ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ, ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ԵՎ ՍՊՈՐՏԻ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

ՀՀ ԿԳՄՍՆ «Երևանի Լեոյի անվան հ. 65 ավագ դպրոց» ՊՈԱԿ

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Թեմա՝ Գեղագիտական դաստիարակության իրականացումը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

Կատարող՝ Մարիետա Նազարյան

Ղեկավար՝ Գայանե Սիմոնյան

ԵՐԵՎԱՆ 2022

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Թեմայի արդիականությունը։ Ելնելով այն հանգամանքից, որ մաթեմատիկան որպես ճշգրիտ գիտություն հիմնված է կանոնների, ակսիոմաների և թեորեմների վրա, որոնց օգնությամբ էլ վեր են հանվում որևէ խնդրի լուծման համար նոր թեորեմներ կամ աքսիոմաներ, ապա այս աշխատանքում մենք անրադարձ ենք կատարել խնդրի լուծման արդյունքը մարդու վերաբերմունքի և ընկալման վրա։

Հետազոտական նյութը առավել խոսուն և ապացուցողական դարձնելու համար համեմատականներ ենք տարել մաթեմատիկայի և շախմատային խաղի միջև, որով և առանձին-առանձին վեր ենք հանել դրանց նմանությունն ու տարբերությունը, չնայած որ երկու դեպքում էլ որպես արդյունք խնդրի լուծումն է։ Այս հետազոտական աշխատանքում բերված են մաթեմատիկական խնդիրների օրինակներ, որոնք առավել ցայտուն կերպով են ի ցույց դնում խնդրի լուծման արդյունքում գեղագիտական գրավչության և գեղագիտական հաճույքի արտացոլումը։

Հետազոտության նպատակը և խնդիրները։ Հետազոտության նպատակն է վեր հանել խնդրի լուծման արդյունքում գեղագիտական գրավչությունն ու գեղագիտական հաճույքն որպես մաթեմատիկական խնդիրների լուծման կարևորագույն հանգամանք։ Նշվածն առավել ցայտուն կերպով է արտահայտվում շախմատային խաղի հաղթանակի հետ զուգահեռ դիտարկելու արդյունքում, քանի որ մաթեմատիկայում խնդրի լուծման հանգումը ձևավորում է անձի մոտ ձգտելու, ջանք ներդնելու կարողության զարգացում և կատարելագործում։

Հետազոտության օբյեկտը և առարկան։ Հետազոտության օբյեկտ, առարկա է հանդես եկել մաթեմատիկան և շախմատային խաղը, դրանց նմանությունն ու տարբերությունը, մարդու ինտելեկտուալ կարողությունների վեր հանումն ու ձգտումը, և դրանց վերաբերյալ մեծ գիտնականների կողմից ի ցույց դրված փորձն ու եզրահանգումներն։ Բացի այդ, հետազոտությունն առավել տեսուն և խոսուն կերպով արտահայտելու համար ցուցադրել ենք ասվածը մաթեմատիկական խնդրով և խնդրի լուծմամբ, որով առավել ցայտուն կերպով է երևում գրավչության կարևորության ողջ փիլիսոփայությունը մաթեմատիկայում և մաթեմատիկական բարդ խնդիրների լուծմանը հանգելուն:

Հետազոտության տեսական, մեթոդաբանական և տեղեկատվական հիմքերը: Հետազոտության համար տեսական, տեղեկատվական և մեթոդաբանական հիմք են հանդիսացել մասնագիտական գրականությունները, ինտերնետային (էլեկտրոնային) գրադարաններում հրապարակված թեմայի հետ առնչություն ունեցող մասնագիտական հոդվածներն ու անրադարձները, բացատրական նյութերը: Բացի այդ հետազոտության թեմայի կարևորությունն արտահայտելու համար դիտարկվել և լուծվել են մաթեմատիկական խնդիրների տարբեր պարզ և պարզից ավելի բարդ խնդիրներ, որոնք առավել ակնհայտ են ապացուցում գրավչության կարևորությունը մաթեմատիկայում և մաթեմատիկայի անլուծելի թվացող խնդիրների լուծման գործում: Գեղագիտական դաստիարակությամբ խնդրի լուծմանը հագելու իմաստն ավելի ցայտուն կերպով արտացոլելու համար աշխատանքում անրադարձել ենք նաև Էվարիստ Գալուայի, Գալիլեյի և այլոց մտքերին:

Ավարտական աշխատանքի կառուցվածքը: Հետազոտական աշխատանքը կազմված է ներածությունից. հետազոտական աշխատանքի հիմնական նյութից, որն իր մեջ է ներառում չորս առանձին բաժիններ, խնդիրների օրինակներից, եզրակացությունից, առաջարկությունից և օգտագործված գրականությունից:

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԸ

ԲԱԺԻՆ 1: ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԽՆԴՐԻ ԳԵՂԱԳԻՏԱԿԱՆ ԳՐԱՎՉՈՒԹՅՈՒՆԸ

Խնդիրը և նրա լուծումը մարդու նպատակների իրականացման կարևոր փուլերից են: Յուրաքանչյուր մարդ, իր կենսագործունեության ընթացքում առնչվելով կենցաղային, մասնագիտական, ինտելեկտուալ ամենատարբեր խնդիրների, պետք է լուծի դրանք, ըմբռնի դրանց էությունը, պատկերացնի առկա միջոցները և մտքի լարման միջոցով հանգի որոշակի պատասխանի: Նման գործընթացը մաթեմատիկական գործունեության բնորոշ առանձնահատկություններից մեկն է: Ավելին, մաթեմատիկան սովորեցնում է լուծել խնդիրը: Մաթեմատիկական խնդիրը աչքի է ընկնում իր հստակությամբ, իսկ նրա լուծումը՝ հուսալիությամբ: Մաթեմատիկան կոչված է նաև մոդելավորել կյանքում և գիտության այլ բնագավառներում առաջացած զանազան խնդիրներ, այսինքն՝ մաթեմատիկայի լեզվով գրել կիրառական խնդիրը և, բնականաբար, նրա լուծումը ստանալ մաթեմատիկական մեթոդներով: Սա էլ մաթեմատիկայի օգնությունն է այլ բնագավառներում ծագած խնդիրները լուծելիս: Յուրաքանչյուր խնդիր իր պարզության կամ բարդության, լուծման հեշտության կամ դժվարության և այլ հատկանիշների հետ միասին ունի նաև իր գեղեցկությունը: Իսկ ո՞րն է մաթեմատիկական խնդրի գեղեցկությունը, նրա գեղագիտական գրավչությունը:

