



ՎԱՂԱՐՇԱՊԱՏԻ Ա.ԳՈՐԿՈՒ ԱՆՎԱՆ N 5 ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ  
ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՈՒՄ

## Ավարտական հետազոտական աշխատանք

Թեման՝ Գեղագիտական դաստիարակության իրականացումը  
մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

Մասնակից՝ Իսկուհի Մալքոյան

Դպրոց՝ Մովսես Խորենացու թիվ 10 ավագ դպրոց

Վերապատրաստող՝ Աղաբաբյան Ռուզան

Ղուլյան Զարյա

Բարխուդարյան Գայանե

Վաղարշապատ 2023թ.

# Բովանդակություն

Ներածություն.....	3
1. Գեղագիտական դաստիարակությունը և մաթեմատիկական կրթությունը.....	11
2. Գեղագիտական դաստիարակության իրականացումը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում.....	13
Եզրակացություն.....	17
Օգտագործված գրականության ցանկ.....	18

## ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկական տիրապետում է ոչ միայն ճշմարտությանը, այլև բարձրագույն գեղեցիկին: Հղկված ու խիստ, վեհորեն մաքուր և կատարյալին ձգտող նման գեղեցկությունը հատուկ է միայն արվեստի մեծագույն ստեղծագործություններին:

### Բերթրան Ռասսել

Առաջին հայացքից թվում է, թե միայն հումանիտար առարկաների ուսուցիչներն են գեղագիտական արժեքներ ձևավորում աշակերտների մոտ՝ դասապրոցեսում: Մաթեմատիկայի նման առարկան առաջին հայացքից, կարծես թե, գեղագիտությունից ու գեղեցիկից հեռու է: Իսկ իմ կարծիքով մաթեմատիկական հենց իրենով գեղեցիկ է, յուրաքանչյուր գեղեցիկի մեջ ամփոփված է մաթեմատիկան: Այստեղ տեղին է մեջբերել Գաուսի այն խոսքերը, որ մաթեմատիկան է բոլոր գիտությունների <<Թագուհին>>, իսկ թագուհին դասապարտված է գեղեցիկ լինելուն և գեղագիտական ճաշակ թելադրելու: Քանի որ մաթեմատիկան ինքնին ամենաբարդ և դժվարամատչելի գիտություններց մեկն է, ապա ուսուցչի առաքելությունը կայանում է նրանում, որ այն մատուցի աշակերտին առավելագույնս պարզ, մատչելի և գեղագիտորեն, պատկերավոր միջոցներով: Յուրաքանչյուր թեման իր մեջ պարունակում է գեղագիտական տարր՝ սկսած պարզագույն թվերից մինչև միացություններ: Որն էլ, գեղագիտական դաստիարակության կարևորությունն է մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում, իսկ դա խոսում է թեմայի արդիականության մասին:

### 1. Մաթեմատիկական խնդրի գեղագիտական գրավչությունը

Խնդիրը և նրա լուծումը մարդու նպատակների իրականացման կարևոր փուլերից են: Յուրաքանչյուր մարդ, իր կենսագործունեության ընթացքում առնչվելով կենցաղային,

մասնագիտական, ինտելեկտուալ ամենատարբեր խնդիրների, պետք է լուծի դրանք, ըմբռնի դրանց էությունը, պատկերացնի առկա միջոցները և մտքի լարման միջոցով հանգի որոշակի պատասխանի: Նման գործընթացը մաթեմատիկական գործունեության բնորոշ առանձնահատկություններից մեկն է: Ավելին, մաթեմատիկական սովորեցնում է լուծել խնդիրը: Մաթեմատիկական խնդիրը աչքի է ընկնում իր հստակությամբ, իսկ նրա լուծումը՝ հուսալիությամբ: Մաթեմատիկական կոչված է նաև մոդելավորել կյանքում և գիտության այլ բնագավառներում առաջացած զանազան խնդիրներ, այսինքն՝ մաթեմատիկայի լեզվով գրել կիրառական խնդիրը և, բնականաբար, նրա լուծումը ստանալ մաթեմատիկական մեթոդներով: Սա էլ մաթեմատիկայի օգնությունն է այլ

բնագավառներում ծագած խնդիրները լուծելիս: Յուրաքանչյուր խնդիր իր պարզության կամ բարդության, լուծման հեշտության կամ դժվարության և այլ հատկանիշների հետ միասին ունի նաև իր գեղեցկությունը: Իսկ ո՞րն է մաթեմատիկական խնդրի գեղեցկությունը, նրա գեղագիտական գրավչությունը: Մ. Ս. Յակիրը, որպես մաթեմատիկական խնդրի գեղեցկության բնութագրման հայտանիշներ, առաջարկում է անկանխատեսելիությունը, անսպասելիությունը, պարզությունը, հեղափոխական քայլի առկայությունը, լավատեսությունը, աշխատանքը (տես [11]): Անկանխատեսելիությունը հանդես է գալիս, երբ մարդ ի գործու չէ կռահելու խնդրի եզրակացությունը, իսկ անսպասելիությունը՝ երբ խնդրի պայմանները չեն թելադրում նրա եզրակացությունը: Նման դեպքերում երբեմն դժվար է լինում հավատալ խնդրում առաջադրված պահանջի ճշմարտացիությանը: Անսպասելիության և անկանխատեսելիության լավագույն օրինակ է Դեզարգի թեորեմը (յուրաքանչյուր թեորեմ կարելի է ձևակերպել նաև որպես մաթեմատիկական խնդիր). նրա պայմաններից եզրակացության ստացումը զարմացնում է և գեղագիտական մեծ հաճույք պատճառում: Բերենք անկանխատեսելի խնդրի մեկ այլ օրինակ: Մինուսների թեորեմի էմպիրիկ ուսուցման վերաբերյալ մեր դատողություններում մենք դիտարկել ենք եռանկյան կողմերի և անկյունների համեմատականության խնդիրը. ինչպիսի՞ն է այդ համեմատականությունը: Ահա խնդիր, որի արդյունքը դժվար է կռահել, այսինքն՝ այն անկանխատեսելի է: Իսկ այդ արդյունքը նաև շատ հետաքրքիր է ու պարզ, ուրեմն՝ նաև գեղեցիկ է: Պարզվում է, որ ուղիղ համեմատական են եռանկյան կողմերը և նրանց դիմացի անկյունների սինուսները, այսինքն՝ եռանկյան մի կողմը այնքան անգամ է մեծ մյուսից, որքան անգամ մեծ է նրա դիմացի անկյան սինուսը մյուսի դիմացի անկյան սինուսից:

Խնդրի պարզությունը վերաբերում է ինչպես նրա բովանդակությանը, այնպես էլ շարադրանքին: Հաճախ խնդիրը անհասկանալի է դառնում նրա ձևակերպման լեզվական անհարթությունների պատճառով, իսկ երբեմն էլ երկար-բարակ ձևակերպված պայմանների ետևում կոտակելու բան չի մնում: Հասկանալի է, որ ավելորդ է խոսել նման խնդիրների գեղագիտական գրավչության մասին: Հեղափոխական քայլի առկայությունը, լավատեսությունը և աշխատանքը ավելի շատ վերաբերում են խնդրի լուծմանը: Օրինակ, լուծելով բազմանդամների արմատները նրա գործակիցների միջոցով արմատանշաններով արտահայտելու վերաբերյալ պատմական խնդիրը՝ Էվարիստ Գալուան օգտագործեց խմբի գաղափարը, ինչը հեղափոխական քայլ էր ողջ մաթեմատիկայում, և սկիզբ դրեց հանրահաշվի նոր բնագավառի, որը հետագայում կոչվեց Գալուայի անվամբ: Լավատեսությունը ի հայտ է գալիս խնդրի լուծման, նրա պատասխանի ստացման արդյունքում: Եվ որովհետև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը հազեցված է խնդիրների լուծմամբ, այն նաև մեծապես նպաստում է սովորողի մոտ կյանքի նկատմամբ լավատեսական կողմնորոշման ձևավորմանը կամ պատճառ է դառնում վատատեսության: Մաթեմատիկական խնդրի լուծումը պահանջում է համառ ու հետևողական աշխատանք: Այդ պատճառով այն ձևավորում է աշխատասիրություն, ինչը, անշուշտ, պարունակում է նաև գեղագիտական հատկանիշներ:

## 2. Մաթեմատիկական խնդրի գեղագիտական

**գրավչությունը, երբ այն դիտարկվում է որպես խաղ**

Հետևենք խնդրի գեղագիտական գրավչությանը, երբ այն դիտարկում ենք որպես խաղ: Համեմատենք մաթեմատիկական խնդրի լուծումը մարդկային մտքերը գերող լավագույն խաղերից մեկի՝ շախմատի հետ: Եթե մաթեմատիկական խնդրում հիմնական առարկաները նրա հասկացություններն են՝ թվերը, տառերը, գործողությունները, պատկերները և այլն, ապա շախմատում դրանք ֆիգուրաներն են՝ արքան, թագուհին, նավակները, փղերը, զինվորները և շախմատային տախտակը: Շախմատում առկա են խաղի հստակ կանոններ՝ ֆիգուրաների քայլերը և հարվածները: Մաթեմատիկական խնդրում խաղի կանոնները նույնպես ավելի քան հստակ են. դրանք այն տեսության աքսիոմներն ու արտածման կանոններն են, որոնց շրջանակներում դիտարկվում է սովյալ խնդիրը: Երկու դեպքում էլ խնդիրը պահանջում է լուծում: Բայց ինչո՞ւ միլիոնավոր մարդիկ՝ նաև իրենց մասնագիտական գործունեությունից հետո, ինքնամոռաց, ժամերով նստում են շախմատի տախտակի առջև և փորձում են լուծել շախմատային այդ հավերժ չլուծվող խնդիրը, հետևում են շախմատային խաղի վարպետների մրցումներին, բայց դժկամորեն են տրվում մաթեմատիկական խնդիրների լուծմանը: Իհարկե, մեծ

նշանակություն ունի շախմատում մրցակցի առկայությունը: Մի անգամ Մոսկովայի Մարգարյանը Տիգրան Պետրոսյանի մասին լրագրողին տրված հարցազրույցում «Ի՞նչ է Ձեզ համար շախմատը» հարցին տվեց հետևյալ հետաքրքիր պատասխանը. «Շախմատը ինձ համար մրցակցի հետ հաղորդակցվելու միջոց է»: Մեծ իմաստասեր էպիկուրը մարդկանց հետ հաղորդակցման լավագույն միջոց էր համարում փիլիսոփայական զրույցը: Անշուշտ, ուրիշների հետ հաղորդակցությունը, շփումը հուզական մեծ լիցք է պարունակում և որոշակի գրավչություն է հաղորդում մարդկային գործունեությանը: Բայց հարցն այստեղ մարդկային հաղորդակցման հետ չի կապված. չէ՞ որ մարդիկ, առանձնապես խաղի իսկական վարպետները՝ երեխաները, սիրում են ժամերով ու անմոռաց, առանց կենդանի մրցակցի նստել համակարգչի առջև ինչ-որ խաղ խաղալու համար: Ինչպես շախմատի, այնպես էլ յուրաքանչյուր խաղի գեղեցկությունը գնահատվում է ոչ թե գեղագիտական գեղեցիկի, այլ գիտական գեղեցիկի չափանիշներով: Իսկապես, շախմատային քայլի գեղեցկությունը նրա անսպասելիությունն է, անկանխատեսելիությունը, շախմատային պարտիայի գեղեցկությունը նրա հաշվարկների ճշգրտությունն է, տրամաբանական խստությունը, ներքին խորը կապի առկայությունը և, իհարկե, հաղթանակը: Բայց գիտական գեղեցիկի այս բոլոր հատկանիշները ավելի քան առկա են նաև մաթեմատիկական խնդրի մեջ: Ընդ որում, մաթեմատիկական խնդրում հաղթանակը խնդրի լուծումն է, նրա պատասխանի ստացումը: Եթե շախմատային պարտիայում տարած հաղթանակը բերում է հաջողություն, գնահատում, ուրախություն, ապա նմանատիպ արդյունքների է հանգեցնում նաև մաթեմատիկական խնդրի լուծումը: Եվ դժվար է ասել, թե որ դեպքում է հաղթանակի հուզական լիցքը ավելի մեծ՝ Միխայիլ Բոտվիննիկի նկատմամբ Տիգրան Պետրոսյանի տարած հաղթանակի, թե՞ Գալուայի կողմից հավասարումների լուծումները արմատանշաններով արտահայտելու վերաբերյալ խնդրի կամ Լոբաչևսկու կողմից զուգահեռության արքիմի անկախության վերաբերյալ խնդրի լուծման դեպքում: Եթե առաջին դեպքում շախմատային աշխարհը ունեցավ իր իներորդ չեմպիոնը, ապա երկրորդ և երրորդ դեպքերում մաթեմատիկական գիտությունը ապրեց հեղաշրջում և համալրվեց իր կարևորագույն բնագավառներով: Բայց կա մի հատկանիշ, որով շախմատը և մաթեմատիկական խնդիրը տարբերվում են իրարից, և եթե մաթեմատիկական խնդիրը, որպես գիտական իմացություն, իր հետաքրքրությունը պահում է այնքան ժամանակ, քանի դեռ չի լուծվել, իսկ լուծվելուց հետո կորցնում է այն, ապա շախմատային խնդրին հատուկ է հետաքրքրության գեղագիտական ըմբռնումը. այն չի մարում շախմատային պարտիայի ավարտից հետո: Թվում է, թե այս հատկանիշով շախմատային պարտիան ձեռք է բերում արվեստական՝ զուտ գեղագիտական գեղեցկություն: Սակայն չշտապենք. պատճառը

բոլորովին այլ է: Սովորաբար մաթեմատիկական խնդրի պայմանները այնպես են տրվում, որ անկախ լուծման մեթոդներից ու եղանակներից, այն ստանում է որոշակի լուծում, պատասխան: Շախմատային խաղը՝ որպես խնդիր, այդպիսին չէ: Այն չունի մեկ պատասխան, նրա լուծումը կախված է քայլերի ընտրությունից, որոնցից յուրաքանչյուրը խաղացողին տանում է մի ճանապարհով, և այդ ճանապարհների քանակը անվերջանալի է: Ինչպես մաթեմատիկական խնդրում, շախմատում նույնպես խաղացողների մոտ կորչում է միևնույն պարտիան երկրորդ անգամ խաղալու ցանկությունը, բայց, ի տարբերություն մաթեմատիկոսների, շախմատիստներն ունեն նոր քայլ, նոր ճանապարհ ընտրելու հնարավորություն, իսկ մաթեմատիկոսը տվյալ խնդիրը լուծելիս նման հնարավորություն չունի: Նորը ստանալու համար նա պետք է ամեն անգամ փոխի խաղի (խնդրի) կանոնները: Իսկ շախմատում այդ կանոնները անփոփոխ են: Ահա միևնույն խնդրի անսահմանափակության, անվերջության այդ հատկանիշն է, որ շախմատային խաղը տարբերում է մաթեմատիկական՝ թեկուզ և ամենաբարդ խնդիր-խաղից: Դա է նրա նկատմամբ չթուլացող հետաքրքրության, ձգողականության հիմնական պատճառը: Այս տեսակետից այն համեմատելի է մաթեմատիկայի առանձին բնագավառներում դիտարկվող զանազան թեմաների հետ, որտեղ, սակայն, ոչ մասնագետի համար ինչպես գործունեությունը, այնպես էլ նրա գեղագիտությունը անհասանելի են և անընկալելի:

### 3. Խնդրի գործառույթները և նրա գեղագիտական գրավչությունը

Մաթեմատիկական խնդիրը նրա ուսուցման գործընթացի կարևորագույն բաղադրիչներից մեկն է: Այն հաճախ հանդես է գալիս նաև որպես ուսուցման նպատակ: Խնդիրը իրականացնում է ամենատարբեր գործառույթներ: Այստեղ մենք կդիտարկենք դրանցից հիմնականները՝ խնդրի ուսուցանող, ճանաչողական, զարգացնող, վերահսկող, մոտիվացիոն և դաստիարակող գործառույթները: Այդ գործառույթներից յուրաքանչյուրն ունի նաև սովորողի գեղագիտական որակների ձևավորման և զարգացման լայն հնարավորություններ: Ուսուցումը մաթեմատիկական խնդրի կարևորագույն գործառույթներից մեկն է: Չինական ժողովրդական առածն ասում է՝ «Ես լսում եմ և մոռանում եմ, ես տեսնում եմ և հիշում եմ, ես անում եմ և հասկանում եմ»: Ահա մաթեմատիկական խնդիրը, վարժությունը նպատակաուղղված է այդ հասկանալու գործընթացի ձևավորմանը: Խնդրի լուծման միջոցով ձևավորված գիտելիքները, կարողություններն ու հմտությունները արտահայտում են իմացության այն մակարդակը, երբ սովորողը կարողանում է

