

## Ավարտական հետազոտական աշխատանք

Թեմա՝ ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԵՏ ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ  
ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ

Կատարող՝ *Արմինե Սահակյան*

Դպրոց՝ Երևանի Գարեգին Նժդեհի անվան հ161

Առարկա՝ Մաթեմատիկա

Կազմակերպություն՝ Լեոյի անվան հ65 դպրոց  
Խմբի պատասխանատու՝ Զինա Խաչատրյան

Երևան 2022

***Բովանդակություն***

<i>Ներածություն</i> .....	3
Ֆունկցիայի հետազոտում, արժեքների աղյուսակի և գրաֆիկի կառուցում, գրաֆիկի ձևափոխություններ .....	5
Պարամետր պարունակող հավասարումների և անհավասարումների լուծումը .....	10
<i>Եզրակացություն</i> .....	13
<i>Օգտագործված գրականություն</i> .....	14

## *Ներածություն*

Ժամանակակից հանրակրթական դպրոցի նպատակն է սովորողներին ոչ միայն գիտելիքներով զինելը, այլ նաև որպես անհատների զարգացնելը և կատարելագործելը: Անհրաժեշտ է հաշվի առնել սովորողների անհատական հնարավորությունները և տարիքային առանձնահատկությունները օբյեկտիվ իրականության օրինաչափությունների ճանաչման համար: Սովորողների հնարավորություններին և կարողություններին համապատասխան պետք է մշակել ուսուցման կազմակերպման ձևեր և մեթոդներ:

Տեղեկատվական ու հաղորդակցական տեխնոլոգիաների գործածությունն ուսման գործընթացում նպաստում է աշակերտների մոտիվացիայի աճին: Բացի նրանից, որ ՏՀՏ-ի գործածությամբ հնարավոր է ավելի հարուստ, բազմերանգ ու դինամիկ ուսումնական նյութ ստեղծել և օգտագործել, դրա միջոցով նաև կարող ենք ուսումնական բովանդակությունը դարձնել ինտերակտիվ: Արդյունքում, աշակերտը ոչ թե տեղեկատվության պասիվ ստացող է, այլ հենց ինքն է կարող փոփոխել ու նույնիսկ ստեղծել ուսումնական նյութ: Իսկ այս ամենը համապատասխանում է ուսումնական գործընթացի նկատմամբ ժամանակակից, կառուցողական մոտեցմանը, որը նախատեսում է սովորել սովորել:

Թվայնացված միջոցները կարելի է կիրառել տարբեր հանգամանքներում և տարբեր տեսակի թվայնացված նյութեր ստեղծելիս: Օրինակ, դա կարող է լինել.

1. Նախագիծ, որը ներառում է այնպիսի աստիճաններ, ինչպիսիք են տեղեկատվության որոնումը, կազմակերպումը, վերլուծությունը և ձեռք բերած արդյունքների ներկայացումը: Նախագծի բովանդակությունը և արդյունքը կարող են կապված լինել ցանկացած ուսումնական առարկայի հետ:
2. Էլեկտրոնային աղյուսակի գործածություն՝ քանակական տվյալների վիճակագրական մշակման ժամանակ, ինչը ներառում է հետևյալ աստիճանները. տվյալների տեղադրության համար անհրաժեշտ աղյուսակի դիզայն մտածելը, տվյալների տեղադրումը աղյուսակի մեջ, անհրաժեշտ գործառույթային, մակրոսների և վերլուծման միջոցների գործածումը տվյալներ մշակելիս, ձեռք բերած արդյունքների և եզրակացությունների ցուցադրումը դիագրամների միջոցով:
3. Հետազոտական բնույթի աշխատանքի պատրաստում, որը ներառում է ՏՀՏ-ի հետ կապված հետևյալ փուլերը՝ դիագրամներ, գրաֆիկներ, աղյուսակներ, երկրաչափական գծագրեր ստեղծելու համար անհրաժեշտ միջոցների ընտրություն:

Մաթեմատիկական հիմնախնդիրների լուծումը ՏՀՏ-ի միջոցով ենթադրում է հետևյալ փուլերը. խնդրի տվյալների ժողովում և կազմակերպում, համապատասխան թվայնացված միջոցի ընտրություն (օրինակ որևէ անվճար տարածված մաթեմատիկական փաթեթ, էլեկտրոնային աղյուսակ, հաշվարկիչ), խնդրի տվյալների մուտքագրում ընտրած համակարգչային ծրագրի մեջ:

Վերջնարդյունքներին հասնելու համար ավելի ընդունելի են կոմբինացված դասերը, որոնց ժամանակ դիտարկվում է ուսուցման մեթոդների և գործունեության ձևերի փոխակերպում: Այդ պարագայում, հաշվի առնելով հաղորդվող ինֆորմացիայի տեսակը և սովորողների ուշադրության կրիտիկական պահերը, նպատակահարմար է տրվում դասի սկզբում կատարել բացատրություններ, իսկ վերջում ծրագրավորել գործունեությունը, որն ավելի հետաքրքիր է սովորողներին և ունի մեծ նշանակություն:

## Ֆունկցիայի հետազոտում, արժեքների աղյուսակի և գրաֆիկի կառուցում, գրաֆիկի ձևափոխություններ

Մաթեմատիկայի դարոցական դասընթացի ամենատարբեր թեմաներ դասավանդելիս՝ հավասարումների, անհավասարումների և մաթեմատիկական անալիզի զանազան խնդիրների լուծման ժամանակ, երբեմն անհրաժեշտ է լինում պատկերել այս կամ այն ֆունկցիայի գրաֆիկը: Նման դեպքերում շատ արդյունավետ են ֆունկցիաների գրաֆիկների կառուցման համար նախատեսված համակարգչային ծրագրերը: Իհարկե, եթե դասի թեման ֆունկցիայի հետազոտումն ու գրաֆիկի կառուցումն է, ապա աշակերտը պետք է, օգտվելով ֆունկցիայի հատկություններից, քայլ առ քայլ կառուցի այս կամ այն ֆունկցիայի գրաֆիկը և պետք է կարողանա ինքնուրույն հետազոտել ֆունկցիան: Սակայն նույնիսկ այդ դեպքում էլ երբեմն օգտակար է ֆունկցիայի՝ ձեռքով գծված գրաֆիկը համեմատել համակարգչային ծրագրի օգնությամբ կառուցված գրաֆիկի հետ:

$y=f(x)$  ֆունկցիայի հետազոտման և գրաֆիկի ուրվագծի կառուցման համար, որպես կանոն, պետք է կատարել հետևյալ քայլերը.

- 1) Գտնել  $y=f(x)$  ֆունկցիայի  $D(f)$  որոշման տիրույթը:
- 2) Գտնել  $y=f(x)$  ֆունկցիայի  $E(f)$  արժեքների բազմությունը:
- 3) Պարզել ֆունկցիայի պարբերականությունը:
- 4) Պարզել ֆունկցիայի գույգությունը:
- 5) Պարզել ֆունկցիայի սահմանափակությունը և գոյության դեպքում գտնել ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները:
- 6) Պարզել ֆունկցիայի անընդհատությունը կամ գտնել նրա խզման կետերը:
- 7) Գտնել ֆունկցիայի զրոները, մասնավորապես, որոշել ֆունկցիայի գրաֆիկի և կոորդինատային առանցքների հատման կետերը:
- 8) Գտնել ֆունկցիայի նշանապահական միջակայքերը:
- 9) Գտնել ֆունկցիայի մոնոտոնության միջակայքերը:
- 10) Գտնել ֆունկցիայի էքստրեմումի կետերն ու էքստրեմումները:

Հաճախ ֆունկցիայի հետազոտման արդյունքում ստանում ենք գրաֆիկի ուրվագիծը՝ մոտավոր պատկերը, որը կարող է տարբերվել գրաֆիկի իրական տեսքից: Մինչդեռ ժամանակակից համակարգչային ծրագրերը հնարավորություն են տալիս բավական ճշգրտորեն կառուցել տարրական ֆունկցիաների գրաֆիկները: Գրաֆիկների կառուցման համար նախատեսված համակարգչային ծրագրերից են Microsoft mathematics, Wolframalpha, Graphics, Geogebra, Desmos և այլն: Դրանց մի մասը կարելի ներբեռնել ու մշտապես օգտագործել իսկ որոշ ծրագրերի հետ կարելի է աշխատել համացանցային ռեժիմով: Այդ

ծրագրերի մեծ մասի հետ աշխատելու համար հարկավոր է իմանալ բանաձևերը ծրագրում մուտքագրելու մաթեմատիկական “այբուբենը”, մաթեմատիկական գործողությունների պայմանանշանները, ստանդարտ ֆունկցիաների նշանակումները և այլն: Այս ծրագրերին զուգահեռ, կարելի է նաև ֆունկցիայի գրաֆիկներ ստանալ Microsoft Excel ծրագրով, որի ուսուցումը սկսվում է 7-րդ դասարանի <Ինֆորմատիկա> առարկայի դասընթացում և շարունակվում է մինչև 9-րդ դասարան: Այս ծրագիրը հնարավորություն է տալիս աշակերտներին ոչ թե տեսնել գրաֆիկի պատրաստի տեսքը, այլ քայլ առ քայլ ստանալ այն, ինչը նպաստում է թե միջառարկայական կապերի ամրապնդմանը, թե աշակերտի ստեղծագործական մտքի զարգացմանը:

### Օրինակ 1

Տրված է  $y = |x| - 5$  ֆունկցիան, պետք է կառուցել ֆունկցիայի գրաֆիկը: Նախ հետազոտենք ֆունկցիան՝ վերը նշված քայլերով:

1)  $y=f(x)$  ֆունկցիայի  $D(f)=(-\infty;+\infty)$

2)  $y=f(x)$  արժեքների բազմությունը  $E(f)=[5;+\infty)$

3) Ֆունկցիան պարբերական չէ:

4) Ֆունկցիայի զույգ է, քանի որ  $f(-x)=f(x)$ :

5) Ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքը  $-5$  -ն է:

6) Ֆունկցիայի անընդհատ է:

7) Ֆունկցիայի զրոները  $5$  և  $-5$  կետերն են՝  $y=0$  հավասարման արմատները,  $x=0$   $y=5$ :

Ֆունկցիայի գրաֆիկը կոորդինատային առանցքները հատում է  $(-5;0)$ ,  $(5;0)$ ,  $(0;-5)$  կետերում:

8) Ֆունկցիայի նշանապահական միջակայքեր  $y>0$   $(-\infty;-5)$  և  $(5;+\infty)$  միջակայքում,  $y<0$   $(-5;5)$  միջակայքում:

9) Ֆունկցիան աճում է  $(0;+\infty)$ , նվազում է  $(-\infty;-0)$  միջակայքերում:


10) Ֆունկցիայի էքստրեմումի կետերն ու էքստրեմումները. ֆունկցիան մաքսիմումի կետ չունի,  $x=0$  ֆունկցիայի մինիմումի կետն է: Ֆունկցիան մաքսիմում չունի, մինիմումը  $y=-5$  կետն է:

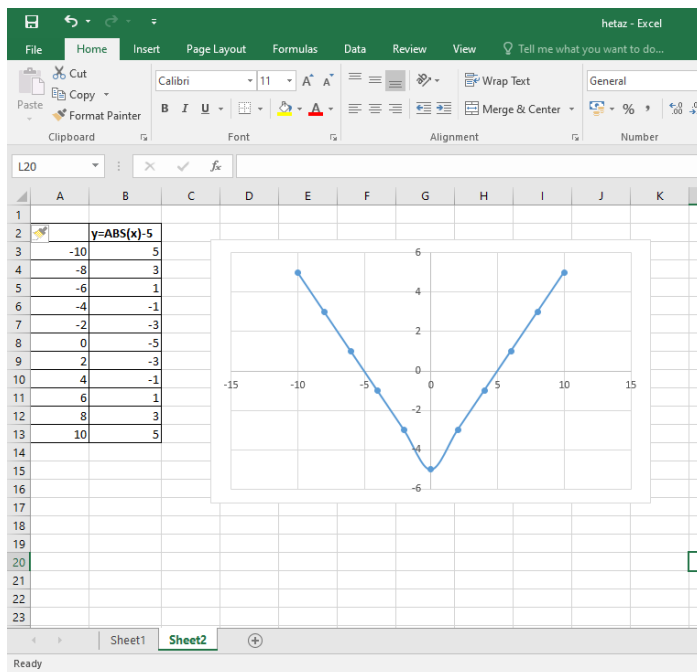
Ֆունկցիան հետազոտելուց հետո կամ ընթացքում կառուցվում է նաև գրաֆիկը:

Գրաֆիկը Microsoft Excel կառուցելու դեպքում աշակերտները առնչվում են ֆունկցիաները ինքնուրույն գրառելու հետ, որը ավելի է զարգացնում նրանց ստեղծագործական միտքը: Սակայն Microsoft Excel ծրագրով գրաֆիկը կառուցելու համար պետք է ընտրել արգումենտի որոշակի միջակայք և քայլ:

Այսպիսով կառուցենք և ուսումնասիրենք ֆունկցիայի գրաֆիկը արգումենտի  $[-5;5]$  միջակայքի այն արժեքների համար՝ 1 քայլով:

Անհրաժեշտ է քայլ առ քայլ կատարել հետևյալ գործողությունները.

1. Մտեք Excel էլեկտրոնային աղյուսակի միջավայր:
2. A2:A10 բջիջներ ներմուծեք  $-10$ -ից մինչև  $10$  արժեքները. դրա համար A2 և A3 բջիջներ ներմուծեք համապատասխանաբար  $-10$  և  $-9$  թվերը, նշեք A2 և A3 բջիջներն ու մկնիկի ձախ սեղմակով տարածեք A4-ից A12 բջիջների վրա:
3. B1 դաշտ ներմուծեք  $y=ABS(A2)-5$  գրառումը ու այն տարածելով (B2;B12) բջիջների վրա կատանանք նկարի ձախ մասում գտնվող աղյուսակը:
4. Նշեք A2:B12 բջիջներն, Insert ներդիրի Charts խմբից ընտրեք դիագրամի  Line տիպը և ստացեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

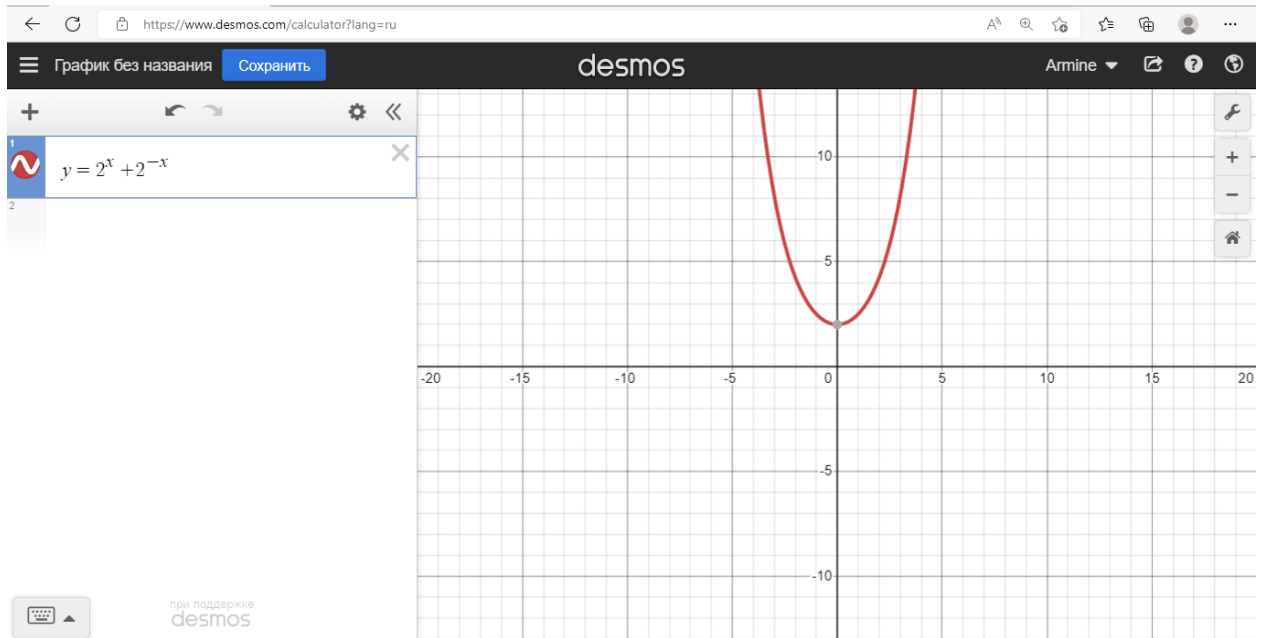


Այժմ կարող ենք համեմատել մեր ստացած ուրվագիծը MS Excel –ում ստացված գրաֆիկի հետ:

## Օրինակ 2

Տրված է  $f(x) = 2^x + 2^{-x}$  ֆունկցիան: Պետեք է պատասխանել 6 պնդումների, պարզել նրանց ճշմարիտ կամ կեղծ լինելը: Կարելի է քայլ առ քայլ հետազոտել ֆունկցիան և կառուցել գրաֆիկը, բայց առաջադրանքը կարելի է կատարել օգտվելով ֆունկցիայի գրաֆիկից, ընդ որում նրա ինքնաշխատ կառուցման ձևից: Այս անգամ օգտագործենք Desmos ծրագիրը <https://www.desmos.com/>: Նրա գործիքաշարը

բավականին մատչելի է: Ծրագրի թողարկումից հետո ձախ մասի պատուհանում պետք է ներմուծել ֆունկցիայի ընդհանուր տեսքը և գրաֆիկը կկառուցվի ավտոմատ: Desmos ծրագրի միջոցով կարելի է անմիջապես ստանալ գրաֆիկը:



Այժմ դժվար չէ պատասխանել առաջադրված հարցերին:

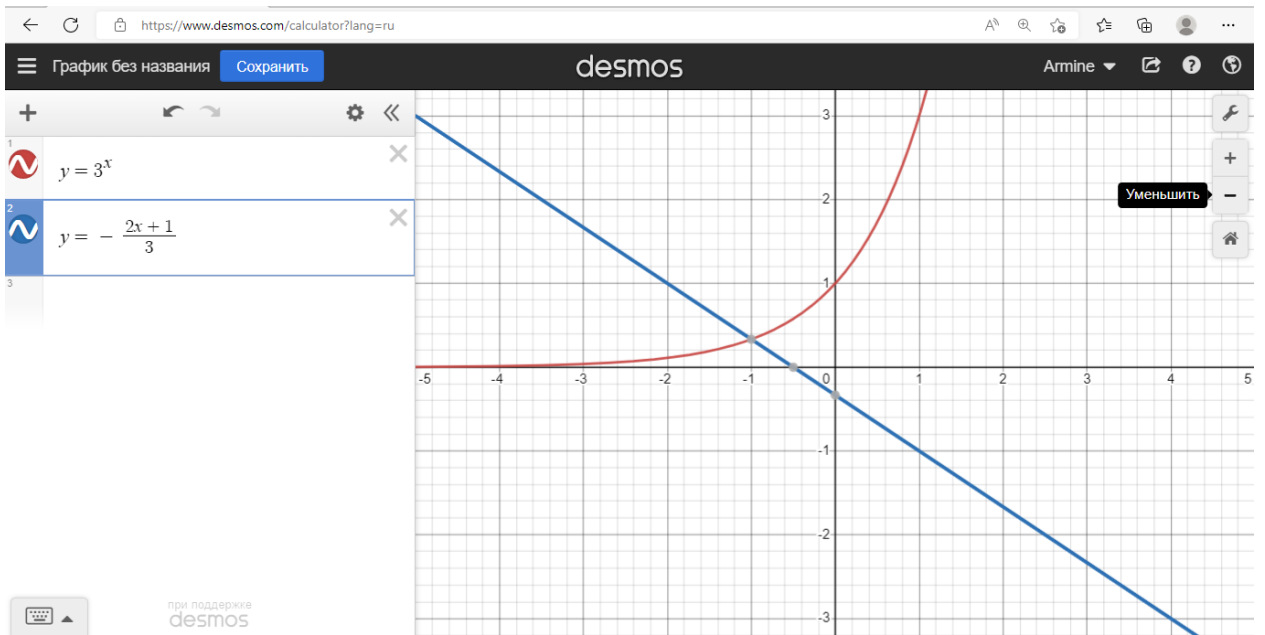
1. Ֆունկցիայի որոշման տիրույթը դրական թվերի բազամությունն է: /Սխալ է, քանի որ  $D(f)=(-\infty;+\infty)$ /
2. Ֆունկցիան կենտ է: /Սխալ է, ֆունկցիան գույգ է, գրաֆիկը համաչափ է օրդինատների առանցքի նկատմամբ:/
3. Գրաֆիկը չի հատում արբիտսների առանքը: /Ճիշտ է/
4. Գրաֆիկը օրդինատների առանցքը հատում է (0;2)կետում: /Ճիշտ է/
5. Ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքը 2-ն է: /Ճիշտ է/
6. Ֆունկցիան աճող է: /Սխալ է, ֆունկցիան ունի և՛ աճման, և՛ նվազման միջակայքեր:/

### Օրինակ 3

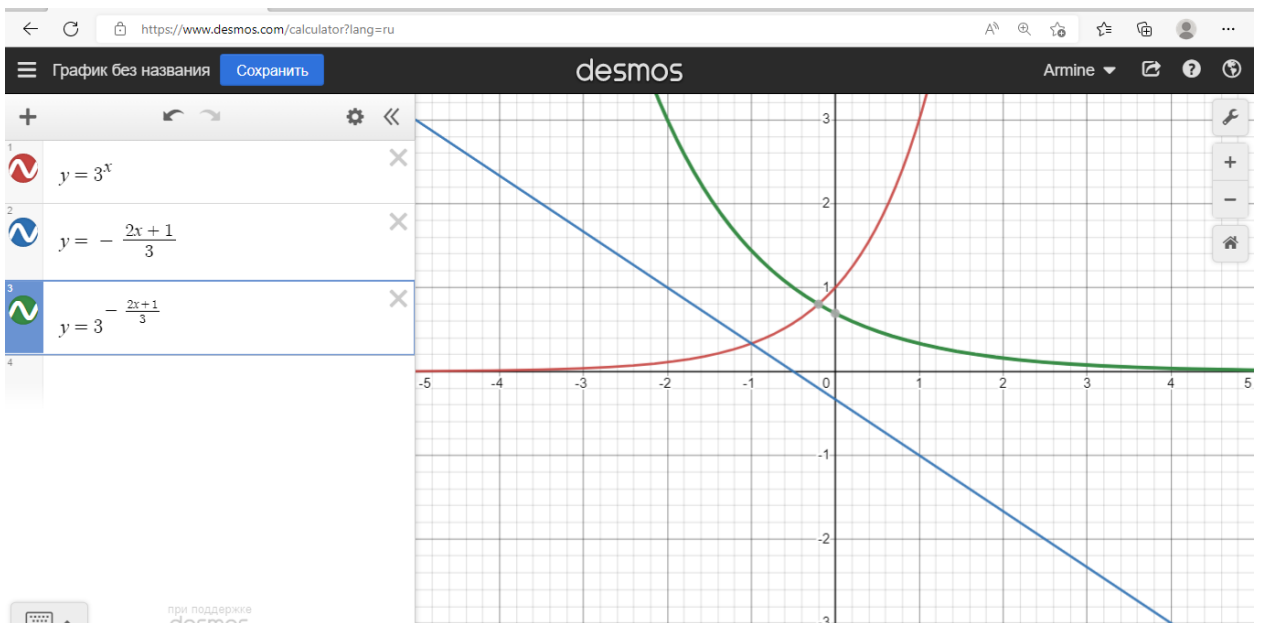
Տրված են  $f(x) = 3^x$  և  $g(x) = -\frac{2x+1}{3}$  ֆունկցիաները: Մի քանի ֆունկցիայի գրաֆիկ կառուցելու դեպքում, Desmos ծրագիրն ավտոմատ ընտրում է տարբեր գույներ, որի շնորհիվ ֆունկցիաների գրաֆիկները տարբերակվում են, իսկ հասկությունները դառնում են ակնհայտ:

Գրաֆիկները կունենան հետևյալ տեսքը.





1.  $f$  ֆունկցիան աճող է:/ճիշտ է/
2.  $g$  ֆունկցիան նվազող է: /ճիշտ է/
3.  $f(x) = g(x)$  հավասարումն ունի դրական արմատ /Սխալ է, արմատը  $1/3$  կետն է/
4.  $f(x) = g(x)$  հավասարումն ունի մեկ արմատ/ճիշտ է/
5.  $f(x) > g(x)$  հավասարման լուծումների բազմությունը  $[0; +\infty)$  միջակայքն է: /Սխալ է/
6.  $y=f(g(x))$  ֆունկցիան աճող է: Հարցին պատասխանելու համար պետք է մուտքավորել բարդ ֆունկցիայի բանաձևը, որի գրաֆիկը պատկերվում է կանաչ գույնով: /Սխալ է/



## Պարամետր պարունակող հավասարումների և անհավասարումների լուծումը

Պարամետր պարունակող հավասարումների լուծման ընթացքում հաճախ անհրաժեշտ է լինում հավասարման կամ անհավասարման աջ և ձախ մասերը ներկայացնել ֆունկցիաների տեսքով, գծապատկերել և պատասխանել հարցերին:

### Օրինակ 4

Տրված է  $a$  պարամետրով  $\log_3(31 - |x^2 - 6x + 5|) = a$  հավասարումը, պարամետրի արժեքներից կախված, պարզել քանի լուծում ունի հավասարումը:

Հավասարման ձախ մասը ներկայացնենք  $f(x) = \log_3(31 - |x^2 - 6x + 5|)$  լոգարիթմական, իսկ աջ մասը  $g(x) = a$  հաստատուն ֆունկցիաների միջոցով, և կառուցենք գրաֆիկը: Նախ նկատենք, որ  $a$ -ի կամայական արժեքի դեպքում հավասարումը համարժեք է  $|x^2 - 6x + 5| = 3^{1-a}$  հավասարմանը, քանի որ  $\log_b f(x) = a \Leftrightarrow f(x) = b^a$ : Այժմ կարելի է հավասարման աջ և ձախ մասերը ներկայացնել  $f(x) = g(x)$  տեսքով:

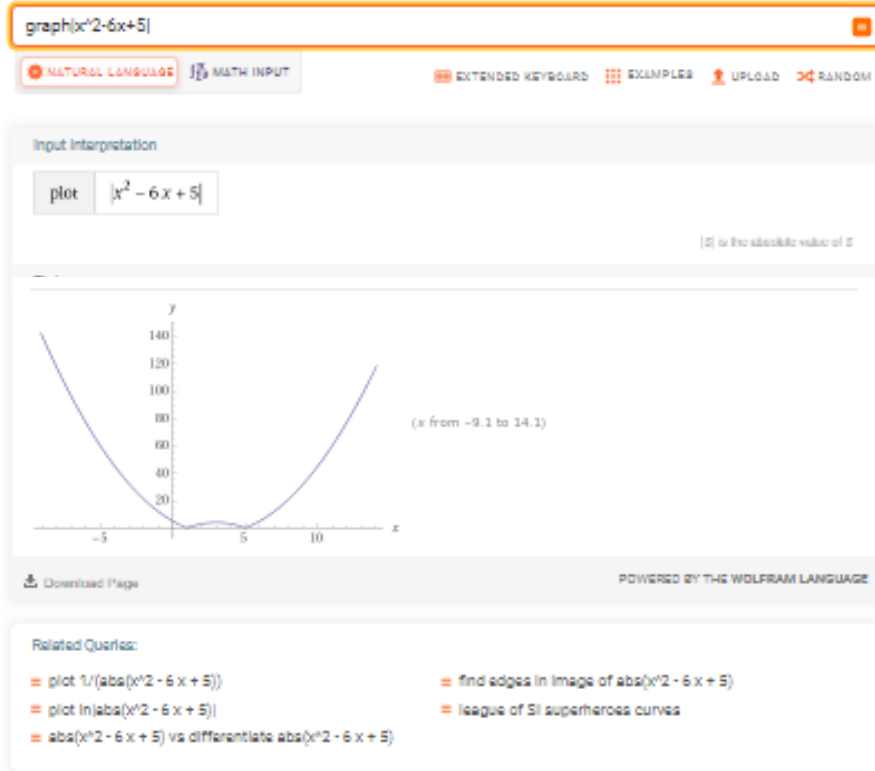
Այս առաջադրանքը կատարելու համար մուտք գործենք <https://www.wolframalpha.com/> կայք, համապատասխան տողում մուտքագրենք ֆունկցիայի բանաձևը և կստանանք գրաֆիկը:

Volume of a cylinder? Piece of cake.

Unlock Step-by-Step



**WolframAlpha** computational intelligence.



Իսկ  $y=31-3^a$  գրաֆիկը ուղիղ է, որը գուգահեռ է առանցքին:

Գարֆիկները չունեն հատման կետեր, եթե  $31-3^a < 0$

Գարֆիկները կունենան 2 հատման կետ, եթե  $31-3^a > 4$

Գարֆիկները կունենան 3 հատման կետ, եթե  $31-3^a = 4$

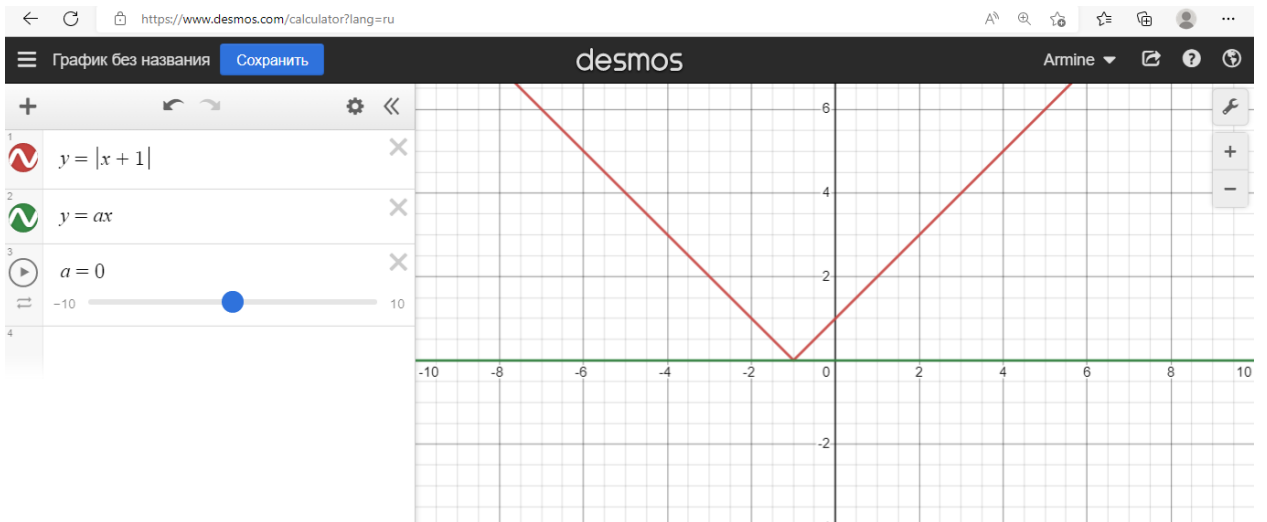
Գարֆիկները կունենան 4 հատման կետ, եթե  $0 < 31-3^a < 4$

Լուծելով հավասարումները և անհավասարումները կարելի է հստակ որոշել հավասարման արմատների քանակը:

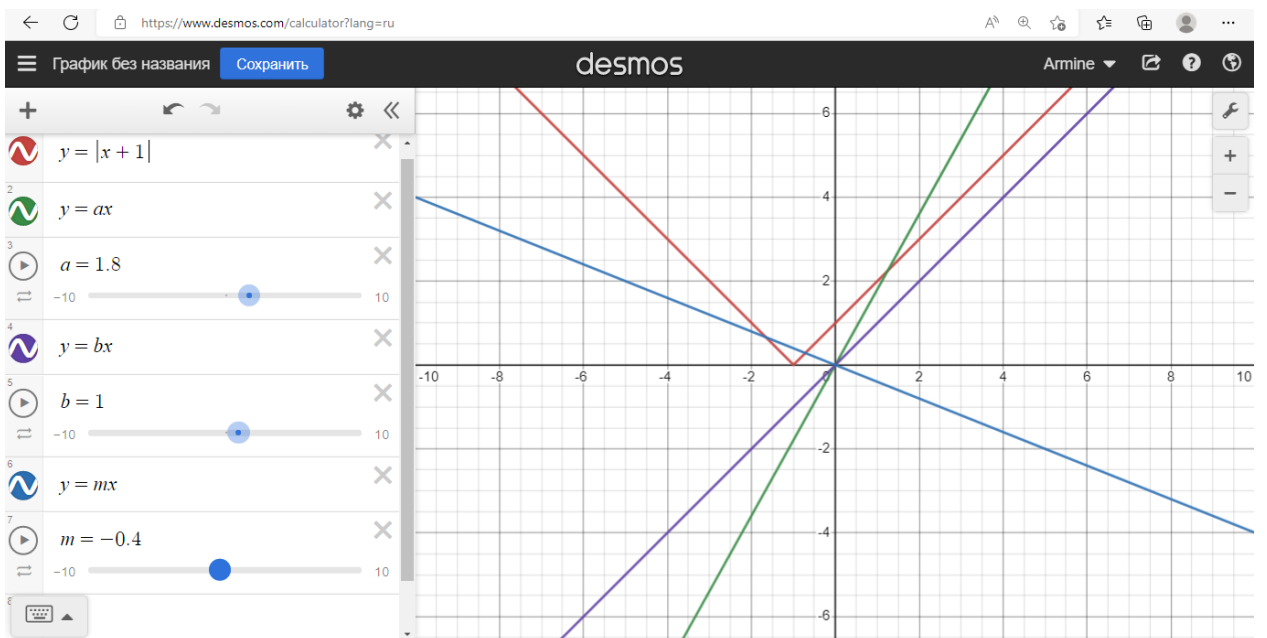
### Օրինակ 5

Տրված է  $|x + 1| \leq ax$  պարամետրական անհավասարումը: Որոշել պնդումների ճշմարիտ կամ կեղծ լինելը:

1. Գոյություն չունի  $a$ -ի այնպիսի արժեք, որի դեպքում անհավասարումն ունենա միակ արմատը:



$a=0$  դեպքում անհավասարումը ունի միակ լուծումը՝  $x=-1$  կետը: /Ճիշտ է/



2.  $a < 0$  դեպքում անհավասարումը դրական լուծում չունի: /Ճիշտ է/

3. Ցանկացած  $a > 1$  դեպքում անհավասարումը լուծում ունի: /Ճիշտ է/

4.  $0 < a \leq 1$  դեպքում անհավասարումը լուծում չունի: /Ճիշտ է/

## *Եզրակացություն*

Ուսումնական գործընթացում տեղեկատվական ու հաղորդակցական տեխնոլոգիաների կիրառումը անհրաժեշտ է, մասնավորապես.

- Տեղեկատվական ու հաղորդակցական տեխնոլոգիաների կիրառումը նպաստում է առարկաների միջև կապի դրսևորմանը:
- Տեղեկատվական ու հաղորդակցական տեխնոլոգիաների կիրառումը նպաստում է ստեղծագործական ու նորարարական մոտեցումների զարգացմանը:
- ՏՀՏ-ի գործածությունը կարող է առավել արդյունավետ ու ինտենսիվորեն նպաստել նոր չափորոշիչներով սահմանված կարողությունակառուցումներ զարգացմանը: Այդպիսիք են, օրինակ՝ սովորել սովորել, թվային մեդիա, մաթեմատիկական և գիտատեխնիկական, տնտեսական:
- Առանց տեղեկատվական ու հաղորդակցական տեխնոլոգիաների (ՏՀՏ), մեր օրերում աներևակայելի է առաջընթացը տնտեսական և հասարակական գործունեության ցանկացած բնագավառում: Տեղեկատվական հասարակության ստեղծումը և համաշխարհային տեղեկատվական ոլորտում ակտիվորեն ներգրավվելը մեր երկրի առաջնային խնդիրն է համարվում, կարելի է ասել՝ ռազմավարական:

### *Օգտագործված գրականություն*

1. Ս. Ավետիսյան, Ս. Դանիելյան, Ինֆորմատիկա (9-րդ դաս.), Երևան, <<Տիգրան Մեծ>>, 2013թ.:
2. Մաթեմատիկայի թեստային առաջադրանքների շտեմարան ( I և II մասեր ), 2016թ.:
3. Ս. Նիկոլսկի, Մ. Պոտապով, Հանրահաշիվ 9, Անտարես, Երևան 2013թ.:
4. <https://www.desmos.com/>
5. <https://www.wolframalpha.com/>