Մաթեմատիկական խնդրի գեղեցկության բնութագրման հայտանիշներ են անկանխատեսելիությունը, անսպասելիությունը, պարզությունը, հեղափոխական քայլի առկայությունը, լավատեսությունը, աշխատանքը:

Անկանխատեսելիությունը հանդես է գալիս, երբ մարդ ի զորու չէ կռահելու խնդրի եզրակացությունը, իսկ անսպասելիությունը՝ երբ խնդրի պայմանները չեն թելադրում նրա եզրակացությունը: Նման դեպքերում երբեմն դժվար է լինում հավատալ խնդրում առաջադրված պահանջի ճշմարտացիությանը:

Անսպասելիության և անկանխատեսելիության լավագույն օրինակ է Դեզարգի թեորեմը (յուրաքանչյուր թեորեմ կարելի է ձևակերպել նաև որպես մաթեմատիկական խնդիր). նրա պայմաններից եզրակացության ստացումը զարմացնում է և գեղագիտական մեծ հաճույք պատճառում: Բերենք անկանխատեսելի խնդրի մեկ այլ օրինակ: Սինուսների թեորեմի էմպիրիկ ուսուցման վերաբերյալ մեր դատողություններում մենք դիտարկել ենք եռանկյան կողմերի և անկյունների համեմատականության խնդիրը. ինչպիսի՞ն է այդ համեմատականությունը: Ահա խնդիր, որի արդյունքը դժվար է կռահել, այսինքն՝ այն անկանխատեսելի է: Իսկ այդ արդյունքը նաև շատ հետաքրքիր է ու պարզ, ուրեմն՝ նաև գեղեցիկ է: Պարզվում է, որ ուղիղ համեմատական են եռանկյան կողմերը և նրանց դիմացի անկյունների սինուսները, այսինքն՝ եռանկյան մի կողմը այնքան անգամ է մեծ մյուսից, որքան անգամ մեծ է նրա դիմացի անկյան սինուսը մյուսի դիմացի անկյան սինուսից:

Խնդրի պարզությունը վերաբերում է ինչպես նրա բովանդակությանը, այնպես էլ շարադրանքին: Հաճախ խնդիրը անհասկանալի է դառնում նրա ձևակերպման լեզվական անհարթությունների պատճառով, իսկ երբեմն էլ երկար-բարակ ձևակերպված պայմանների ետևում կռահելու բան չի մնում: Հասկանալի է, որ ավելորդ է խոսել նման խնդիրների գեղագիտական գրավչության մասին:

Հեղափոխական քայլի առկայությունը, լավատեսությունը և աշխատանքը ավելի շատ վերաբերում են խնդրի լուծմանը: Օրինակ, լուծելով բազմանդամների արմատները նրա գործակիցների միջոցով արմատանշաններով արտահայտելու վերաբերյալ պատմական խնդիրը՝ Էվարիստ Գալուան օգտագործեց խմբի գաղափարը, ինչը հեղափոխական քայլ էր ողջ մաթեմատիկայում, և սկիզբ դրեց հանրահաշվի նոր բնագավառի, որը հետագայում կոչվեց Գալուայի անվամբ:

Լավատեսությունը ի հայտ է գալիս խնդրի լուծման, նրա պատասխանի ստացման արդյունքում: Եվ որովհետև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը հագեցված է խնդիրների լուծմամբ, այն նաև մեծապես նպաստում է սովորողի մոտ կյանքի նկատմամբ լավատեսական կողմնորոշման ձևավորմանը կամ պատճառ է դառնում վատատեսության: Մաթեմատիկական խնդրի լուծումը պահանջում է համառ ու հետնողական աշխատանք: Այդ պատճառով այն ձևավորում է աշխատասիրություն, ինչը, անշուշտ, պարունակում է նաև գեղագիտական հատկանիշներ:

ԲԱԺԻՆ 2: ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԽՆԴՐԻ ԳԵՂԱԳԻՏԱԿԱՆ ԳՐԱՎՉՈՒԹՅՈՒՆԸ, ԵՐԲ ԱՅՆ ԴԻՏԱՐԿՎՈՒՄ Է ՈՐՊԵՍ ԽԱՂ

Հետևենք խնդրի գեղագիտական գրավչությանը, երբ այն դիտարկում ենք որպես խաղ: Համեմատենք մաթեմատիկական խնդրի լուծումը մարդկային մտքերը գերող լավագույն խաղերից մեկի՝ շախմատի հետ: Եթե մաթեմատիկական խնդրում հիմնական առարկաները նրա հասկացություններն են՝ թվերը, տառերը, գործողությունները, պատկերները և այլն, ապա շախմատում դրանք ֆիգուրաներն են՝ արքան, թագուհին, նավակները, փղերը, զինվորները և շախմատային տախտակը: Շախմատում առկա են խաղի հստակ կանոններ՝ ֆիգուրաների քայլերը և հարվածները: Մաթեմատիկական խնդրում խաղի կանոնները նույնպես ավելի քան հստակ են. դրանք այն տեսության աքսիոմներն ու արտածման կանոններն են, որոնց շրջանակներում դիտարկվում է տվյալ խնդիրը: Երկու դեպքում էլ խնդիրը պահանջում է լուծում:

Բայց ինչո՞ւ միլիոնավոր մարդիկ՝ նաև իրենց մասնագիտական գործունեությունից հետո, ինքնամոռաց, ժամերով նստում են շախմատի տախտակի առջև և փորձում են լուծել շախմատային այդ հավերժ չլուծվող խնդիրը, հետևում են շախմատային խաղի վարպետների մրցումներին, բայց դժկամորեն են տրվում մաթեմատիկական խնդիրների լուծմանը: Իհարկե, մեծ նշանակություն ունի շախմատում մրցակցի առկայությունը: Մի անգամ Սոս Սարգսյանը Տիգրան Պետրոսյանի մասին լրագրողին տրված հարցազրույցում «Ի՞նչ է Ձեզ համար շախմատը» հարցին տվեց հետևյալ հետաքրքիր պատասխանը. «Շախմատը ինձ համար մրցակցի հետ հաղորդակցվելու միջոց է»: Մեծ իմաստասեր Էպիկուրը մարդկանց հետ հաղորդակցման լավագույն միջոց էր համարում փիլիսոփայական զրույցը:

Անշուշտ, ուրիշների հետ հաղորդակցությունը, շփումը հուզական մեծ լիցք է պարունակում և որոշակի գրավչություն է հաղորդում մարդկային գործունեությանը: Բայց հարցն այստեղ մարդկային հաղորդակցման հետ չի կապված. չէ՞ որ մարդիկ, առանձնապես խաղի իսկական վարպետները՝ երեխաները, սիրում են ժամերով ու անմռռաց, առանց կենդանի մրցակցի նստել համակարգչի առջև ինչ-որ խաղ խաղալու համար:

Ինչպես շախմատի, այնպես էլ յուրաքանչյուր խաղի գեղեցկությունը գնահատվում է ոչ թե գեղագիտական գեղեցիկի, այլ գիտական գեղեցիկի չափանիշներով: Իսկապես, շախմատային քայլի գեղեցկությունը նրա անսպասելիությունն է, անկանխատեսելիությունը, շախմատային պարտիայի գեղեցկությունը նրա հաշվարկների ճշգրտությունն է, տրամաբանական խստությունը, ներքին խորը կապի առկայությունը և, իհարկե, հաղթանակը:

Բայց գիտական գեղեցիկի այս բոլոր հատկանիշները ավելի քան առկա են նաև մաթեմատիկական խնդրի մեջ: Ընդ որում, մաթեմատիկական խնդրում հաղթանակը խնդրի լուծումն է, նրա պատասխանի ստացումը: Եթե շախմատային պարտիայում տարած հաղթանակը բերում է հաջողություն, գնահատում, ուրախություն, ապա նմանատիպ արդյունքների է հանգեցնում նաև մաթեմատիկական խնդրի լուծումը: Եվ դժվար է ասել, թե որ դեպքում է հաղթանակի հուզական լիցքը ավելի մեծ՝ Միխայիլ Բոտվիննիկի նկատմամբ Տիգրան Պետրոսյանի տարած հաղթանակի՞, թե՞ Գալուայի կողմից հավասարումների լուծումները արմատանշաններով արտահայտելու վերաբերյալ խնդրի կամ Լոբաչևսկու կողմից զուգահեռության աքսիոմի անկախության վերաբերյալ խնդրի լուծման դեպքում: Եթե առաջին դեպքում շախմատային աշխարհը ունեցավ իր իններորդ չեմպիոնը, ապա երկրորդ և երրորդ դեպքերում մաթեմատիկական գիտությունը ապրեց հեղաշրջում և համալրվեց իր կարևորագույն բնագավառներով:

Բայց կա մի հատկանիշ, որով շախմատը և մաթեմատիկական խնդիրը տարբերվում են իրարից, և եթե մաթեմատիկական խնդիրը, որպես գիտական իմացություն, իր հետաքրքրությունը պահում է այնքան ժամանակ, քանի դեռ չի լուծվել, իսկ լուծվելուց հետո կորցնում է այն, ապա շախմատային խնդրին հատուկ է հետաքրքրության գեղագիտական ըմբռնումը. այն չի մարում շախմատային պարտիայի ավարտից հետո: Թվում է, թե այս հատկանիշով շախմատային պարտիան ձեռք է բերում արվեստական՝ զուտ գեղագիտական գեղեցկություն: Սակայն չշտապենք. պատճառը բոլորովին այլ է:

Սովորաբար մաթեմատիկական խնդրի պայմանները այնպես են տրվում, որ անկախ լուծման մեթոդներից ու եղանակներից, այն ստանում է որոշակի լուծում, պատասխան: Շախմատային խաղը՝ որպես խնդիր, այդպիսին չէ: Այն չունի մեկ պատասխան, նրա լուծումը կախված է քայլերի ընտրությունից, որոնցից յուրաքանչյուրը խաղացողին տանում է մի ճանապարհով, և այդ ճանապարհների քանակը անվերջանալի է: Ինչպես մաթեմատիկական խնդրում, շախմատում նույնպես խաղացողների մոտ կորչում է միևնույն պարտիան երկրորդ անգամ խաղալու ցանկությունը, բայց, ի տարբերություն մաթեմատիկոսների, շախմատիստներն ունեն նոր քայլ, նոր ճանապարհ ընտրելու հնարավորություն, իսկ մաթեմատիկոսը տվյալ խնդիրը լուծելիս նման հնարավորություն չունի: Նորը ստանալու համար նա պետք է ամեն անգամ փոխի խաղի (խնդրի) կանոնները: Իսկ շախմատում այդ կանոնները անփոփոխ են:

Ահա միևնույն խնդրի անսահմանափակության, անվերջության այդ հատկանիշն է, որ շախմատային խաղը տարբերում է մաթեմատիկական՝ թեկուզ և ամենաբարդ խնդիր-խաղից: Դա է նրա նկատմամբ չթուլացող հետաքրքրության, ձգողականության հիմնական պատճառը: Այս տեսակետից այն համեմատելի է մաթեմատիկայի առանձին բնագավառներում դիտարկվող զանազան թեմաների հետ, որտեղ, սակայն, ոչ մասնագետի համար ինչպես գործունեությունը, այնպես էլ նրա գեղագիտությունը անհասանելի են և անընկալելի:

ԲԱԺԻՆ 3: ԽՆԴՐԻ ԳՈՐԾԱՌՈՒՅԹՆԵՐԸ ԵՎ ՆՐԱ ԳԵՂԱԳԻՏԱԿԱՆ ԳՐԱՎՉՈՒԹՅՈՒՆԸ

Մաթեմատիկական խնդիրը նրա ուսուցման գործընթացի կարևորագույն բաղադրիչներից մեկն է: Այն հաճախ հանդես է գալիս նաև որպես ուսուցման նպատակ: Խնդիրը իրականացնում է ամենատարբեր գործառույթներ: Այստեղ մենք կդիտարկենք դրանցից հիմնականները՝ խնդրի ուսուցանող, ճանաչողական, զարգացնող, վերահսկող, մոտիվացիոն և դաստիարակող գործառույթները: Այդ գործառույթներից յուրաքանչյուրը ունի նաև սովորողի գեղագիտական որակների ձևավորման և զարգացման լայն հնարավորություններ:

Ուսուցումը մաթեմատիկական խնդրի կարևորագույն գործառույթներից մեկն է: Չինական ժողովրդական առածն ասում է՝ «Ես լսում եմ և մոռանում եմ, ես տեսնում եմ և հիշում եմ, ես անում եմ և հասկանում եմ»: Ահա մաթեմատիկական խնդիրը, վարժությունը նպատակաուղղված է այդ հասկանալու գործընթացի ձևավորմանը: Խնդրի լուծման միջոցով ձևավորված գիտելիքները, կարողություններն ու հմտությունները արտահայտում են իմացության այն մակարդակը, երբ սովորողը կարողանում է կիրառել իր ունակությունները, գնահատել դրանք, զգալ ինքնավստահ: Սա ստեղծում է մաթեմատիկայի ուսուցման ընդհանուր գեղագիտական դրական միջավայր, իսկ խնդրի լուծման գործընթացի առանձին տարրերի իրականացման դրական ընթացքն ուղեկցվում է համապատասխան դրական հուզական ապրումներով: Օրինակ, խնդրի պատասխանի ստացմանը հաջորդում է ոգևորվածության այնպիսի հուզական վիճակ, որը սովորողին մղում է հետագա գործունեության: Սովորողին հետաքրքրում են նոր խնդիրներ, նա ձգտում է դրանց լուծմանը և լուծման համար անհրաժեշտ գիտելիքների իմացության: Ուսուցման ողջ գործընթացը նրան դուր է գալիս, նա սիրում է սովորել: Իսկ իրեն սիրել ստիպում, պարտադրում է գեղեցիկը: Ուրեմն, խնդրի հաջող լուծումը նպաստում է, գեղեցիկ է դարձնում ուսուցման ողջ գործընթացը:

Գեղագիտական գրավչության մեծ լիցք է պարունակում մաթեմատիկական խնդրի ճանաչողական գործառույթը: Հիշենք թեկուզ Գալիլեյի խոսքերը. «Բնության ոսկե գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով, և այն կարդալու համար պետք է իմանալ մաթեմատիկայի լեզուն»: Բնության այդ գրքի, նրա ուսումնասիրությանն ուղղված գիտությունների համապատասխան խնդիրները մոդելավորվում, դառնում են մաթեմատիկական խնդիրներ, որոնց լուծումն ու ստացված պատասխանների ճշմարտացիությունը որևէ մեկի մոտ կասկած չեն առաջացնում: Բնության և այն ուսումնասիրող գիտությունների միջև կապն արդեն աշխարհում ստեղծված ամենամեծ ու խորհրդավոր ներդաշնակությունն է ու գեղեցկությունը, որին լրացուցիչ հմայք է հաղորդում նաև մաթեմատիկայի բերած ճշմարտության լույսը: Այս հրաշալի ներդաշնակության մեջ իրենց մեծ դերն ունեն մաթեմատիկական խնդիրները: Մեթոդական գրականության մեջ խնդրի զարգացնող գործառույթին նպաստող գործողություններ են համարվում խնդրի լուծման ռացիոնալ ճանապարհների որոնումը, նրա մասնավոր և սահմանային դեպքերի քննարկումները, պայմանների մասնակի փոփոխությունը և այլն: Այս ճանապարհներից յուրաքանչյուրը իր մեջ պարունակում է նաև գեղագիտական գրավչության համապատասխան տարրեր:

Խնդրի և նրա լուծման միջոցով սովորողի գեղագիտական որակների զարգացման կարելի է հասնել նաև ինչպես խնդրի բովանդակության մեջ ներառելով համաչափությունը, համեմատությունը և մաթեմատիկական գեղեցիկի արտահայտման այլ դրսևորումներ, այնպես էլ կամայական խնդրի լուծման ընթացքը լցնելով գեղագիտական գրավչությամբ: Դրան նպաստող առաջին հանգամանքը սովորողի ներգրավումն է խնդրի լուծման գործընթացի մեջ: Ուշադրության արժանանալը, գրատախտակի մոտ գտնվելը, պարզապես խնդիր լուծելն արդեն սովորողի մոտ առաջացնում են հուզական ապրումներ, իսկ այդ գործողությունների հաջող ելքը գեղեցիկ է և, ուրեմն, նպաստում է ինչպես ուսման գործընթացի հաջողությանը, այնպես էլ սովորողի մոտ գեղագիտական պահանջմունքի, բավարարվածության և այլ որակների զարգացմանը:

Անգամ ոչ դրական արդյունքի դեպքում խնդրի լուծմանն ուղղված աշխատանքը աշակերտի մոտ գեղագիտական որակի զարգացման հատկանիշ է, իսկ դրական ելքը ավելացնում է մի այլ որակ՝ լավատեսություն: Հարկ է, որ ուսուցիչը նշի նաև խնդրի գեղագիտական գրավչության այնպիսի որակներ, որոնք տեսանելի չեն սովորողին՝ խնդրի անկանխատեսելիությունը, անսպասելիությունը և այլն:

Գեղագիտական արժեքների ձևավորման ամենալայն հնարավորություններ են ստեղծվում խնդրի դաստիարակչական, մասնավորապես՝ արժեքների ձևավորման գործառույթը իրականացնելիս: Առանց համառության, տոկունության, հետևողականության, նպատակասլացության և կամային այլ որակների դրսևորման անհնար է պատկերացնել քիչ թե շատ դժվար խնդրի լուծում: Եվ կամային այդ որակների մշտական ներկայությունը մաթեմատիկական խնդիրների լուծման գործընթացում ձևավորում և զարգացնում է դրանք: Ինչպես արդեն նշել ենք, մաթեմատիկական գործունեությունը ընդհանրապես և խնդիրների լուծման գործընթացը, մասնավորապես, մեծապես նպաստում են նաև մտածողության, ուշադրության, հիշողության հոգեկան երևույթների ձևավորմանը և զարգացմանը: Այսպիսով, մաթեմատիկական խնդիրների լուծման գործընթացը նպաստում է դաստիարակության այնպիսի կարևոր բաղադրիչների ձևավորման և զարգացման գործընթացին, ինչպիսիք են հոգեկան երևույթները: Իսկ վերջիններս մարդու գործունեության և, մասնավորապես, գեղագիտական գործունեության հաջող իրականացման կարևորագույն նախադրյալներ են:

Մարդու գեղագիտական գործունեության իրականացման մյուս կարևոր նախադրյալը նրա բարոյական նկարագիրն է: Առանց դրական բարոյական հատկանիշների անհնար է պատկերացնել գեղեցիկի և, ընդհանրապես, գեղագիտականի դրսևորումը: Իսկ մաթեմատիկական կրթությունը և նրա խնդիրների համակարգն ունեն բարոյական արժեքների ձևավորման մեծ ներուժ: Մասնավորապես, անցյալի հայ մաթեմատիկոսների դասագրքերում ընդգրկված խնդիրներն ունեն լավատեսության, բարոյական դրական որակների արծարծման որոշակի միտում:

ԲԱԺԻՆ 4: ԳԵՂԱԳԻՏԱԿԱՆ ԳՐԱՎՉՈՒԹՅՈՒՆԸ ՏԱՐԲԵՐ ՏԵՍԱԿՆԵՐՈՒՄ

Մաթեմատիկայի մեթոդիկայում ընդունված է խնդիրների դասակարգումը կամ տեսակավորումը կատարել ըստ տարբեր հիմքերի: Մենք կդիտարկենք միայն դասակարգումը՝ ըստ խնդրի պահանջների բնույթի: Այս հիմքով առանձնացվում են ապացուցման, հաշվման, կառուցման, մոդելավորման և հետաքրքրաշարժ խնդիրների տեսակները, որոնք մեծ նշանակություն ունեն մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում և որոնցից յուրաքանչյուրին հատուկ է գեղագիտական յուրատեսակ գրավչություն:

Հետաքրքրաշարժ խնդիրների գեղագիտական գրավչությունը: Անշուշտ, յուրաքանչյուր մաթեմատիկական խնդիր ունի իր գրավչությունը: Սակայն կան խնդիրներ, որոնց մասին մենք ասում ենք, որ դրանք գեղեցիկ են, այսինքն՝ առանձնանում են խնդիրների մեջ իրենց գեղեցկությամբ: Շախմատում առավել գեղեցիկ խնդիրները բնութագրվում են «էտյուտ» անվանումով: Մաթեմատիկայի էտյուտները հետաքըրքրաշարժ խնդիրներն են: Նման խնդրի հետաքրքիր պատումը (ֆաբուլան), նրա պարզությունը, հասկանալու և լուծման համար անհրաժեշտ մաթեմատիկական գիտելիքների նվազագույն պահանջը ձգում են մարդուն: Իսկ դրանց լուծումը սովորաբար պահանջում է ինքնատիպ մոտեցում, մտքի լարում, ճկունություն և խելք. հատկանիշներ, որոնցով յուրաքանչյուր մարդ իր գնահատմամբ օժտված է առատորեն և կուզեր (գոնե իր հետաքրքրասիրության բավարարման նպատակով) ստուգել իր այդ որակների առկայության աստիճանը (ավելի հարմար առիթ դժվար է պատկերացնել): Միաժամանակ, այդ խնդիրները պարունակում են ինքնաճանաչման, իր հանդեպ հետաքրքրություն արթնացնելու մեծ ներուժ:

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի կարևոր սկզբունքներից մեկը շարունակականությունն է. նոր նյութը հենվում է նախորդի վրա, և այն հասկանալու համար անհրաժեշտ է իմանալ անցածը, իսկ աշակերտների մի զգալի մասը չգիտի կամ մոռացել է այն: Այս երևույթը թույլ չի տալիս ուսուցչին ոչ միայն նման աշակերտին ներգրավել ուսուցման գործընթացի մեջ, այլև հայտնաբերել նրա՝ մաթեմատիկան յուրացնելու իրական կարողությունները կամ մաթեմատիկական ընդունակությունները: Ահա հետաքրքրաշարժ խնդիրները՝ նրանցում մաթեմատիկական գիտելիքի օգտագործման նվազագույն պահանջի պատճառով, հնարավորություն են ընձեռում լուծելու այդ մանկավարժական խնդիրները: Միաժամանակ նման խնդիրների գեղագիտական գրավչությունը, դրանց լուծմանն ուղեկցող հուզական տարրը նպաստում են սովորողի կամային որակների զարգացմանը , ինչի իրականացումը պետք է համարել ուսուցման գործընթացի կարևոր նվաճում: Ասվածի հետ համահունչ են նաև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի միջոցով գեղագիտական պահանջմունքների ձևավորման վերաբերյալ մեր դիտարկումները:

Հետաքրքրաշարժ խնդիրների մի լայն դաս ստացվում է կեղծ մեաղադրամը որոշելու հարցի քննարկումից: Նման խնդիրները, ըստ բարդության աստիճանների, մենք ներառել ենք դասագրքերում: Ահա նման մի խնդիր դասագրքից:

15 միատեսակ մետաղադրամներից մեկը կեղծ է: Երկնժարանոց կշեռքով և կշռաքարեր չօգտագործելով կարո՞ղ եք երկու կշռումով որոշել՝ ծա՞նր է, թե՞ թեթև կեղծ մետաղադրամը:

Լուծումը: Մետաղադրամները բաժանենք երեք խմբի՝ յուրաքանչյուրում հինգ հատ: Առաջին կշռումով առաջին խումբը դնենք մի նժարին, երկրորդը՝ մյուս նժարին: Հնարավոր է երկու դեպք.

ա) նժարները հավասարակշռվում են,

բ) նժարները չեն հավասարակշռվում:

ա) Այս դեպքում կեղծ մետաղադրամը երրորդ խմբում է, և մենք առաջին խումբը թողնենք նժարին, իսկ երկրորդ խումբը փոխարինենք երրորդով: Եթե առաջին խումբը պարունակող նժարը թեքվեց ցած, ապա կեղծ մետաղադրամը թեթև է, իսկ եթե բարձրացավ վերև, ապա կեղծ մետաղադրամը ծանր է:

բ) Այս դեպքում նժարներից մեկը թեքվում է ներքև. դիցուք այդ նժարը առաջին խումբը պարունակողն է: Առաջին խումբը թողնենք նժարին, իսկ երկրորդ խումբը փոխարինենք երրորդով: Եթե նժարները հավասարակշռվեն, ապա կեղծ մետաղադրամը երկրորդ խմբում է, և այն ավելի թեթև է մյուսներից: Իսկ եթե նժարները չհավասարակշռվեն, ապա կեղծ մետաղադրամը առաջին խմբում է, և այն մյուսներից ավելի ծանր է:

Խնդրի գեղագիտական գրավչությունը հետևում է նրա հետաքրքրությունից և ինքնատիպությունից: Ավելի գրավիչ է նրա լուծումը, ինչը արդյունք է գիտական գեղեցիկի անկանխատեսելիության և նպատակաուղղաված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարման սուբյեկտիվ հատկանիշների դրսևորման:

Հետաքրքրաշարժ խնդիրների մի այլ դաս են կազմում «Գտեք սխալը» վերտառությամբ խնդիրները: Սրանք նման են հնադարի սոփեստություններին, որոնցում սխալը խնամքով քողարկված է: Մեծ մասամբ այդ խնդիրները վերաբերում են դիտարկվող մաթեմատիկական նյութին, և սխալները ստացվում են նյութի մեջ առկա փաստերի սխալ օգտագործման արդյունքում: Կան նաև տրամաբանական սխալներ պարունակող վարժություններ, որոնք հիմնականում ընդգրկված են տրամաբանության հանրահաշվում: Դրանց գրավչությունը նույնպես պայմանավորված է գիտական գեղեցիկի անկանխատեսելիության և նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարման սուբյեկտիվ հատկանիշների դրսևորումով: Սակայն դրանք բացահայտում են անցած նյութի իմացության մեջ ինչ-որ թերըմբռնում, որի վերացմանն էլ ուղղված է լինում նման խնդիրը: Եվ խնդրի ու նրա լուծման գրավչությունը ուղիղ համեմատական է առարկայի էությունը հասկանալու համար ներդրված ջանքերի չափին:

Տեքստային խնդիրների գեղագիտական գրավչությունը: Աշխատանքում դիտարկվում է որոնելու, գտնելու գեղագիտական պահանջմունքների բավարարման գործում մաթեմատիկական կրթության ունեցած դերը: Հարկ է նշել, որ գեղագիտական այդ պահանջմունքները դրսևորվել են մարդկային գործունեության բոլոր բնագավառներում, դրանց բավարարմանն ուղղված մարդկային ջանքերն ու քայլերը դարձել են մարդկային առաջադիմության, քաղաքակրթությունների զարգացման շարժիչ ուժ: Բայց, եթե Անտիկ շրջանում հույների որոնման առարկան Միջերկրականի ավազանն էր, Վերածննդի շրջանում մարդկային որոնման մեծագույն նվաճումը Կոլումբոսի կողմից Ամերիկայի հայտնագործությունը, ապա այսօր որոնման առարկա է դարձել տիեզերքը՝ իր անսահման գաղտնիքներով, որոնք կամաց-կամաց բացվում են մարդկային հզոր մտքի գործունեության արդյունքում: Եվ բոլոր բնագավառներում ու բոլոր ժամանակներում առաջադրված խնդիրների լուծման հիմնական միջոցներից մեկը եղել է մաթեմատիկան: Բայց եթե Արքիմեդի տեխնիկական սարքերի կամ Կոլումբոսի նվաճումները հնարավոր դարձնող Կարավելլա նավի ստեղծման համար անհրաժեշտ էին թվաբանական պարզագույն հաշվարկներ, ապա ինքնաթիռի, արբանյակի կամ ժամանակակից տեխնիկական ու գիտական այլ նվաճումների համար անհրաժեշտ էր նոր որակի մաթեմատիկա, որի ստեղծումը նախորդել է տեխնիկական և գիտական այդ նվաճումներին: Այդ նոր մաթեմատիկայի հիմքում ընկած է հանրահաշիվը, որը թույլ է տալիս մեր կողմից տառերով նշանակված որոնելի մեծությունների մասին իմանալ նաև այլ տեղեկություններ, գտնել դրանք, լուծել առաջադրված խնդիրները:

Օրինակ, դիցուք մեզ հայտնի է երկու մեծությունների գումարը, ասենք՝ 100, և տարբերությունը՝ 40: Ինչպե՞ս գտնենք այդ մեծությունները: Նշանակենք այդ մեծությունները x և y տառերով: Համաձայն մեր իմացած տեղեկության՝ ունենք՝ $x + y = 100$, $x - y = 40$: Ստացված հավասարումներից մեկից գտնելով x-ը և տեղադրելով մյուսի մեջ՝ մենք կստանանք $y = 30$, որից հետո կորոշենք x-ը՝ $x = 70$:

Անշուշտ, դիտարկված խնդիրը մենք կարող էինք լուծել նաև առանց հանրահաշվի կիրառության: Սակայն, մեզ անհրաժեշտ կլիներ մտքի ավելի մեծ լարում: Այդ պատճառով Էյնշտեյնն ասում էր, որ գիմնազիայում սովորելու տարիներին իր մերեղբայրը պնդում էր, թե հանրահաշիվը ալարների թվաբանությունն է: Սակայն դա այդպես է առաջին հայացքից: Հիմա փորձենք լուծել ավելի բարդ մի խնդիր:

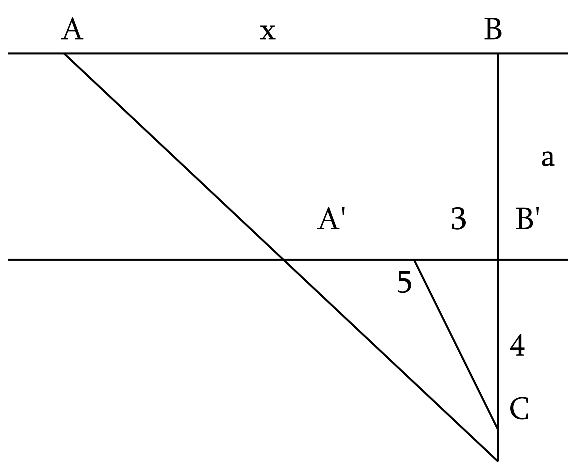
Պահանջվում է գտնել ուղղանկյունաձև հողամասի կողմերը, եթե գիտենք, որ դրանցից մեկը մյուսից մեծ է՝ ասենք 25 մետրով, իսկ հողամասի մակերեսն էլ 900 քառակուսի մետր է:

Այստեղ արդեն Էյնշտեյնի մորեղբայրն իրեն չի կարող օգնել, և մեզ անհրաժեշտ է օգտվել հանրահաշվի միջոցներից: Ուղղանկյան կողմերը նշանակելով x և y տառերով՝ կունենանք՝ x - y = 25, xy = 900:

Լուծելով հավասարումների այս համակարգը՝ կստանանք խնդրի պատասխանը՝ x = 45, y = 20:

Հանրահաշվի միջոցներով և մեթոդներով լուծվում են շատ ավելի բարդ կիրառական խնդիրներ (դրանք կոչվում են նաև տեքստային խնդիրներ), որոնք մոդելավորելիս, այսինքն՝ հանրահաշվի լեզվով գրառելիս ստացվում են շատ ավելի բարդ հավասարումներ, անհավասարումներ և այլ բանաձևեր: Հանրահաշվի դպրոցական դասընթացը սովորեցնում է նման խնդիրների լուծման արվեստը: Եվ նրա ուսուցումը պատշաճ ձևով կազմակերպելու դեպքում սովորողն այն կընկալի որպես մտածելու, որոնելու, գտնելու արվեստ, այն կուղեկցվի գեղագիտական հույզերի, զգացմունքների դրսևորումներով:

Դիտարկենք նման մի խնդիր: Դիցուք մենք գտնվում ենք a լայնություն ունեցող գետի մի ափին և ուզում ենք որոշել նրա մյուս ափին գտնվող երկու կետերի հեռավորությունը՝ առանց գետը մտնելու կամ անցնելու: Ինչպե՞ս անենք դա:



Պարանի մի կտորի միջոցով պատրաստենք 3, 4, 5 մետր չափսերով մի եռանկյուն: Ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝ այն կլինի ուղղանկյուն եռանկյուն: Այդ եռանկյունը պահելով այնպես, որ 3 երկարությամբ կողմը զուգահեռ լինի գետի ափին, այնպես շարժենք, որ 4 երկարությամբ կողմի շարունակությունը անցնի հակառակ ափին գտնվող երկու կետերից մեկով, դիցուք B-ով (տես գծագիրը): Եռանկյան մյուս՝ C գագաթը մտովի միացնենք գետի մյուս ափին գտնվող մյուս՝ A կետի հետ: Դիցուք այն մեր կողմի ափը հատում է A´ կետում: Չափենք A´B´ հեռավորությունը. Դիցուք այն b է: Ընդունելով գծագրում արված նշանակումները և օգտվելով եռանկյունների նմանությունից՝ կստանանք՝ $x/b = (a+4)/4$ կամ $x = b(a+4)/4$:

Այսպիսով, օգտվելով մաթեմատիկական փաստերից՝ մենք կարողացանք որոշել գետի ափում գտնվող երկու կետերի հեռավորությունը: Նման մաթեմատիկական հաշվարկների միջոցով ժամանակին Գաուսը որոշեց Ցերերա մոլորակի գտնվելու վայրը, ինչը հաստատվեց հետագա աստղագիտական դիտումների միջոցով: Նման հաշվարկներն են այսօր հնարավոր դարձնում ինքնաթիռների ու արբանյակների թռիչքը, հեռուստատեսային հաղորդումները և ժամանակակից տեխնիկայի այլ նվաճումներ:

Նման խնդիրների լուծման ընթացքում դրսևորվում են գիտական գեղեցիկի ինքնատիպության, բազմազանությունների միասնության, տրամաբանական խստության հատկանիշները և անսպասելիության, նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարման սուբյեկտիվ հատկանիշները:

Ինչպես նշվեց վերևում, տեքստային կամ կիրառական խնդիրների գեղագիտական գրավչությունը մեծապես պայմանավորված է նաև նրանց պատումով, դրանց հետաքրքրությամբ: Այս տեսակետից ուշագրավ են Շիրակացու խնդիրները, որոնք նաև պատմություններ են իր ժամանակի նշանավոր մարդկանց ու իրադարձությունների մասին: Դրանց իմացությունը գիտական գեղեցիկի լրացուցիչ երանգներ է հաղորդում խնդրին:

Ապացուցման խնդիրների գեղագիտական գրավչությունը: Ապացուցման խնդիրներին հատուկ են մաթեմատիկական թեորեմների ու նրանց ապացուցումների գեղագիտական գրավչության բոլոր հատկանիշները:

Կառուցման խնդիրների գեղագիտական գրավչությունը: Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական արժեքների ձևավորման լայն հնարավորություն են ընձեռում կառուցման խնդիրները: Այն, որ աշակերտը, բացի խնդրի պատասխանը գտնելուց, կոնկրետ գործիքների միջոցով իրականացնում է պահանջվող կառուցումը, լրացուցիչ հուզական լիցք է հաղորդում նրա աշխատանքին: Այստեղ հանդես են գալիս նաև մտածողության հնարքների, հասկացությունների, դրանց հատկությունների, կիրառման, փոխադարձ կապի և մաթեմատիկայի ուսուցման միջոցով գեղագիտականի արտահայտման այլ ձևեր: Ասվածը ցուցադրենք կոնկրետ ու պարզ օրինակի վրա:

Ինչպե՞ս կարող ենք կարկինի և քանոնի օգնությամբ կառուցել շրջանագիծը, եթե տրված է նրա որևէ աղեղը:

Լուծումը: Դիցուք տրված է որևէ աղեղ: Հասկանալի է, որ որոնելի շրջանագիծը կառուցելու համար մեզ անհրաժեշտ է գտնել նրա կենտրոնը: Հետևաբար, մենք պետք է աշխատենք լուծման մեջ ներգրավել այնպիսի գիտելիք, որը կապ է հաստատում շրջանագծի կենտրոնի և աղեղի միջև: Նման գիտելիք է աղեղը ձգող լարի միջնուղղահայացի կենտրոնով անցնելու մասին պնդումը: Բայց մենք ունենք մեկ աղեղ, որը ձգող լարի միջնուղղահայացը կտա կենտրոնով անցնող մեկ ուղիղ: Նման երկրորդ ուղիղը կգտնի աշակերտների մեծ մասը՝ որպես նոր աղեղ ընդունելով, օրինակ, տրված աղեղի կեսը՝ սկսած նրա որևէ ծայրակետից: Այսպիսով, մենք կունենանք երկու ուղիղներ, որոնք կանցնեն շրջանագծի կենտրոնով: Դրանց հատման կետն էլ կլինի որոնելի շրջանագծի կենտրոնը:

Այստեղ գեղագիտական տարրն արտահայտում է շրջանագծի աղեղը ձգող լարի միջնուղղահայացը շրջանագծի կենտրոնով անցնելու մասին պնդման կիրառելիությունը և միգուցե նաև դրա կիրառության անսպասելիությունը: Խնդրի լուծումը գտնելուց հետո ուսուցիչը կարող է նրա գեղագիտական կողմը ավելի ընդգծել տրամաբանական խստության գեղագիտական հատկանիշի ներգրավման միջոցով: Նման հնարավորություն է տալիս, օրինակ, հետևյալ հարցադրումը. երկու աղեղները ձգող լարերի միջնուղղահայացները կարո՞ղ են իրար զուգահեռ լինել:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹՅՈՒՆ

Աշխատանքի ուսումնասիրության իրականացման արդյունքում մենք եկել ենք այն եզրահագմանը, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում շատ կարևոր է գեղագիտական դաստիարակության իրականացումը, քանի որ բացի խնդիրների լուծմանը հանգելուց այն աշակերտների մոտ ձևավորում է ձգտելու և պայքարելու ձիրք, ինչպես օրինակ շախմատային խաղում խաղը հաղթանակով ավարտելու ձգտումը: Մեր դատողությամբ մաթեմատիկայում գեղագիտական դաստիարակությունը այն կարևորագույն մեթոդներից մեկն է, որը պետք է աշակերտների մոտ ձևավորի այն կարողունակությունը, որ յուրաքանչյուր խնդրի լուծման մեջ չնայած որ կանոններն ու մեթոդները հստակ են, ինչպես շախմատային պարտյան, սակայն ամեն անգամ նմանատիպ մեկ այլ խնդիր լուծելու համար զրոյական նոր կետից է սկսվելու դատողություններն ու խնդրի լուծման գործընթացը: Ելնելով մեր կողմից իրականացված հետազոտության արդյունքներից, մենք **առաջարկում** ենք մաթեմատիկայում էլեմենտար մաթեմատիկական տրամաբանության զարգացմանը զուգընթաց աշակերտների մոտ գեղագիտական դաստիարակությամբ ձևավորել մեծ ջանքի գործադրմամբ խնդրի լուծման պարտադիր հանգման կարողունակություն: Առաջարկն ավելի պատկերավոր ցույց տալու համար մեկնաբանենք այս կերպ. աշակերտի ենթագիտակցությունից սկսած արմատացնել այն գաղափարը, որ մեծ ջանքի ներդրման արդյունքում անպայման կհանգի խնդրի գոնե մեկ տարբերակի լուծմանը:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ա. Ավագյան, Հիշողության երևույթը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, Մաթեմատիկան դպրոցում, 2009, № 5-6:
2. Մ. Ա. Դանիելյան, Վ. Հ. Միքայելյան, Հ, Ս. Միքայելյան, Հոգեկան երևույթները մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, 1. Ուշադրություն, Մաթեմատիկան դպրոցում, 2000, №5-6:
3. Հ. Ս. Միքայելյան, Հանրահաշիվ 7, Հանրակրթական դպրոցի դասա- գիրք, Երևան, Էդիթ պրինտ, 2006:
4. Հ. Ս. Միքայելյան, Հանրահաշիվ 8, Հանրակրթական դպրոցի դասագիրք, Երևան, Էդիթ պրինտ, 2007:
5. Հ. Ս. Միքայելյան, Հանրահաշիվ 9, Հանրակրթական դպրոցի դասա- գիրք, Երևան, Էդիթ պրինտ, 2008:
6. Հ. Ս. Միքայելյան, Բարոյական արժեքները և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Էդիթ պրինտ, 2011, 186 էջ:
7. Հ. Ս. Միքայելյան, Կամային որակների ձևավորումը և մաթեմատիկա- կան կրթությունը, Մարդ և հասարակություն, 2013, №2:
8. Հ. Ս. Միքայելյան, Մաթեմատիկայի ուսուցման մեթոդների գեղագի- տական գրավչությունը, Մաթեմատիկան դպրոցում, 2013, №4:
9. Հ. Ս. Միքայելյան, Գեղագիտական պահանջմունքները և մաթեմատի- կական գործունեությունը, Մարդ և հասարակություն, 2013, №4:
10. Հ. Ս. Միքայելյան, Մաթեմատիկական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշները, «Մաթեմատիկան դպրոցում», №1, 2014: