Վերապատրաստող կազմակերպություն `

ՀՀ ԿԳՄՍ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅԱՆ

«Երևանի Լեռի անվան թիվ 65 ավագ դպրոց» ՊՈԱԿ

Հետազոտական աշխատանք

ԹԵՄԱ` *Երկրորդ կարգի կորեր `էլիպս, հիպերբոլ, պարաբոլ: Կանոնական հավասարումները:Կիրառումը դպրոցում:*

Կատարող` Սահակյան Սուսաննա

Թիվ 7 հիմնական

դպրոց

Ղեկավար` ֆմգթ Արման Աթոյան

Գյումրի 2022թ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Երկրաչափության դասընթացը պարունակում է տարաբնույթ նյութեր, սակայն երկրորդ կարգի կորերն առանցքային տեղ ունեն ավագ դպրոցի երկրաչափության դասընթացում: Երբեմն որոշակի դժվարություն է ներկայացնում երկրորդ կարգի կորերի հետ կապված խնդիրների լուծումը:

Երկրորդ կարգի կորերի որոշ հասկացություններ հանդիպում են նաև ֆիզիկայում: Օրինակ հիպերբոլով են շարժվում ալֆա մասնիկները Ռեզերֆորդի փորձում, էլիպսով են շարժվում մոլորակներն արեգակի շուրջ, պարաբոլով է շարժվում հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետված նյութական կետը ծանրության ուժի ազդեցության տակ: Հետևաբար կարելի է համարել, որ այս թեման նաև միջառարկայական կապ է ստեղծում ֆիզիկայի ու մաթեմատիկայի միջև:

ԵՐԿՐՈՐԴ ԿԱՐԳԻ ԿՈՐԵՐ՝ ԷԼԻՊՍ, ՀԻՊԵՐԲՈԼ, ՊԱՐԱԲՈԼ: ԿԱՆՈՆԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ

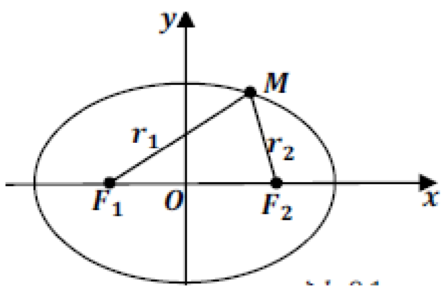
Էլիպս և նրա հավասարումը: Դիցուք հարթության վրա տրված են F_1 և F_2 կետերը, որոնք կոչվում են ֆոկուսներ, և նրանց միջև հեռավորությունը հավասար է $2c$: Տրված է նաև a թիվը, որը բավարարում է

$$c < a \tag{1}$$

անհավասարությանը:

Էլիպս է կոչվում հարթության այն կետերից կազմված երկրաչափական պատկերը, որի յուրաքանչյուր կետի F_1 և F_2 ֆոկուսներից հեռավորությունների գումարը հավասար է $2a$:

Էլիպսի սահմանումից անմիջապես հետևում է նրա կառուցման հետևյալ եղանակը. եթե $2a$ երկարությամբ ոչ առաձգական թելի ծայրերն ամրացնենք F_1 և F_2 կետերում և թելը ձգենք մատիտի սուր մասով, ապա այն շարժման ընթացքում կգծի F_1 և F_2 ֆոկուսներով էլիպս, որի կամայական կետի հեռավորությունների գումարը ֆոկուսներից հավասար է$2a$: Կատարելով այդ կառուցումը՝ կարելի է տեսանելիորեն համոզվել, որ էլիպսն իրենից ներկայացնում է (ձվաձև տեսքի) ուռուցիկ փակ գիծ, որը սիմետրիկ է F_1F_2հատվածի (ուղղի) և այդ հատվածի միջնուղղահայացի նկատմամբ:



Կազմենք էլիպսի հավասարումը: Այդ նպատակով ընտրենք Oxy ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատային համակարգն այնպես, որ Ox առանցքն անցնի F_1 և F_2 ֆոկուսներով և ունենա $\overline{F_1F_2}$ հատվածի ուղղությունը, իսկ կոորդինատների O

սկզբնակետը համընկնի F_1F_2 հատվածի միջնակետի հետ: Այդ դեպքում $F_1(-c, 0)$ և $F_2(c, 0)$:

Դիցուք $M(x, y)$ կետը հանդիսանում է էլիպսի կամայական կետ: M կետի հեռավորությունները F_1 և F_2 ֆոկուսներից (ֆոկուսային շառավիղները), համապատասխանաբար նշանակենք r_1 և r_2, այսինքն՝ $F_1M = r_1$և $F_2M = r_2$: Այդ դեպքում ունենք, որ

$F_1M = r_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$, $F_2M = r_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$, ըստ էլիպսի սահմանման՝

$$F_1M + F_2M = r_1 + r_2 = 2a: \quad (2)$$

Հետևաբար

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a: \quad (3)$$

Վերջինս հանդիսանում է էլիպսի հավասարումը նշված կոորդինատային համակարգում, քանի որ նրան բավարարում են էլիպսի բոլոր կետերի կոորդինատները և միայն այդ կետերի:

Ձևափոխենք (3) հավասարումը: Այդ նպատակով (3) հավասարման ձախ մասի երկրորդ գումարելին տեղափոխենք աջ մաս, որից հետո ստացված հավասարման երկու մասն էլ բարձրացնենք քառակուսի և կատարենք նման անդամների միացում.

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow (x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow 4cx = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} \Rightarrow a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - cx:$$

Վերջին հավասարման երկու մասն էլ բարձրացնելով քառակուսի, կունենանք՝

$$a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 - 2a^2cx + c^2x^2 \Rightarrow (a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2):$$

Ներմուծենք նոր մեծություն՝ $b = \sqrt{a^2 - c^2}$: Քանի որ $a > c$, ապա $a^2 - c^2 > 0$ և b մեծությունն իրական թիվ է: Հետևաբար

$$b^2 = a^2 - c^2, \quad (4)$$

և կարող ենք գրել, որ

$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ կամ

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$: (5)

Մենք ցույց տվեցինք, որ էլիպսի ցանկացած կետի կորդինատները բավարարում են (5) հավասարմանը: Այժմ ցույց տանք հակառակը. կամայական $M(x, y)$ կետ, որը բավարարում է (5) հավասարմանը, պատկանում է էլիպսին, այսինքն՝ բավարարում է (3) առնչությանը: Վերջին (5) հավասարումից ստանում ենք, որ

$$y^2 = b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right):$$

Օգտագործելով այս առնչությունը և $b^2 = a^2 - c^2$ հավասարությունը՝ գտնում ենք, որ

$$F_1M = r_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + 2cx + c^2 + b^2 - b^2\frac{x^2}{a^2}} =$$

$$\sqrt{\frac{c^2}{a^2}x^2 + 2cx + a^2} = \sqrt{\left(\frac{c}{a}x + a\right)^2} = \left|\frac{c}{a}x + a\right|:$$

Քանի որ, ըստ (5) հավասարման, $|x| \le a$ և $c < a$, ապա

$F_1M = r_1 = a + \frac{c}{a}x$ (6)

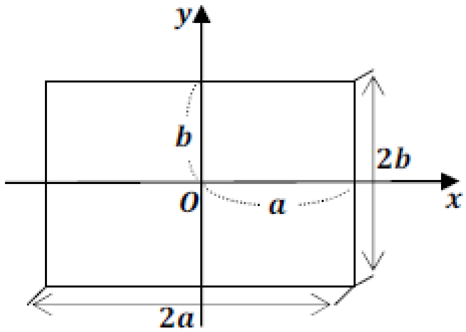
Նմանապես կարելի է ստանալ

$F_2M = r_2 = a - \frac{c}{a}x$ (7)

բանաձևը: Գումարելով վերջին երկու հավասարությունները՝ ստանում ենք (2) կամ (3) հավասարությունները:

Այսպիսով, (5) առնչությունը հանդիսանում է էլիպսի հավասարում, որը կոչվում է էլիպսի կանոնական հավասարում: Այն երկրորդ աստիճանի հավասարում է, ուստի էլիպսը հանդիսանում է երկրորդ կարգի կոր:

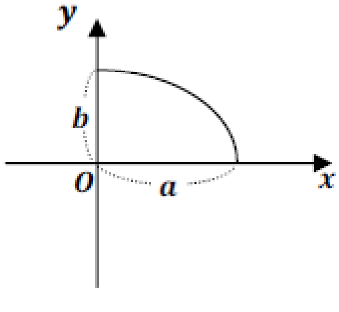
Ելնելով էլիպսի կանոնական հավասարումից՝ ուսումնասիրենք էլիպսի գծապատկերը: Էլիպսի կետերի կոորդինատները սահմանափակված են $|x| \le a$ և $|y| \le b$ անհավասարություններով: Դա նշանակում է, որ էլիպսը սահմանափակ պատկեր է, որը դուրս չի գալիս նկարում պատկերված ուղղանկյան սահմաններից:



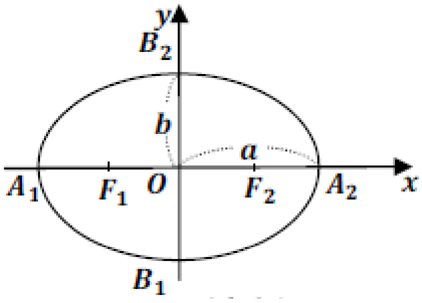
Հաջորդիվ նկատենք, որ (5) հավասարման մեջ մասնակցում են կոորդինատների միայն զույգ աստիճանները: Այդ պատճառով ամեն մի $M(x, y)$ կետի հետ միասին էլիպսը պարունակում է նաև $M_1(-x, y)$, $M_2(x, -y)$,$M_3(-x, -y)$ կետերը: Իսկ դա նշանակում է, որ էլիպսը մի պատկեր է,որը սիմետրիկ է Ox, Oyառանցքների նկատմամբ և կոորդինատների սկզբնակետի նկատմամբ: Ուստի էլիպսի գծապատկերի ուսումնասիրման համար բավարար է այն դիտարկել միայն կոորդինատային առաջին քառորդում, իսկ մյուս քառորդներում նրա կառուցումն որոշվում է ըստ սիմետրիայի: Առաջին քառորդի համար կանոնական հավասարումից ստանում ենք, որ

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}:$$

Երբ x փոփոխականը մեծանում է զրոյից մինչև a, այդ ժամանակ y փոփոխականը նվազում է b-ից մինչև զրո, և այդ դեպքում$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$ ֆունկցիայի գրաֆիկը կունենա հետևյալ տեսքը՝



Ըստ սիմետրիայի կառուցելով մնացած երեք քառորդների գրաֆիկները՝ կստանանք ամբողջ էլիպսը՝



Էլիպսի սիմետրիայի առանցքները (Ox և Oy առանցքները) կոչվում են նրա առանցքներ, իսկ նրա սիմետրիայի O կենտրոնը՝ էլիպսի կենտրոն: Էլիպսի կիսաառանցքներ կոչվում են OA_2 և OB_2 հատվածները, ինչպես նաև նրանց a և b երկարությունները: Մեր ենթադրությունների համաձայն, երբ էլիպսի ֆոկուսները գտնվում են Ox առանցքի վրա, (4) առնչությունից հետևում է, որ $a > b$: Այդ դեպքում a-ն կոչվում է մեծ կիսաառանցք, իսկ b-ն՝ փոքր կիսաառանցք: Սակայն (5) հավասարումը կարելի է դիտարկել նաև $a < b$ պայմանի դեպքում: Դա կլինի այն էլիպսի հավասարումը, որի ֆոկուսները գտնվում են Oy առանցքի վրա և մեծ կիսաառանցքը հավասար է b:

(5) հավասարումը դիտարկենք $a = b$ պայմանի համար: Այդ դեպքում այն կարելի է գրել

$$x^2 + y^2 = a^2$$

տեսքով, որը հանդիսանում է a շառավղով և O կենտրոնով շրջանագծի հավասարումը: Հետագայում շրջանագիծը կդիտարկենք որպես հավասար կիսաառանցքներով էլիպս, որի ֆոկուսները համընկնում են շրջանագծի կենտրոնի հետ:

Էլիպսի էքսցենտրիսիտետ կոչվում է $\varepsilon = \frac{c}{a}$ հարաբերությունը:

Քանի որ $c < a$, ապա $\varepsilon < 1$, այսինքն՝ յուրաքանչյուր էլիպսի էքսցենտրիսիտետ փոքր է մեկից: Շրջանագծի համար $c = 0$ և $\varepsilon = 0$:

Մյուս կողմից $c^2 = a^2 - b^2$: Ուստի

$$\varepsilon^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2},$$

որտեղից էլ

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

և

$$\frac{b}{a}=\sqrt{1-\varepsilon^2}:$$

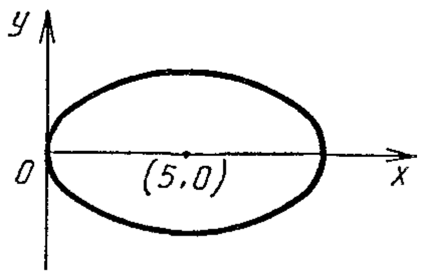
Այստեղից հետևում է, որ ε էքսցենտրիսիտետը բնութագրում է էլիպսի ձևը. ինչքան ε-ը մոտ է զրոյին, այնքան շատ էլիպսը նման է շրջանագծի, իսկ ε-ի մեծացման դեպքում՝ այն ձգվում է:

Օգտագործելով էքսցենտրիսիտետի հասկացությունը՝ ֆոկուսային r_1 և r_2 շառավիղների համար ստանում ենք

$$F_1M=r_1=a+\varepsilon x, F_2M=r_2=a-\varepsilon x$$

բանաձևերը:

Օրինակ: Էլիպսը շոշափում է օրդինատների առանցքը կոորդինատների սկզբնակետում, իսկ նրա սիմետրիայի կենտրոնը գտնվում է $(5,0)$ կետում: Կազմել էլիպսի հավասարումը, եթե նրա էքսցենտրիսիտետը հավասար է $0{,}6$:



Որոնելի էլիպսի կանոնական հավասարումը կլինի.

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1.$$

Նշված օրինակի համար այն կլինի.

$$\frac{(x-5)^2}{25}+\frac{(y-0)^2}{b^2}=1.$$

Հայտնի է, որ $b^2=a^2-c^2$: Հետևաբար b -ի համար անհրաժեշտ է իմանալ C-ն: C-ն որոշենք էքսցենտրիսիտետի հավասարումից $=\frac{c}{a}$; $0{,}6=\frac{c}{5}$; $c=3$: Հետևաբար $b^2=25-9=16; b=4$:

Այսպիսով որոնելի էլիպսի հավասարումը կլինի

$$\frac{(x-5)^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1.$$

Պատ. $\frac{(x-5)^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

Հիպերբոլ և նրա հավասարումը: Դիցուք հարթության վրա տրված են F_1 և F_2 կետերը, որոնք կոչվում են ֆոկուսներ, որոնց միջև հեռավորությունը հավասար է $2c$: Տրված է նաև a թիվը, որը բավարարում է $0<a<c$ անհավասարություններին:

Հիպերբոլ է կոչվում հարթության կետերից կազմված այն երկրաչափական պատկերը, որի յուրաքանչյուր կետի հեռավորությունների տարբերության բացարձակ արժեքը F_1և F_2 ֆոկուսներից հավասար է $2a$:

Նշված բազմությունը $a=0$ դեպքում հանդիսանում է ուղիղ, $a=c$ դեպքում՝ երկու ճառագայթներ, իսկ $a>c$ դեպքում՝ դատարկ բազմություն:

Կազմենք հիպերբոլի հավասարումը: Այդ նպատակով ընտրենք Oxy ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատային համակարգն այնպես, որ Ox առանցքն անցնի F_1և F_2 ֆոկուսներով և ունենա $\overline{F_1F_2}$ հատվածի ուղղությունը, իսկ կոորդինատների O սկզբնակետը համընկնի F_1F_2 հատվածի միջնակետի հետ: Այդ դեպքում $F_1(-c,0)$ և $F_2(c,0)$:

Դիցուք $M(x,y)$ կետը հանդիսանում է հիպերբոլի կամայական կետ: M կետի հեռավորությունները F_1և F_2 ֆոկուսներից (ֆոկուսային շառավիղները), համապատասխանաբար նշանակենք r_1և r_2, այսինքն՝ $F_1M=r_1$ և $F_2M=r_2$:

Այդ դեպքում, ունենք, որ $F_1M=r_1=\sqrt{(x+c)^2+y^2}$, $F_2M=r_2=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$

և, ըստ հիպերբոլի սահմանման՝

$$F_1M-F_2M \vee\vee r_1-r_2 \vee 2a$$

կամ

$$F_1M-F_2M=r_1-r_2=\pm 2a: \tag{8}$$

Հետևաբար

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}=\pm 2a: \tag{9}$$

Վերջինս հանդիսանում է հիպերբոլի հավասարումը նշված կոորդինատային համակարգում, քանի որ նրան բավարարում են հիպերբոլի բոլոր կետերի կոորդինատները և միայն այդ կետերի: Պարզեցնենք այն: Այդ նպատակով (9) հավասարման ձախ մասի երկրորդ արմատը տեղափոխենք աջ մաս, որից հետո ստացված հավասարման երկու մասն էլ բարձրացնենք քառակուսի և կատարենք նման անդամների միացում.

$\sqrt{(x+c)^2+y^2} = \sqrt{(x-c)^2+y^2} \pm 2a \Rightarrow \quad (x+c)^2+y^2 = (x-c)^2+y^2 \pm 4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}+4a^2$

$\Rightarrow 4cx = 4a^2 \pm 4a\sqrt{(x-c)^2+y^2} \Rightarrow cx-a^2 = \pm a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$:

Վերջին հավասարման երկու մասն էլ բարձրացնելով քառակուսի, կունենանք՝

$$c^2x^2+a^4-2a^2cx = a^2x^2-2a^2cx+a^2c^2+a^2y^2 \Rightarrow (c^2-a^2)x^2-a^2y^2 = a^2(c^2-a^2):$$

Ներմուծենք նոր մեծություն՝ $b=\sqrt{c^2-a^2}$: Քանի որ $c>a$, ապա $c^2-a^2>0$ և b մեծությունն իրական թիվ է: Հետևաբար

$$b^2 = c^2-a^2, \tag{10}$$

և կարող ենք գրել, որ $\quad b^2x^2-a^2y^2 = a^2b^2$

կամ $$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{11}$$

Սրանով ցույց տվեցինք, որ (9) հավասարումից հետևում է (11) հավասարումը, այսինքն՝ հիպերբոլի ցանկացած կետի կոորդինատները բավարարում են (11) հավասարմանը: Ցույց տանք հակառակ կողմը: Դիցուք $M(x,y)$ կետը բավարարում է (11) հավասարմանը: Այդ դեպքում$y^2 = b^2\left(\frac{x^2}{a^2}-1\right)$:

Օգտագործելով այս առնչությունը և $b^2=c^2-a^2$ հավասարությունը՝գտնում ենք, որ

$F_1M = r_1 = \sqrt{(x+c)^2+y^2} =$

$$\sqrt{x^2+2cx+c^2+b^2\frac{x^2}{a^2}-b^2-} = \sqrt{\frac{c^2}{a^2}x^2+2cx+a^2} = \sqrt{\left(\frac{c}{a}x+a\right)^2} = \left|\frac{c}{a}x+a\right|$$

Նմանապես կարելի է ստանալ, որ

$$F_2M = r_2 = \left|\frac{c}{a}x-a\right|$$

Քանի որ, ըստ (11) հավասարման, $|x| \geq a$ և $c > a$, ապա $x \geq a$ համար կունենանք, որ $F_1M = \frac{c}{a}x + a, F_2M = \frac{c}{a}x - a$:

Հետևաբար

$$F_1M - F_2M = 2a:$$

Իսկ $x \leq -a$ համար՝

$$F_1M = \frac{-c}{a}x - a, F_2M = \frac{-c}{a}x + a:$$

Հետևաբար

$$F_1M - F_2M = -2a:$$

Այսպիսով, (11) հավասարմանը բավարարող ցանկացած կետի կոորդինատները բավարարում են նաև (8) հավասարմանը և, նշանակում է, (9) հավասարմանը: Սրանով ցույց տվեցինք, որ (9) և (11) հավասարումները համարժեք են և հետևաբար, (11) հավասարումն որոշում է հիպերբոլ: Այն կոչվում է հիպերբոլի կանոնական հավասարում, որը հանդիսանում է երկրորդ աստիճանի հավասարում, ուստի հիպերբոլը հանդիսանում է երկրորդ կարգի կոր:

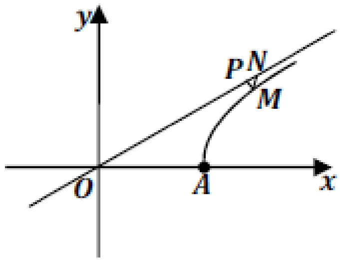
Հիպերբոլի կանոնական հավասարումից հետևում է, որ $|x| \geq a$: Դա նշանակում է, որ ողջ հիպերբոլը գտնվում է $x = -a$ և $x = a$ ուղիղներով սահմանափակված շերտից դուրս: Քանի որ (11) հավասարման մեջ մասնակցում են կոորդինատների միայն զույգ աստիճանները, ապա հիպերբոլը սիմետրիկ է կոորդինատների սկզբնակետի և կոորդինատային առանցքներից յուրաքանչյուրի նկատմամբ: Այդ իսկ պատճառով բավարար է հիպերբոլի գրաֆիկը գտնել կոորդինատային քառորդներից մեկում, օրինակ առաջինում. մնացած քառորդներում հիպերբոլը կառուցվում է համաձայն սիմետրիայի: Առաջին քառորդի համար ունենք, որ

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}, x \geq a:$$

Այս ֆունկցիայի գրաֆիկը, սկսած $A(a, 0)$ կետից, անսահմանորեն շարժվում է աջ և վերև: Ցույց տանք, որ այդ դեպքում այն ինչքան հնարավոր է մոտենում է

$$Y = \frac{b}{a}x$$

ուղղին:

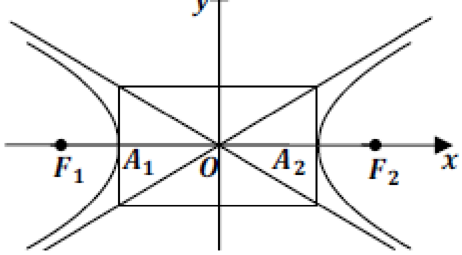


Դիտարկվող $y = \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}, x \geq a$ ֆունկցիայի գրաֆիկի կամայական M կետից տանենք Oy առանցքին զուգահեռ ուղիղ, որը $Y = \frac{b}{a}x$ ուղիղը հատում է N կետում: Բացի այդ M կետից այդ ուղղի վրա իջեցնենք MP ուղղահայացը: Այդ դեպքում $MN = Y - y = \frac{b}{a}x - \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} = \frac{b}{a}\left(x - \sqrt{x^2 - a^2}\right) = \frac{ab}{x+\sqrt{x^2-a^2}} \Rightarrow \lim_{x\to\infty} MN = 0$: Քանի որ, $MP < MN$, ապա $\lim_{x\to+\infty} MP = 0$:

Այսպիսով, երբ առաջին քառորդում գտնվող (11) հիպերբոլի փոփոխական M կետը ձգտում է անվերջության, ապա այդ կետի հեռավորությունը $Y = \frac{b}{a}x$ ուղղից ձգտում է զրոյի: Դրան համապատասխան ընդունված է ասել, որ հիպերբոլն ասիմպտոտիկորեն մոտենում է $Y = \frac{b}{a}x$ ուղղին, իսկ այդ ուղիղն անվանում են **հիպերբոլի ասիմպտոտ**: Ակնհայտ է, որ (11) հիպերբոլն ունի երկու ասիմպտոտ.

$$y = \frac{b}{a}x, y = \frac{-b}{a}x:$$

Կառուցենք (11) հիպերբոլի գրաֆիկը ամբողջությամբ: Սկզբում կառուցում ենք հիպերբոլի այսպես կոչված հիմնական ուղղանկյունը, որի կենտրոնը համընկնում է կոորդինատների սկզբնակետի հետ, իսկ կողմերը հավասար են $2a$ և $2b$ ու համապատասխանաբար զուգահեռ են Ox և Oy առանցքներին: Ուղիղները, որոնց վրա գտնվում են ուղղանկյան անկյունագծերը, հանդիսանում են հիպերբոլի ասիմպտոտները: Դրանից հետո կառուցում ենք հիպերբոլի գրաֆիկը :



Նշենք, որ հիպերբոլը երկու առանձին ճյուղերից կազմված պատկեր է. (8) հավասարության աջ մասի «+» նշանը համապատասխանում է նրա աջ ճյուղին, իսկ «–» նշանը՝ ձախ ճյուղին:

Հիպերբոլի սիմետրիայի կենտրոնը կոչվում է նրա կենտրոն: Սիմետրիայի առանցքները կոչվում են հիպերբոլի առանցքներ, ընդ որում, հիպերբոլը երկու կետերում հատող առանցքը կոչվում է իրական, իսկ երկրորդը՝ կեղծ: Հիպերբոլի գագաթներ կոչվում են հիպերբոլի՝ իրական առանցքի հետ հատման A_1 և A_2 կետերը: Հիպերբոլի կիսաառանցքներ կոչվում են a և b մեծությունները: Եթե $a = b$, ապա հիպերբոլը կոչվում է հավասարակողմ:

Դիտարկենք նաև

$$\frac{-x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

հավասարումը: Ակնհայտ է, որ այն ևս որոշում է հիպերբոլ, որի ֆոկուսները գտնվում են Oy առանցքի վրա, իսկ հիմնական ուղղանկյունը և ասիմպտոտները համապատասխանաբար համընկնում են (11) հիպերբոլի հիմնական ուղղանկյան և ասիմպտոտների հետ:

Հիպերբոլի էքսցենտրիսիտետ կոչվում է

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

հարաբերությունը:

Յանկացած հիպերբոլի համար $\varepsilon > 1$: Էքսցենտրիսիտետը բնութագրում է հիպերբոլի հիմնական ուղղանկյան ձևը և, հետևաբար, հենց հիպերբոլի ձևը. ինչքան ε-ը փոքր է, այնքան շատ է ձգված հիմնական ուղղանկյունը, իսկ նրա հետ նաև հիպերբոլը՝ իրական առանցքի երկայնքով:

Օգտագործելով էքսցենտրիսիտետի հասկացությունը՝ ֆոկուսային r_1 և r_2 շառավիղների համար ստանում ենք

$$r_1 = \varepsilon x + a, r_2 = \varepsilon x - a$$

բանաձևերն աջ ճյուղի համար $(x \geq a)$, և

$$r_1 = -(\varepsilon x + a), r_2 = -(\varepsilon x - a)$$

բանաձևերն ձախ ճյուղի համար $(x \leq a)$:

Օրինակ: Հիպերբոլի իրական կիսաառանցքը $a=4$ է, էքսցենտրիսիտետը $\varepsilon=1{,}25$. Կազմել հիպերբոլի կանոնական հավասարումը և պատկերել այն:

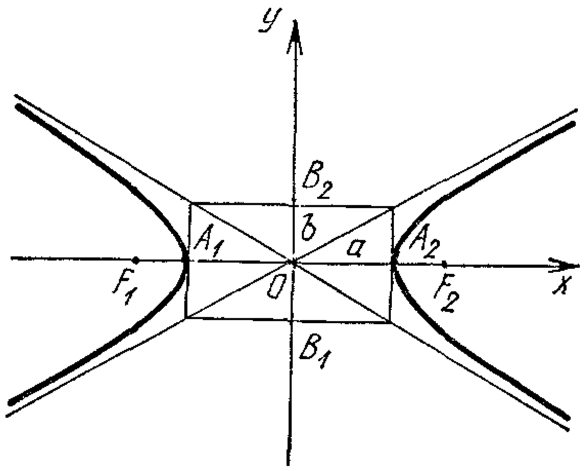
Լուծում: Հիպերբոլի էքսցենտրիսիտետի համար ունենք $\varepsilon=c/a=1{,}25$. Հետևաբար,

$$c=1{,}25a=1{,}25\cdot 4=5,\; b^2=c^2-a^2=25-16=9,$$

$F_1(-5{,}0)$, $F_2(5{,}0)$ -ը կլինեն հիպերբոլի ֆոկուսները, իսկ կեղծ կիսաառանցքի համար կստանանք $b=3$. Այսպիսով որոնելի հիպերբոլի հավասարումը կլինի

$$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1.$$

Այսպիսով հիպերբոլի գագաթներն են $A_1(-4{,}0)$, $A_2(4{,}0)$, $B_1(0,-3)$, $B_2(0{,}3)$. Գագաթներով տանենք հիմնական ուղղանկյունը, վերջինիս անկյունագծերն են $y=\pm\frac{3}{4}x$ որոնք կլինեն հիպերբոլի ասիմպտոտները: A_1 և A_2 գագաթներով տանենք հիպերբոլի ճյուղերը ձգտեցնելով դրանք ասիմպտոտներին:



Պատ. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$: