բնորոշ է անկյունների կառուցումը (մոտավոր):

**5. Երկկողմանի քանոն:** Նրան բնորոշ են միակողմանի քանոնի կառուցումները, ինչպես նաև՝

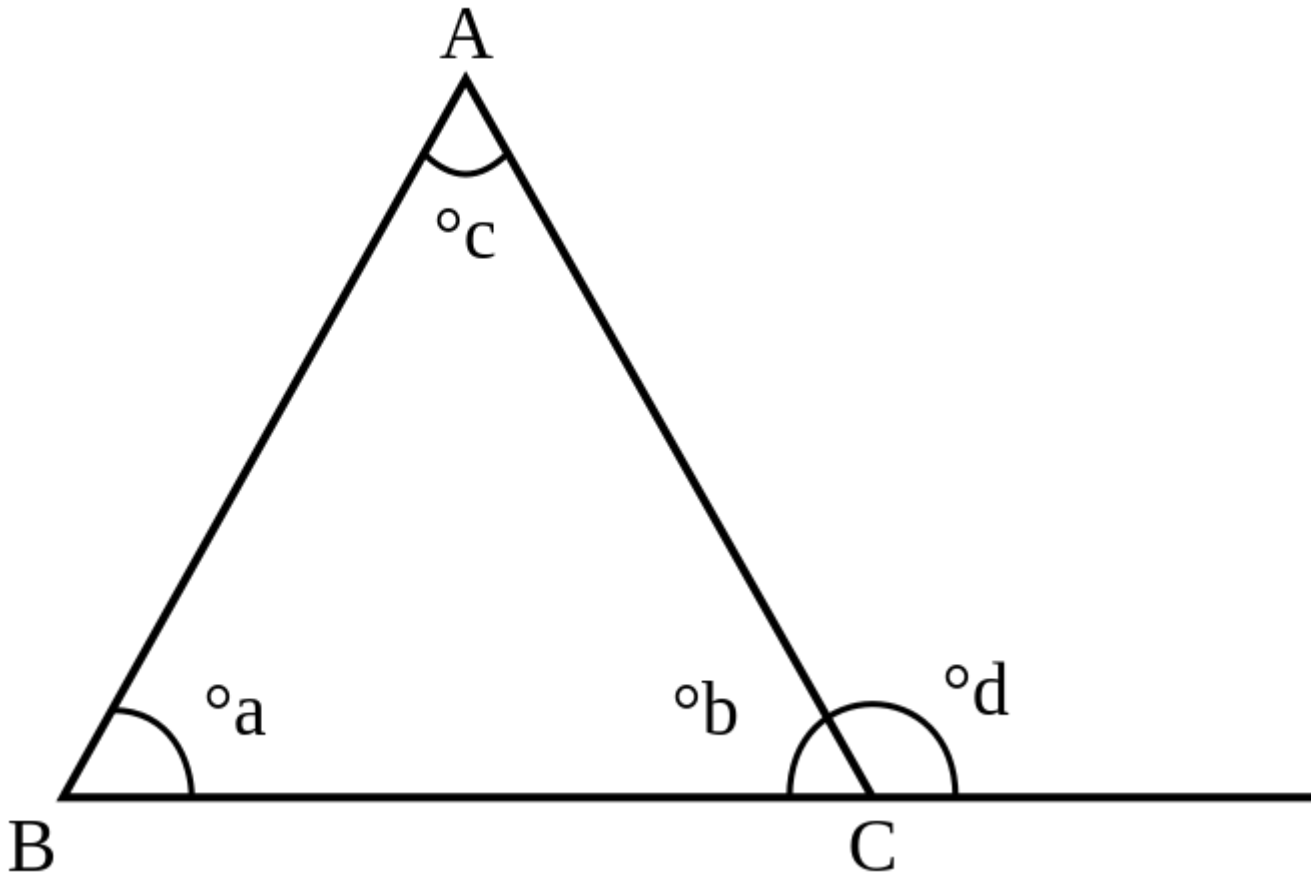
1. Տանելը տրված ուղղին զուգահեռ երկու ուղիղներ, որոնք տրված ուղղից հեռացված են  $h$ -ով ( $h$ -ը երկկողմանի քանոնի լայնությունն է, որը տվյալ քանոնի համար հաստատուն է):

2.Տրված  $A$  և  $B$  կետերով անցնող իրար զուգահեռ երկու ուղիղներ տանելը այն պայմանով, որ  $|AB| \geq h$ :

Յուրաքանչյուր կառուցման խնդրում դրվում են որոշ քանակի տվյալներ և պահանջվում է որոշել այդ խնդրի հետ կապված այլ տվյալներ և կառուցել խնդրում պահանջված պատկերը: Ինչպես ամեն մի խնդրում, կառուցման խնդրում նույնպես հայտնի է, որ անհայտ մեծությունը գտնելու համար կատարում ենք վերջավոր քանակությամբ հայտնի օպերացիաներ, բայց արդյունքի մասին դժվար է երաշխավորել, թե նախապես մեզ հայտնի չէ, թե տվյալ խնդիրը հնարավոր է լուծել, թե ոչ: Երբեմն պատահում է, որ խնդրի անհայտ մեծությունը գտնելու համար տվյալների քանակը պակաս կամ ավելի է լինում: Առաջին դեպքում՝ նայած խնդրի պահանջին, կստանանք բազմաթիվ լուծումներ, իսկ երկրորդ դեպքում կարող է չստանանք նույնիսկ ոչ մի լուծում:

Բերենք մի քանի օրինակներ.

Կառուցել եռանկյուն տրված  $a$  կողմով (զծ.1):



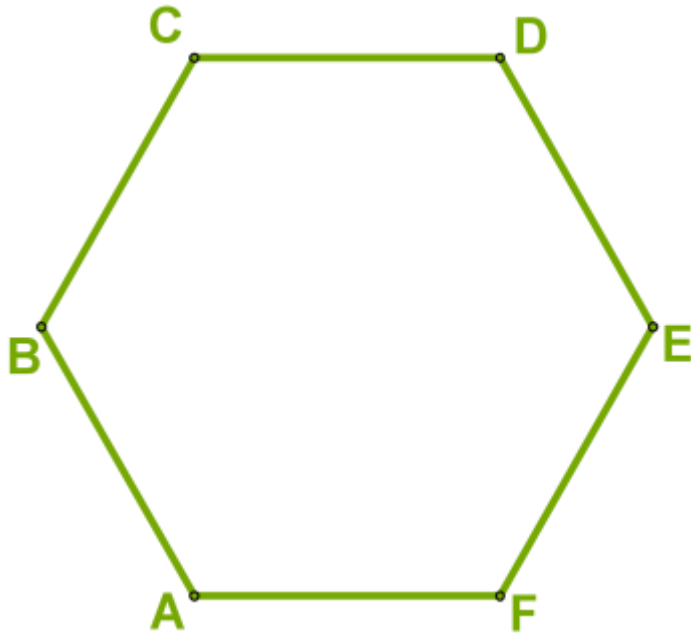
Վերցնենք որևէ ուղիղ և նրա վրա  $B$  կետը: Անջատենք  $BC=a$ , կստանանք որոնելի եռանկյան  $B$  և  $C$  գագաթները: Ընտրենք հարթության վրա կամայական  $A$  կետը, որը չի պատկանում այդ ուղղին և միացնենք  $B$  և  $C$  կետերին, կստանանք  $ABC$  եռանկյունը, որը տրված խնդրի լուծումն է:

Քանի որ այդ ուղղից դուրս գոյություն ունեն անվերջ բազմությամբ կետեր, հետևաբար նրանցից ցանկացածը միացնելով  $B$  և  $C$  կետերին, կստանանք առաջադրված խնդրի լուծումը. այդ պատճառով էլ տրված խնդիրն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

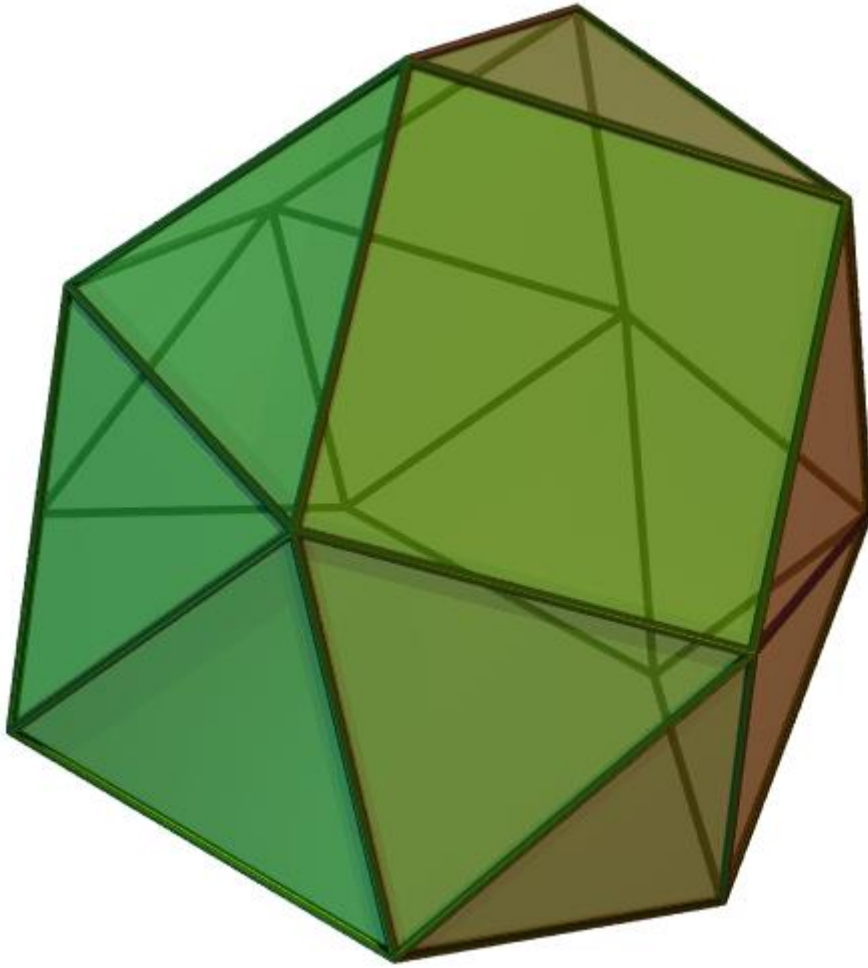
Ստացանք, որ եռանկյուն կառուցելու համար անհրաժեշտ է ունենալ երեք անկախ տվյալներ(բացառություն են կազմում երեք անկյուններ և այն դեպքերը, երբ տվյալների միջև կա կախվածություն, որի հետևանքով հնարավոր է կառուցել անվերջ բազմությամբ եռանկյուններ): Եթե այդպես է, ապա մենք կարող ենք պատասխանել այն հարցին, թե մինչև կառուցման խնդրի լուծմանն անցնելը չենք կարող արդյոք

Իմանալ տվյալների ինչպիսի քանակություն է անհրաժեշտ , որպեսզի կարողանանք կառուցել որևէ բազմանկյուն:

Դիցուք պահանջվում է կառուցել որևէ բազմանկյուն,  $n$  կողմ ունեցող. գծ. 2:



Տանենք տրված բազմանկյան  $A$  գագաթով անցնող բոլոր անկյունագծերը, նրանցով բազմանկյունը կբաժանվի  $n-2$  եռանկյունների: Այդ եռանկյուններից  $ABC$  եռանկյունը կառուցելու համար անհրաժեշտ է ունենալ երեք տվյալ:



Կառուցման խնդիրներում տվյալները երկու բնույթի են՝ գծային և անկյունային: Մասնավորապես անկյունը կարող է լինել զրո, ինչպես նաև  $180^\circ$ , երկու դեպքում էլ գործ ունենք զուգահեռության փաստի հետ: Օրինակ, երբ ասված է կառուցել սեղան 4 կողմերով նշանակում է սեղանի կառուցման համար պահանջվող հինգ տվյալներն էլ կան, որովհետև տրված 4 կողմերին պետք է ավելացնել հիմքերի զուգահեռ լինելու հանգամանքը:

#### 4. Կառուցման խնդիրների լուծման սխեման



Երկրաչափական կառուցման խնդիրների լուծմանն անցնելիս անշուշտ նախ ստուգում ենք. արդյոք տվյալների քանակը բավարար է տվյալ կառուցումը կատարելու համար, թե ոչ, որից հետո անմիջապես անցնում ենք կառուցման խնդիրների լուծմանը: Պարզ է, միշտ չէ, որ անմիջապես կկարողանանք կռահել կամ կողմնորոշվել, թե ինչից պետք է սկսել խնդրի լուծումը կամ ինչպես սկսել, որպեսզի հասնենք ցանկալի արդյունքի: Հետևաբար անհրաժեշտ է մշակել մի սկզբունք, որին դիմելով հնարավոր կլինի բոլոր խնդիրների նկատմամբ նույն բանը կիրառելով ստանալ ցանկալի արդյունք:

Անշուշտ, դրան կօգնի պատկերների հատկությունների լավ ծանոթ լինելը, ինչպես նաև որոնելի պատկերի հետ առնչվող հայտնի և անհայտ մեծությունների միջև եղած կապերի բացահայտումը, որոնք հնարավորություն կտան գտնել խնդրի լուծումը հեշտացնող անհայտ մեծությունը կամ տարրերը: Վերոհիշյալին կարեկի է հասնել, երբ կարողանանք տվյալ խնդիրը լուրջ վերլուծել:

Կառուցման խնդրի լուծման բանալին գտնելու համար անհրաժեշտ է կատարել խնդրի համակողմանի վերլուծություն, որը ներկայացվելու է կառուցման խնդրին, դա խնդրի անալիզն է:

Խնդրի անալիզը միաժամանակ նպատակ ունի որոշելու պայմանների այն համակարգը, որն անհրաժեշտ է խնդրի տվյալներով որոնելի պատկերի գոյության համար: Երբ արդեն կատարված է խնդրի անալիզը և հայտնի է այն ուղին, որով առաջնորդվելու դեպքում կկարողանանք լուծել խնդիրը, անցնում ենք (գործիքների միջոցով) կառուցմանը, ուրեմն երկրորդ պահանջը կլինի պատկերի կառուցումը: Այնուհետև տալիս ենք կառուցման ճշտության ապացույցը և ապա անցնում ենք հետազոտմանը:

Այսպիսով կառուցման խնդրի լուծումը բաղկացած է հետևյալ 4 փուլերից.

1. Անալիզ: 2. Կառուցում: 3. Ապացուցում: 4. Հետազոտում:

Պարզաբանենք նրանցից յուրաքանչյուրի էությունը, ապա կիրառենք այս սխեման, լուծելով մի քանի խնդիր:

1.Անալիզ: Խնդրի անալիզի էությունը կայանում է նրանում, որ հնարավորություն է տալիս գտնելու երկրաչափական այն կապը, որը գոյություն ունի խնդրի տվյալների և որոնելի տարրերի միջև:

Այդ պատճառով նախապես կատարում ենք որոնելի պատկերի ուրվագիծը այնպես, որ այն համապատասխանի մոտավորապես խնդրի պայմաններին:

Ուրվագիծը, որին անանում ենք նաև օժանդակ գծագիր, կատարվում է ձեռքով, այն կլինի մոտավոր: Հետևելով տրված պատկերի ու որոնելի մասեջի միջև եղած կապերին, անհրաժեշտ է որոնել այնպիսի կապեր, որոնք խնդրի լուծումը կրերեն նախապես հայտնի խնդրի լուծմանը կամ պոստոիլատների կիրառությանը: Նախքան խնդիրը լուծելը, երբ կատարելու ենք խնդրի անալիզ, միշտ սկսելու ենք հետևյալ բառերով՝ ենթադրենք խնդիրը լուծված է... պատկերը որոնելի է . աշխատելու ենք ուրվագծի վրա գտնել վերոհիշյալ կապերը:

2.Կառուցում: Օգտվելով վերլուծության արդյունքում ստացված պլանից և օգտագործելով համապատասխան գործիքները, կատարում ենք գործողություններ, որոնց արդյունքում ստանում ենք խնդրում պահանջվող պատկերը:

3. Ապացուցում: Երբ արդեն կառուցումը կատարված, վերջացված է, անհրաժեշտ է ստուգել, թե կառուցված պատկերը բավարարում է խնդրի բոլոր պահանջներին: Տրամաբանական բովանդակությամբ դա փաստորեն անալիզի հակադարձն է, այսինքն՝ սինթեզն է:

4. Հետազոտում: Առաջադրված խնդիրը համարվում է վերջնականապես լուծված, երբ կառուցումը կատարելուց հետո պարզում ենք, թե խնդիրը քանի լուծում ունի: Այս բաժնում ոչ միայն գտնում ենք լուծումների քանակը, այլև տվյալների միջև եղած այն կապը, որը հնարավորություն կտա կատարել նշված կառուցումը:

## **5.Կարկինի ու քանոնի միջոցով կառուցվող խնդիրների լուծելիության հայտանիշը**

Հայտնի է, որ կառուցման յուրաքանչյուր խնդիր լուծելիս ստանալու ենք երկրաչափական որևէ պատկեր, որը որոշվում է նրան պատկանող հատվածների երկարությամբ կամ անկյունների մեծությամբ կամ այդ պատկերի մասերը որոշող այլ մեծություններով:

Օրինակ, բազմանկյունները որոշվում են իրենց կողմերի երկարությամբ կամ էլ անկյուններով, իսկ շրջանագծերը՝ շառավիղներով, անկյուններն՝ իրենց կոսինուսներով և այլն: Պատահում են դեպքեր, երբ տրված խնդիրը լուծելիս չենք կարողանում իմանալ թե ինչպես լուծել այդ խնդիրը, իսկ հաճախ էլ ուղղակի տվյալ խնդիրը ենթական չլինելով լուծման, չենք կարողանում լուծել: Հավանաբար կլինեն շատ խնդիրներ, որոնք չենք կարողանա լուծել, դրանք պատկանում են այն խնդիրների շարքին, որոնք հնարավոր չէ լուծել կարկինի ու քանոնի միջոցով:

Դիցուք խնդիրը լուծվում է կարկինի ու քանոնի միջոցով, այդ դեպքում ինչպիսի բարդություն էլ ունենա այդ խնդրի լուծումը, այն հանգում է երկու գործողությունների՝

Տանել տրված երկու կետերով անցնող ուղիղ գիծը:

տանել տրված կենտրոն և տրված շառավիղ ունեցող շրջանագիծը:

Կարկինի և քանոնի երկրաչափությունում պատկերին պատկանող յուրաքանչյուր կետ կարող է որոշվել երկու ուղիղների, ուղիղ ու շրջանագծի, երկու շրջանագծերի հատմամբ:

Արտահայտելով այդ մտքերը հանրահաշվի լեզվով և օգտվելով կոորդինատների մեթոդից կարող ենք ասել, որ հարցը հանգում է առաջին և երկրորդ աստիճանի երկանհայտ երկու հավասարումների համակարգերի լուծմանը, որոնց լուծումների գտնելը, իր հերթին հանգում է ամենաշատը երկրորդ աստիճանի հավասարման լուծմանը:

Պարզաբանենք այդ միտքը ավելի մանրմասն:

Կարկինի և քանոնի օգտագործմամբ կառուցումներ կատարելիս կարելի՝

Քանոնով տանել տրված երկու կետով անցնող ուղիղ, այսինքն՝ գտնել  $ax+by+c=0$  հավասարման լուծումները կոորդինատների տվյալ համակարգում, որը, ինչպես նկատում ենք առաջին աստիճանի է, և կարելի է լուծել անհայտներից մեկին վերագրելով ցանկացած թույլատրելի արժեք:

Քանոնի միջոցով գտնել երկու ուղիղների հատման կոտր, այսինքն գտնել  $ax+by+c=0$  և  $a_1x+b_1y+c_1=0$  համակարգի լուծումները, որը բերվում է առաջին աստիճանի հավասարման արմատները գտնելուն:

Կարկինով տանել տրված կենտրոն ու շառավիղ ունեցող շրջանագիծը, որը բերվում է  $x^2+y^2+px+qy+r=0$  հավասարման լուծումներ գտնելուն: Եթե  $x$ -ին տանք թույլատրելի կամայական արժեքներ, ապա  $y$ -ի նկատմամբ կստանանք քառակուսի հավասարում և հակառակը:

Քանոնով ու կարկինով գտնել տրված ուղղի և տրված շրջանագծի հատման կետերը, հարցը բերվում է  $ax+by+c=0$  և  $x^2+y^2+px+qy+r=0$  համակարգի լուծումները գտնելուն: Լուծելով այս համակարգը, կստանանք ամենաշատը երկրորդ աստիճանի հավասարում, որի լուծումները կլինեն ուղղի և շրջանագծի հատման կետերի կոորդինատները:

Գտնել երկու շրջանագծերի հատման կետերը, այսինքն՝ համատեղ լուծել  $x^2+y^2+px+qy+r=0$  և  $x^2+y^2+p_1x+q_1y+r_1=0$  հավասարումները: Այդ համակարգի առաջին հավասարումից, եթե հանենք երկրորդ հավասարումը, ապա կստանանք առաջին աստիճանի մի հավասարում, որը լուծելով համակարգի ցանկացած հավասարման հետ կստանանք քառակուսի հավասարում, որի լուծումները կլինեն երկու շրջանագծերի հատման կետերի կոորդինատները:

Այսպիսով, մենք ապացուցեցինք հետևյալ թեորեմը, որ կարկինով ու քանոնով կատարվող յուրաքանչյուր կառուցում հանգում է ամենաշատը քառակուսի հավասարման լուծմանը:

## Եզրակացություն

Տրամաբանության հիմնահարցերի հետազոտությունն ու լուսաբանումը գիտական մտքի և կրթական մշակույթի դարավոր զարգացման բոլոր փուլերում կարևորվել և շարունակական բնույթ են ունեցել: Ժամանակակից կրթական հայեցակարգերում շեշտադրվում է տրամաբանական մտածողության զարգացման հիմնարար նշանակությունը նաև հանրակրթական դպրոցների սովորողների համար: Ձևավորված մոտեցումներից մեկը, թերևս ամենակիրառականը, տրամաբանության տարրերը մաթեմատիկայի հետ զուգորդված ուսուցումն է: Այսպիսով, անհրաժեշտ է երկրաչափության, մաթեմատիկական տրամաբանության հասկացությունների և արդյունքների կիրառումը դարձնել ամենօրյա գործ ուսուցման գործընթացում, դպրոցական դասընթացներում լայն կիրառություն ունեցող մեթոդների ավելի խորն ուսումնասիրում, առանձին երկրաչափական հարցերի ներկայացում, ուսումնասիրում, համապատասխան խնդիրների տարբեր մեթոդների կիրառում:

Մաթեմատիկայի ուսուցման արդյունավետության բարձրացմանը նպաստում է մեթոդական համակարգի հարստացումը այնպիսի մեթոդական հնարներով, որոնց օգնությամբ տրամաբանական գործողությունները վերացական ձևերի մակարդակից փոխադրվում են պատկերային ընկալումների մակարդակ և միաժամանակ ստանում են հստակ ձևակերպումներ:

**Օգտագործված գրականություն**

1. Ավետիսյան Ս. Հ., Մաթեմատիկական տրամաբանության հիմնական տարրեր, Եր., Լույս, 1969 թ.:
2. Գևորգյան Հ. Ա., Բաղդասարյան Վ. Խ., Տրամաբանություն, Եր., Լույս 1994 թ., 264 էջ:
3. Խաչատրյան Թ. Հ., Երկրաչափական կառուցումների համառոտ տեսությունը և կիրառությունը, 1959թ.
4. Հակոբյան Ս. Է., Տրամաբանական գիտելիքների համառոտ տեղեկատու// Մաթեմատիկական դպրոցում, N4-5 (19-20), Եր., 2001 թ.:
5. Հերթական ատեստավորման ենթակա մաթեմատիկայի ուսուցիչների մասնագիտական զարգացման, վերապատրաստման դասընթացների ուղեցույց (կազմողներ՝ Ս. Հակոբյան, Վ. Ոսկանյան, Ռ. Ստեփանյան), Եր., Տիգրան Մեծ, 2013 թ.:
6. Ղարազեբակյան, Թումանյան, Երկրաչափական կառուցումներ հարթության վրա
7. Մկրտչյան Ա. Ս., Տրամաբանությունը Հին Հունաստանում//Մարդ և հասարակություն, N 1, Եր., 2012 թ.:
8. Адлер А. Теория геометрических построений
9. Аргунов Б.И., Балк М.Б. Геометрические построения на плоскости
10. Виноградов С. Н. и Кузьмин А.Ф., Логика, Учебник для средней школы, Изд. 8, Москва, Учпедгиз, 1954 г.
11. Зетель Геометрия линейки и геометрия циркуля