կիրառել իր ունակությունները, գնահատել դրանք, զգալ ինքնավստահ: Սա ստեղծում է մաթեմատիկայի ուսուցման ընդհանուր գեղագիտական դրական միջավայր, իսկ խնդրի լուծման գործընթացի առանձին տարրերի իրականացման դրական ընթացքն ուղեկցվում է համապատասխան դրական հուզական ապրումներով: Օրինակ, խնդրի պատասխանի ստացմանը հաջորդում է ոգևորվածության այնպիսի հուզական վիճակ, որը սովորողին մղում է հետագա գործունեության: Սովորողին հետաքրքրում են նոր խնդիրներ, նա ձգտում է դրանց լուծմանը և լուծման համար անհրաժեշտ գիտելիքների իմացության: Ուսուցման ողջ գործընթացը նրան դուր է գալիս, նա սիրում է սովորել: Իսկ իրեն սիրել ստիպում, պարտադրում է գեղեցիկը: Ուրեմն, խնդրի հաջող լուծումը նպաստում է, գեղեցիկ է դարձնում ուսուցման ողջ գործընթացը: Գեղագիտական գրավչության մեծ լիցք է պարունակում մաթեմատիկական խնդրի ճանաչողական գործառույթը: Հիշենք թեկուզ Գալիլեյի խոսքերը. «Բնության ոսկե գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով, և այն կարդալու համար պետք է իմանալ մաթեմատիկայի լեզուն»: Բնության այդ գրքի, նրա ուսումնասիրությանն ուղղված գիտությունների համապատասխան խնդիրները մոդելավորվում, դառնում են մաթեմատիկական խնդիրներ, որոնց լուծումն ու ստացված պատասխանների ճշմարտացիությունը որևէ մեկի մոտ կասկած չեն առաջացնում: Բնության և այն ուսումնասիրող գիտությունների միջև կապն արդեն աշխարհում ստեղծված ամենամեծ ու խորհրդավոր ներդաշնակությունն է ու գեղեցկությունը, որին լրացուցիչ հմայք է հաղորդում նաև մաթեմատիկայի բերած ճշմարտության լույսը: Այս հրաշալի ներդաշնակության մեջ իրենց մեծ դերն ունեն մաթեմատիկական խնդիրները: Մեթոդական գրականության մեջ խնդրի զարգացնող գործառույթին նպաստող գործողություններ են համարվում խնդրի լուծման ռացիոնալ ճանապարհների որոնումը, նրա մասնավոր և սահմանային դեպքերի քննարկումները, պայմանների մասնակի փոփոխությունը և այլն: Այս ճանապարհներից յուրաքանչյուրը իր մեջ պարունակում է նաև գեղագիտական գրավչության համապատասխան տարրեր: Խնդրի և նրա լուծման միջոցով սովորողի գեղագիտական որակների զարգացման կարելի է հասնել նաև ինչպես խնդրի բովանդակության մեջ ներառելով համաչափությունը, համեմատությունը և մաթեմատիկական գեղեցիկի արտահայտման այլ դրսևորումներ, այնպես էլ կամայական խնդրի լուծման ընթացքը լցնելով գեղագիտական գրավչությամբ: Դրան նպաստող առաջին հանգամանքը սովորողի ներգրավումն է խնդրի լուծման գործընթացի մեջ: Ուշադրության արժանանալը, գրատախտակի մոտ գտնվելը, պարզապես խնդիր լուծելն արդեն սովորողի մոտ առաջացնում են հուզական ապրումներ, իսկ այդ գործողությունների հաջող ելքը գեղեցիկ է և, ուրեմն, նպաստում



է ինչպէս ուսման գործընթացի հաջողությանը, այնպէս էլ սովորողի մոտ գեղագիտական պահանջմունքի, բավարարվածության և այլ որակների զարգացմանը: Անգամ ոչ դրական արդյունքի դեպքում խնդրի լուծմանն ուղղված աշխատանքը աշակերտի մոտ գեղագիտական որակի զարգացման հատկանիշ է, իսկ դրական ելքը ավելացնում է մի այլ որակ՝ լավատեսություն: Հարկավոր է, որ ուսուցիչը նշի նաև խնդրի գեղագիտական գրավչության այնպիսի որակներ, որոնք տեսանելի չեն սովորողին՝ խնդրի անկանխատեսելիությունը, անսպասելիությունը և այլն: Գեղագիտական արժեքների ձևավորման ամենալայն հնարավորություններ են ստեղծվում խնդրի դաստիարակչական, մասնավորապէս՝ արժեքների ձևավորման գործառույթը իրականացնելիս: Առանց համառության, տոկունության, հետևողականության, նպատակասլացության և կամային այլ որակների դրսևորման անհնար է պատկերացնել քիչ թե շատ դժվար խնդրի լուծում: Եվ կամային այդ որակների մշտական ներկայությունը մաթեմատիկական խնդիրների լուծման գործընթացում ձևավորում և զարգացնում է դրանք (այդ մասին հանգամանորեն տես [7]): Ինչպէս արդեն նշել ենք, մաթեմատիկական գործունեությունը ընդհանրապէս և խնդիրների լուծման գործընթացը, մասնավորապէս, մեծապէս նպաստում են նաև մտածողության, ուշադրության հիշողության (տես [1]) հոգեկան երևույթների ձևավորմանը և զարգացմանը: Այսպիսով, մաթեմատիկական խնդիրների լուծման գործընթացը նպաստում է դաստիարակության այնպիսի կարևոր բաղադրիչների ձևավորման և զարգացման գործընթացին, ինչպիսիք են հոգեկան երևույթները: Իսկ վերջիններս մարդու գործունեության և, մասնավորապէս, գեղագիտական գործունեության հաջող իրականացման կարևորագույն նախադրյալներ են: Մարդու գեղագիտական գործունեության իրականացման մյուս կարևոր նախադրյալը նրա բարոյական նկարագիրն է: Առանց դրական բարոյական հատկանիշների անհնար է պատկերացնել գեղեցիկի և, ընդհանրապէս, գեղագիտականի դրսևորումը: Իսկ մաթեմատիկական կրթությունը և նրա խնդիրների համակարգն ունեն բարոյական արժեքների ձևավորման մեծ ներուժ: Մասնավորապէս, անցյալի հայ մաթեմատիկոսների դասագրքերում ընդգրկված խնդիրներն ունեն լավատեսության, բարոյական դրական որակների արծարծման որոշակի միտում :

**Հետազոտության նպատակն է բացահայտել մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական դաստիարակության ազդեցությունը սովորողների վրա՝ թեման յուրացնելիս:**

### **Խնդիրներն են՝**

1. Հաղորդել գիտելիքներ արվեստի ստեղծագործությունների ներդաշնակության և գեղեցկության, ամբողջի և նրա մասերի համամասնության մասին:

2. Ձևավորել դիտումներ, չափումներ կատարելու կարողություններ և հմտություններ:

3. Ջարգացնել սովորողների գեղագիտական և տրամաբանական մտածողությունը:

4. Ջարգացնել չափումներ կատարելու, համեմատելու, վերլուծելու կարողություններ:

**Աշխատանքի մեթոդական և տեղեկատվական հիմքերը՝** կառույցի առանձին մասերի տեսական վերլուծություն/պահպանված կիսաշրջան գմբեթ, ուղղանկյունանիստ հիմքով աստիճանահարթակ/:

### **Հետազոտության նորույթն ու նշանակությունը՝**

Մաթեմատիկայի և գեղագիտական արժեքների միջև կապի դրսևորումը, հատկապես ճարտարապետության, ինչպես նաև երաժշտության, քանդակագործության, շինարարության և գեղագիտական ճաշակ զարգացնող այլ բնագավառներում: Աշակերտները իրենց բնակավայրի հինավուրց տաճարն ընկալում են մաթեմատիկական հասկացությունների տեսանկյունից՝ նայելով այլ աչքերով:

**Հետազոտության վարկածը՝** մաթեմատիկական լուծումները ճարտարապետական կառույցում և երաժշտության մեջ:

## **1. Գեղագիտական դաստիարակությունը և մաթեմատիկական կրթությունը**

Մտածող և զարգացող մարդ դաստիարակելու համար, անհրաժեշտ է առաջին հերթին նրան դաստիարակել գեղագիտորեն:

### **Ֆրիդրիխ Շիլլեր**

Գեղագիտությունը թեև որպես գիտություն ձևավորվել է միայն 18-րդ դարում (գերմանացի փիլիսոփա Ա. Գ. Բաումգարտենի կողմից), սակայն որպես իմացության հուզագգացմունքային և գեղեցիկի ճանաչմանն ուղղված ոլորտ գոյություն է ունեցել դեռևս անտիկ շրջանում: Մարդը մշտապես ունեցել է գեղեցիկի պահանջը, գեղեցիկը կազմել է նրա հոգևոր կյանքի անքակտելի մասը: Գեղեցիկը քոլոր ժամանակներում համարվել է նաև իրականության կարևորագույն, ամենահետաքրքիր ու զարմանալի երևույթներից մեկը, որի ճանաչումը, իմացությունը եղել է մարդկային գործունեության (ճանաչողության) հիմնական նպատակներից մեկը: Եվ, բնականաբար, գեղեցիկի ձևավորումը բոլոր ժամանակներում եղել է նաև սերունդների դաստիարակության կարևորագույն բաղադրիչ:

Գեղեցիկը ճանաչելու, հասկանալու, զգալու, ինչպես նաև գեղագիտական այլ ունակությունների նախադրյալները մարդուն տրվում են ժառանգաբար: Բայց դրանց ձևավորումը և զարգացումը հիմնականում իրականացվում է սոցիալական ամենատարբեր օղակներում, որոնց մեջ կարևորագույնը, թերևս, հանրակրթությունն է՝ իր գեղագիտական դաստիարակության բաղադրիչով:

Գեղագիտական դաստիարակությունը բնության և հասարակության ճանաչողության միջոցներից մեկն է: Նրա նպատակը գեղագիտական մշակույթի ձևավորումն է: Այն հաստատում է իրականության օբյեկտների հետ մարդու գեղագիտական հարաբերությունը, ձևավորում է նրա գեղագիտական զգացմունքները, ճաշակը, իդեալը, գեղեցիկը գնահատելու կարողությունը, ապահովում գեղագիտական ունակությունների, կարողությունների,

հմտությունների և այլ որակների զարգացումը, ակտիվացումը, ընդլայնում և բավարարում է գեղագիտական պահանջմունքները, գեղեցիկը ընկալելու և ստեղծագործելու հնարավորությունները: Գեղագիտական դաստիարակությունը ներդաշնակ է դարձնում մարդուն, զարգացնում նրա ստեղծագործական ունակությունները:

Գեղագիտական դաստիարակությունը իրականացնում է երկու հիմնական գործառույթ. այն ձևավորում է սովորողի արժեհամակարգի և արժեքային կողմնորոշման գեղագիտական բաղադրիչը և զարգացնում նրա գեղագիտական և ստեղծագործական ներուժը: Այն նաև մարդկային փոխհարաբերությունների կարգավորման միջոց է՝ մարդը միշտ ձգտում է դեպի գեղեցիկը: Այս տեսակետից դաստիարակության գեղագիտական և բարոյական բաղադրիչները մոտենում են իրար:

Գեղագիտական դաստիարակությունը իրականացվում է բոլոր հասակներում: Եվ ինչքան շուտ է մարդը ենթարկվում նպատակաուղղված գեղագիտական ներգործության, այնքան մեծ է դրա արդյունավետ լինելու հավանականությունը:

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում սովորողների հույզերի, մասնավորապես՝ գեղագիտական հույզերի դրսևորման և ձևավորման հարցին է անհաժեշտ ուշադրություն դարձնել: Չափազանց կարևոր է մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի միջոցով գեղագիտական դաստիարակության կարտեզորիաների ձևավորման հարցը: Մաթեմատիկայի միջոցով սովորողների գեղագիտական դաստիարակության համատեքստում կարևոր է արվեստի գործառույթների հետ մաթեմատիկայի գործառույթների համահունչ դրսևորումները: Պետք է ցուցաբերվի համակարգային մոտեցում, որում.

1) Տրվում են մաթեմատիկական օբյեկտների գեղագիտական գնահատման հստակ չափանիշներ՝ մաթեմատիկական գեղեցիկի օբյեկտիվ և սուբյեկտիվ հատկանիշների տեսքով:

2) Մաթեմատիկայի ուսուցման միջոցով գեղագիտական դաստիարակությունը դիտվում է որպես գեղագիտականի շարժուն և անշարժ ձևերի, ընդհատի և անընդհատի միասնություն, որում գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ և սյուբեկտիվ հատկանիշների, մաթեմատիկական օբյեկտների ներքին և արտաքին գեղագիտության հենքի վրա դրսևորվում են գեղագիտական դաստիարակության բոլոր կատեգորիաները, իրենց արտահայտությունը գտնելով սովորողների հուզագգացմունքային ապրումներում:

3) Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գիտական գեղեցիկի դիրքերից դիտարկվում են.

Ա. գեղագիտական հիմնական արժեքները,

Բ. գեղագիտական դաստիարակության կատեգորիաները՝ իրենց փոխադարձ կապի մեջ

Գ. գիտական գեղեցիկի և հոգեկան երևույթների փոխհարաբերությունները, մասնավորապես՝ այն հույզերը և զգացմունքները, որոնք ունեն ընդգծված գեղագիտական երանգներ:

## **2. Գեղագիտական դաստիարակության իրականացումը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում**

Գեղեցկության զգացումը ներդրված է մարդու մեջ ի սկզբանե: Իսկ գեղեցկը, լինի բնության մի անկյուն, թե արևը մայրամուտին, օրորոցի երգ, թե գեղանկարչի կտավ, թե հին քանդակ, ոչ մեկին անտարբեր չի թողնի:

Գեղեցիկն ընկալելով զգայականորեն՝ մարդիկ միշտ ցանկացել են նաև հասկանալ այն բանականությամբ: Այն գաղափարը, որ արվեստի ստեղծագործությունների ներդաշնակության ու գեղեցկության հիմքը ամբողջի և

նրա մասերի համամասնությունն է, գալիս է դարերի խորքից:

Գեղագիտական դաստիարակության հիմնական գործառույթներից մեկը գեղագիտական արժեքների ձևավորումն է: Վերջինս իրագործվում է ոչ միայն հումանիտար ցիկլի, այլև բնագիտամաթեմատիկական բնագավառի ուսումնական առարկաների միջոցով: Մեթոդական գրականության մեջ լայնորեն քննարկված է գեղեցիկի ձևավորման խնդիրը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում (տես, օրինակ, [1]):

Հանրակրթական դպրոցում ուսուցանվող ցանկացած մաթեմատիկական նյութ այս կամ այն չափով ունի իրեն բնորոշ գիտական գեղեցկությունը, սակայն առանձնակի հետաքրքրություն են ներկայացնում հատկապես այն թեմաները, որոնք լուրջ և խորը շրջադարձ են կատարել մաթեմատիկայի պատմության մեջ, նպաստել են մաթեմատիկա գիտության հետագա զարգացմանը: Այդպիսի լավագույն օրինակներից մեկը լոգարիթմներին նվիրված նյութն է, չէ՞ որ մաթեմատիկայի պատմական զարգացման առաջընթացը կապված է նաև լոգարիթմի գաղափարի հետ:

Ընդհանուր առմամբ որևէ հասկացության ներմուծման կարևորագույն փուլը մոտիվացիան է: Այստեղ նախքան <<լոգարիթմ>> հասկացության սահմանելը, գասագրքում հեղինակները ներկայացնում են, որ  $2x = 7$  տեսքի հավասարումները լուծելու համար ներմուծում ենք լոգարիթմ: Սակայն դասավանդման մեր փորձը ցույց է տալիս, որ նման հակիրճ մոտեցումը ոչ միայն գրավիչ չի դարձնում լոգարիթմի գաղափարը՝ անհրաժեշտ մոտիվացիայի բացակայության պատճառով, այլև լավ չի ընկալվում աշակերտների կողմից: Այս բացը լրացնելու համար ես նախապես աշակերտներին հանձնարարում եմ լուծել հետևյալ հավասարումները՝  $2^x = 4$ ,  $3^x = 27$ ,  $11^x = 121$  և այլն:

Թեև որպես հավասարման տեսակ նորություն են դրանք սովորողների համար, քանի որ պետք է գտնել անհայտ ցուցիչը, սակայն թվերն ընտրված են այնպես, որ հեշտ է կոտակել և գտնել անհայտը և երկար ժամանակ չի պահանջվում կատարելու այդ հանձնարարությունը: Այնուհետև ես գրատախտակին ավելացնում  $2^x = 7$  հավասարումը: Առաջադրանքը տարակուսանք է առաջացնում աշակերտների մոտ. կարծես ինչ - որ բան սխալ է գրված, թվում է, թե հավասարումը լուծում չունի, քանի որ աշակերտները չեն կարողանում միանգամից գտնել այնպիսի մի թիվ, որով աստիճան բարձրացնելով 2-ը՝ կստանան 5: Մյուս կողմից,  $2^2 = 4$ ,  $2^3 = 8$ , ուրեմն որոնելի արմատը պատկանելու է (2; 3) միջակայքին, բայց ինչպես գտնել այդպիսի անվերջ քանակի թվերից ո՞րն է որոնելին: Բնականաբար այս խոչընդոտի հաղթահարումը աշակերտների ուժերից վեր է, քանի որ նրանց մաթեմատիկական գիտելիքների բազան, անցած նյութերը հնարավորություն

չեն տալիս գտնել հավասարման լուծումը: Նշենք, որ լոգարիթմի ներմուծման մոտիվացիոն փուլին՝ վերը ներկայացված պրոբլեմի լուծմանը մի քանի բուլետի տրամադրելը բավական է, որպեսզի այդ ջանքերի գործադրումը, խոչընդոտի հաղթահարման անկարողունակությունը աշակերտների մոտ ձանձրույթ, հետաքրքրության կորուստ չառաջացնի: Ես չեմ բավարարվում այդքանով և շարունակում եմ աշխատանքն այս ուղղությամբ և բերում եմ լոգարիթմի գաղափարի ներմուծման մոտիվացիայի ավելի նշանակալից ներկայացում: Նախ նշենք, որ լոգարիթմի ներմուծումը պայմանավորված է մաթեմատիկական հաշվարկների պարզեցման հետ, ինչը կարևոր նշանակություն ունի տեխնիկայի զարգացման համար: Աշակերտների համար ուսանելի կլինի պատմական ակնարկն այն մասին, որ XVI դարում արագորեն մեծանում էր բարդ հաշվարկներ կատարելու անհարժեշտությունը: Ընդ որում այդ դժվարությունները պայմանավորված էին նաև բազմանիշ թվերի բազմապատկման և բաժանման հետ: Այդ ժամանակներում որոշ մաթեմատիկոսների առաջնային նպատակներից մեկն էր՝ այդ բարդ հաշվարկների պարզեցումը: Այստեղ իր կարևորագույն և խիստ անհրաժեշտ դերը խաղաց հենց լոգարիթմների հայտնագործումը: Վերջինս կապվում է շոտլանդացի մաթեմատիկոս Ջոն Նեպերի անվան հետ: Նեպերն իր առջև խնդիր էր դրել բազմապատկման և բաժանման գործողությունները փոխարինել գումարման և հանման գործողություններով: Վերջինիս հաջողվեց բարեհաջող իրականացնել մտահղացումը, որի հիմքում ընկած էր աստիճանի : հասկացության հետևյալ հատկությունը: Կամայական a իրական դրական թվի և b, c իրական թվերի համար C տեղի ունի հետևյալը՝  $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ : Իսկ թիվն ինչպես ներկայացնել ab տեսքով: Իր աշխատանքում Նեպերը 1-ից տարբեր a թվի համար, եթե  $x = a^b$ , b-ն անվանեց x թվի լոգարիթմ a հիմքով, նա նաև ներկայացրեց 10 հիմքով ութանիշ լոգարիթմական աղյուսակ: Անշուշտ, Նեպերի լոգարիթմը այսօրվա տեսքը չուներ և լոգարիթմական աղյուսակը բավականին անճշտություններ ուներ, բայց նրա հայտնագործությունը հեղաշրջում առաջացրեց մաթեմատիկայում: Լոգարիթմի հասկացության հետագա զարգացման պարզեցման հարցում իրենց ներդրումն ունեցան շատ մաթեմատիկոսներ, որոնցից են Ջոն Սպայդելը, Պյոտր Մենգոլին, Վ. Մ. Բրադիսը և այլն (մանրամասները տես [1]): Մոտիվացիայի այս երկրորդ փուլը ներկայացնելուց հետո, ես անցնում եմ լոգարիթմի ճշգրիտ սահմանմանը և համապատասխան օրինակների դիտարկմանը: Նյութի ա նման մատուցումը հնարավորություն է տալիս ներգրավել մաթեմատիկական գեղեցիկի մի շարք սուբյեկտիվ հատկանիշներ: Այստեղ իրենց լիարժեք դրսևորումն ունեն մաթեմատիկական գեղեցիկի բարդ ու դժվարին խոչընդոտների հաղթահարման, անկանխատեսելիության բաղադրիչները:

Լիարժեք են դրսևորվում նաև որոշ օբյեկտիվ հատկանիշներ: Ընդհանրապես հասկացության ուսումնասիրման նկատմամբ հետաքրքրությունը, նրա գեղագիտական գրավչությունը մեծապես կախված է նաև դրա կիրառական նշանակությունից, օգտակարությունից: Վերը ներկայացված պատմական ակնարկում ներկայացվում է լոգարիթմների դերը բարդ հաշվարկների պարզեցման հարցում, ինչը խոսում է մաթեմատիկայում և մարդու կյանքում լոգարիթմների օգտակարության, ինչպես նաև մաթեմատիկական գեղեցիկի բարդը պարզին հանգեցման հատկանիշի դրսևորման մասին: Օգտակարության հատկանիշը սերտորեն կապվում է նաև կիրառելիության հետ: Ինչ վերաբերում է լոգարիթմների կիրառելիությանը, նշենք, որ լոգարիթմները և լոգարիթմական աղյուսակները լայն կիրառություն ունեն բնության մեջ, բանկային գործում, աստղագիտության, կենսաբանության և այլ բնագավառներում: Այստեղ քննարկենք լոգարիթմների կիրառության մի քանի օրինակ:

Պատկերացնենք բանկում ներդրել ենք 1000 \$ գումար 12% տոկոսադրույքով և ցանկանում ենք իմանալ, թե քանի տարի անց մեր գումարը կկրկնապատկվի:

Մեկ տարի անց մենք կունենանք՝  $1000 + 1000 \cdot \frac{12}{100} = 1000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)$  և ավելացած տոկոսները:

Գումարը ներդնելուց երկու տարի անց կունենանք՝  $1000 + 1000 \cdot \frac{12}{100} + \left(1000 + 1000 \cdot \frac{12}{100}\right) \cdot \frac{12}{100} = 1000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^2$ :

$n$  տարի անց կունենանք՝  $1000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^n$ : Մեր խնդիրն է գտնել  $n$ -ի այն արժեքը, որի դեպքում մեր գումարը կդառնա 2000\$:

$2000 = 1000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^n$ ,  $2 = \left(1 + \frac{12}{100}\right)^n$   $n = \log_{1,12} 2 = \frac{\lg 2}{\lg 1,12} \approx 6,11$ :

Այսպիսով մեր նախընտրած գումարը կունենանք 6 տարի անց:

Լոգարիթմները իրենց կիրառությունն ունեն նաև ձայնի ուժգնության, երկրաշարժի ուժգնության որոշման, եղանակի կանխատեսման, հնագիտական պեղումների ժամանակ գտնված մասունքների տարիքի որոշման ժամանակ և շատ այլ կարևոր բնագավառներում:

Դասի վերջին հատվածում, երբ նոր հասկացությունը ներմուծված է, համապատասխան վարժությունները լուծված են, աշակերտների <<մտքի լարվածությունը>> թուլացնելու համար ես գրատախտակին ներկայացնում եմ լոգարիթմների հետ առնչվող որևէ զվարճալի վարժություն: Ահա նման օրինակ.

Ապացուցենք, որ  $2 > 3$ : Ունենք, որ  $1/4 > 1/8$ , հետևաբար  $(1/2)^2 > (1/2)^3$ , անհավասարության երկու մասերը լոգարիթմենք 10 հիմքով, արդյունքում կունենանք՝  $2 \log_{10} \frac{1}{2} > 3 \log_{10} \frac{1}{2}$ : Բաժանելով անհավասարության երկու մասերը  $\log_{10} \frac{1}{2}$  թվի վրա՝ կստանանք, որ  $2 > 3$ : Աշակերտները պետք է կարողանան գտնել սխալը:



## ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Համոզվեցինք, որ մաթեմատիկայի և գեղագիտական արժեքների միջև կապը շատ սերտ է, որոնք դրսևորում են երաժշտության, նկարչության, քանդակագործություն, ճարտարապետության, շինարարության մեջ և գեղագիտական ճաշակ զարգացնող այլ բնագավառներում: Ավելին, մարդկային խոսքի այնպիսի կարևորագույն տարրեր, ինչպիսիք են հիմնավորվածությունը, տրամաբանական խստությունը և ապացուցվածությունը, որոնք համարվում են գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշներ, իրենց լիարժեք դրսևորումը ստանում են հենց մաթեմատիկայում:

Գեղագիտական արժեքների ձևավորման հարցը սերտորեն առնչվում է մաթեմատիկայի գիտական և կրթական բովանդակությունների, փոխհարաբերության, մաթեմատիկայի ուսուցման նպատակների, գործառույթների, արդիականացման, մաթեմատիկական օբյեկտների՝ հասկացությունների, թեորեմների ապացուցումների, խնդիրների ու դրանց լուծման և այլ հիմնախնդիրների հետ:

## Օգտագործված գրականության ցանկ

Մաթեմատիկական դպրոցում Գիտամեթոդական ամսագիր ԹԻՎ 3 (106) 2016 թ.

Մաթեմատիկական դպրոցում Գիտամեթոդական ամսագիր ԹԻՎ 4 (107) 2016 թ.

Բ.Նահապետյան, Ա. Արրահամյան, Մաթեմատիկա 6, հիմնական դպրոցի 6-րդ դասարանի դասագիրք, Երևան, Մանմար, 2012թ.

Ս.Է.Հակոբյան, Երկրաչափություն 10-րդ դասարանի դասագիրք, հանրակրթական ավագ դպրոցի ընդհանուր և հումանիտար հոսքերի համար, Երևան, Տիգրան Մեծ, 2009 թ.

Ա.Ավագյան, Հիշողության երևույթը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, Մաթեմատիկական դպրոցում, 2009, №5-6

Մ.Ա.Դանիելյան, Վ.Հ.Միքայելյան, Հ.Ս.Միքայելյան, Հոգեկան երևույթները մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, 1. Ուշադրություն, Մաթեմատիկական դպրոցում, 20006 №5-6