

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

10-րդ դասարան

Առաջին օր (18 փետրվարի, 2023թ)

1. Դիցուք a_1, a_2, a_3, \dots հաջորդականությունը որոշվում է հետևյալ կերպ. $a_1 = 1, a_2 = 2$ և ցանկացած $n > 1$ բնական թվի համար

$$a_{n+1} = a_n + a_{n-1}(a_n - a_{n-1}) :$$

Ապացուցել, որ $\{a_n\}$ հաջորդականության ցանկացած երկու անդամ փոխադարձաբար պարզ են:

2. Ննարավոր է արդյոք բնական թվերի բազմությունը փրոհել երկու էլեմենտանոց A_1, A_2, \dots անվերջ բազմությունների այնպես, որ A_k բազմության էլեմենտների գումարը հավասար լինի $k + 2023$ -ի:

Ծանոթություն: X բազմությունը փրոհել բազմությունների նշանակում է կառուցել իրար հետ զույգ առ զույգ հատում չունեցող բազմություններ, որոնց միավորումը հավասար է X -ի:

3. Դիցուք ABC ոչ հավասարասրուն սուրանկյուն եռանկյան BE և AK բարձրությունները հարվում են H կետում: Դիցուք R -ը AH հարվածի միջնակետն է, իսկ AK ուղիղը ABC եռանկյանն արտագծած O կենտրոնով շրջանագիծը հատում է A -ից փարբեր D կետում: Դիցուք P -ն OH հարվածի միջնակետն է, իսկ T -ն DER եռանկյանն արտագծած շրջանագծի կենտրոնն է: Ապացուցել, որ TP ուղիղը ուղղահայաց է RE ուղղին:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր