

## Մաթեմատիկայի օլիմպիադա

### Հանրապետական փուլ

#### 7-րդ դասարան

#### (Լուծումներ)

1. Ամուսինը վեց տարով մեծ է կնոջից: Մի անգամ նա նկատեց, որ իր տարիքի կեսը ապրել է կնոջ հետ: Դրանից 14 տարի անց կինը նկատեց, որ ամուսնու հետ ապրել է իր տարիքի երկու երրորդը: Քանի՞ տարեկան կլինեն ամուսինը և կինը այն պահին, երբ կլրանա նրանց ամուսնության 50 տարին:

**Լուծում.** Ենթադրենք ամուսինն այս պահին  $x$  տարեկան է, կինը կլինի՝  $x-6$  տարեկան: 14 տարի հետո ամուսինը կնոջ հետ ապրել է  $\frac{x}{2} + 14$  տարի, կինը ամուսնու հետ՝  $\frac{2}{3}(x+8)$  տարի: (2 միավոր): Հավասարումը կլինի՝  $\frac{x}{2} + 14 = \frac{2}{3}(x+8)$ : Լուծելով կստանանք  $x = 52$ , հետևաբար ամուսինն ամուսնացել է 26 տարեկան հասակում (2 միավոր): Երբ լրանա նրանց ամուսնության 50 ամյակը, ամուսինը կլինի  $52+24 = 76$  տարեկան, կինը՝ 70 (1 միավոր):  
Պատասխան՝ 76;70

2. Գտնել  $13a^2 + b^2 + c^2 - 4ab - 6ac + b$  արտահայտության փոքրագույն արժեքը, որտեղ  $a$ -ն,  $b$ -ն և  $c$ -ն բնական թվեր են:

**Լուծում.** Արտահայտությունը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝  $(2a-b)^2 + (3a-c)^2 + b$  (2 միավոր):

- 1) Ենթադրենք արտահայտության փոքրագույն արժեքը հավասար է մեկի: Քանի, որ  $(2a-b)^2 -$ ն և  $(3a-c)^2 -$ ն չեն կարող լինել բացասական, հետևաբար եթե  $b = 1 \Rightarrow a = 0,5$ , որը հնարավոր չէ, որովհետև  $a -$  ն բնական է (2 միավոր):
- 2) Ենթադրենք արտահայտության փոքրագույն արժեքը հավասար է երկու հետևաբար  $b = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow c = 3$  (1 միավոր):

Պատասխան՝ 2

**3.** ABC եռանկյան C անկյունը ուղիղ է: AC կողմի վրա նշված է D կետ, իսկ BD հատվածի վրա վերցված է E կետն այնպես, որ BE=AD: DE-ի և AB-ի միջնակետերում կանգնեցված ուղղահայացները հատվում են CB կողմին պատկանող P կետում: Ապացուցել, որ DE=2DC:

Հուշում. Ցանկացած եռանկյան ներքին անկյունների գումարը  $180^\circ$  է:

**Լուծում.** Դիցուք M-ը AB-ի միջնակետն է, F-ը՝ DE-ի: D;A;E կետերը միացնենք P-ին (1 միավոր):  $\Delta AMP = \Delta BMP$  և  $\Delta DPF = \Delta EPF$  (ըստ երկու կողմի և կազմած անկյան) հետևաբար  $DP = PE$ ,  $AP = PB$  (1 միավոր):  $\Delta ADP = \Delta PEB$  (ըստ երեք կողմերի): Հետևաբար  $\angle ADP = \angle PEB$ ,  $\Rightarrow \angle PDC = \angle PEF = \angle PDF$ , որպես հավասար անկյունների կից անկյուններ (2 միավոր):  $\Delta DCP = \Delta DFP$  (ըստ կողմի և առընթեր երկու անկյունների): Հետևաբար  $DF = CD = EF$ : Այստեղից էլ ստացվում է, որ  $DE = 2DC$ : (1 միավոր):

**4.** Բնական թվի սեփական բաժանարար ասելով կհասկանանք մեկից և իրենից բացի մնացած բաժանարարները (օր. 6-ի սեփական բաժանարարներն են 2-ը և 3-ը, 7-ը չունի սեփական բաժանարար): 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 թվերից յուրաքանչյուրը ներկում ենք տրված երեք գույներից որևէ մեկով, այնպես, որ յուրաքանչյուր թվի գույնը տարբերվի սեփական բաժանարարի գույնից: Ներկելու քանի՞ տարբերակ կա:

**Լուծում.** Քանի որ 5-ը և 7-ը չունեն սեփական բաժանարար, հետևաբար նրանց ներկելու հնարավորությունների քանակը հավասար է  $3 \cdot 3 = 9$  (1 միավոր): 2-ը, 4-ը և 8-ը ներկելու համար անհրաժեշտ կլինի  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  տարբերակ (1 միավոր): Քանի որ 2-ը և 3-ը 6-ի սեփական բաժանարարներ են, իսկ 6-ը և 9-ը կարող ենք ներկել նույն գույնով, հետևաբար 3-ի, 6-ի և 9-ի ներկելու հնարավորությունները կլինեն  $2 \cdot 2 = 4$  (2 միավոր): Վերջնական պատասխանի ձևավորումը  $9 \cdot 6 \cdot 8 = 432$  (1 միավոր):

Որպես այլ լուծում կարելի է ընդունել հետևյալ դեկարտյան արտադրյալը՝

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 432 \text{ (տես նկար դիագրաման)}$$

5	7	2	4	8	6	9	3
3	3	3	2	1	2	2	2