

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

9-րդ դասարան

Առաջին օր (18 փետրվարի, 2023թ)

1. Գտնել բոլոր (x, y) փոխադարձաբար պարզ թվերի թվագույգերը, որոնք բավարարում են $x^2 - x = 13(y^2 - y)$ հավասարությանը:
2. Դիցուք ABC ոչ հավասարասրուն սուրանկյուն եռանկյան BE և AK բարձրությունները հատվում են H կետում: Դիցուք AK ուղիղը ABC եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը հատում է $(A$ -ից փարբեր) D կետում, իսկ R -ը AH հատվածի միջնակետն է: Դիցուք RE և BD ուղիղները հատվում են T կետում, իսկ O -ն TRB եռանկյանն արտագծած շրջանագծի կենտրոնն է: Ապացուցել, որ TO ուղիղը ուղղահայաց է BR ուղիղին:
3. Գտնել ամենափոքր n բնական թիվը, որ 1 -ից n բնական թվերը հնարավոր է ներկել սև ու սպիտակ (յուրաքանչյուր թիվ մեկ գույնով) այնպես, որ ցանկացած սև թիվ հավասար է իրարից փարբեր որևէ երկու սպիտակ թվերի գումարի, իսկ ցանկացած սպիտակ թիվ՝ որևէ երկու սև թվերի փարբերության:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր