# ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Թեմա՝ Տարածաչափություն

Կատարող՝ Հակոբյան Հայկուհի

Դպրոց՝ հ. 144 հիմնական դպրոց

Առարկա՝ Երկրաչափություն

Կազմակերպություն՝ "Երևանի Լեոյի անվան հ. 65 ավագ դպրոց" ՊՈԱԿ

Խմբի պատասխանատու՝ Խաչատրյան Զինա

# Ներածություն

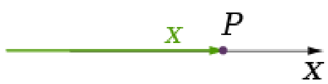
Տարածաչափական մարմինները ներկայացնելուց առաջ նախ պետք է ներկայացնենք զրոական, միաչափ, երկչափ, եռաչափ տարածությունները

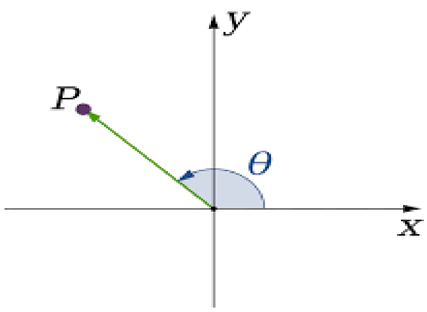
Զրոական, միաչափ և երկչափ տարածությունները կարելի է համարել եռաչափ տարածության մասնավոր դեպքեր: Իսկ եռաչափ տարածությունը կարելի է համարել քառաչափ տարածության մոդելի մի մաս(չորրորդ չափումը երբեմն անվանում են ժամանակ):Ներկայացնենք զրոյական տարածությունը:

**Զրոյական տարածության** գրաֆիկական պատկերը կարող է հանդիսանալ մի քանի տարածությունների ազատ կետ:

Այնուհետև ներկայացնենք միաչափ տարածությունը:

**Միաչափ տարածությունում** կոորդինատային համակարգի օրինակ է հանդիսանում թվային առանցքը, որի վրա տեղադրված են կետեր և հատվածներ, որոնք ունեն միայն մեկ տարածական բնութագիր, չափը կամ երկարություն: Միաչափ տարածությունում կարելի է հաշվել նաև անկյունը:

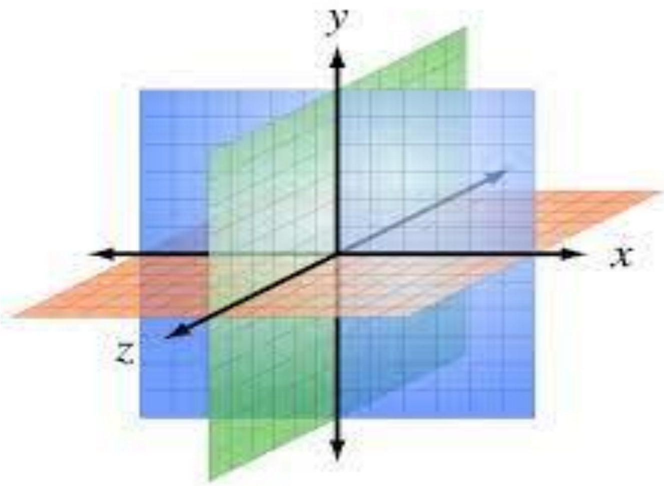



Ներկայացնենք երկչափ տարածությունը:

**Երկչափ տարածության** օրինակ է հանդիսանում հարթությունը:Այստեղ յուրաքանչյուր կետ տրվում է երկու կոորդինատներով, որոնք կոչվում են աբցիս և օրդինատ:Հարթ մարմինները ունեն երկու բնութագրիչներ՝ երկարություն և լայնություն:

**Եռաչափ տարածություն**՝ նյութական աշխարհի երկրաչափական մոդելն է: Այս տարածությունը կոչվում է եռաչափ, քանի որ այն ունի երեք միասնական չափեր՝ երկարություն, լայնություն և բարձրություն, այսինքն ՝ եռաչափ տարածությունը նկարագրվում է երեք միավոր ուղղանկյուն վեկտորներով: Եռաչափ տարածության մասին մարդու պատկերացումը ձևավորվում են դեռ վաղ մանկությունից և այն կապված է մարդու շարժումների կոորդինացիայի հետ: Զգայարանների միջոով մեզ շրջապատող աշխարհը ընկալելու կարողությունը անվանում են խորության ընկալում: Վերլուծական երկրաչափության մեջ եռաչափ տարածության յուրաքանչյուր կետը նկարագրվում է երեք մեծությունների՝ կոորդինատների միջոցով: Տրվում են երեք փոխուղղահայաց կոորդինատային առանցքներ, որոնք հատվում են հաշվարկման սկզբնակետում: Կետի դիրքը նշվում է այս երեք առանցքների նկատմամբ ունեցած դիրքով՝ թվերի կարգավորված եռյակի միջով: Այս թվերից յուրաքանչյուրը ցույց է տալիս համապատասխան առանցքի երկայնքով հաշվարկման սկզբնակետից կետի ունեցած հեռավորությունը:



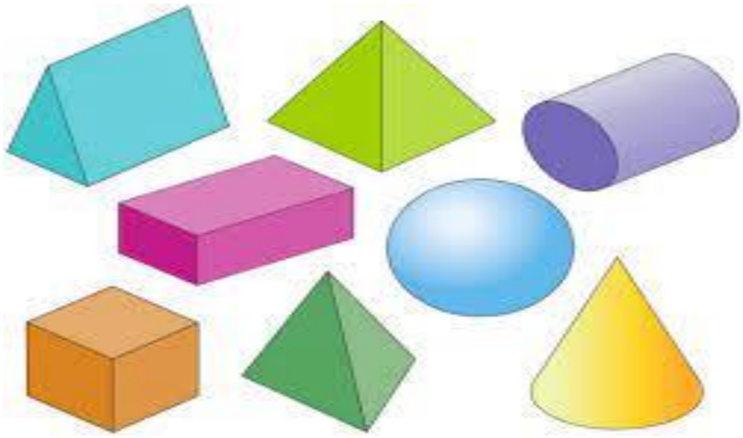

**Տարածություն**, եռաչափ անսահման տարածք, որում ֆիզիկական մարմիններն ու իրադարձություններն ունեն հարաբերական դիրք և ուղղություն, իրական տարածության վերացարկումն ու ընդհանրացումը մաթեմատիկայում: Ֆիզիկական տարածությունը հաճախ վերագրվում է երեք գծային չափում, չնայած արդի ֆիզիկոսները սովորաբար այն ներկայացնում են ժամանակի հետ՝ որպես անսահման քառաչափ տարածաժամանակ: Մաթեմատիկայում «տարածություններին» վերագրվում են տարբեր չափողականություններ և տարբեր ներքին հատկություններ: Տարածության գաղափարը հիմնարար կարևորություն ունի ֆիզիկական տիեզերքը հասկանալու մեջ: Սակայն փիլիսոփաները դեռ վիճում են՝ այն ինքնին էությո՞ւն է թե՞ կապ էությունների միջև:

Տարածության բնույթի, էության և գոյության ձևի մասին վեճերը թվագրում են անտիկ ժամանակներով: Պլատոնի Տիմեոս տրակտատում Սոկրատեսը խոսում է հույների «խորա» (այսինքն՝ տարածություն) հասկացության մասին, Արիստոտելի Ֆիզիկայում (Գիրք IV, Դելտա) տրվում է տոպասի (այսինքն՝ «տեղի») սահմանումը, 11-րդ դարի արաբ բազմագետ (էրուդիտ) Ալհազենը իր Դատողություններ տեղի մասին (Qawl fi al-Makan) աշխատության մեջ խոսում է «տեղի երկրաչափական ընկալման» մասին՝ որպես տարածության : Այս դասական փիլիսոփայական հարցերից շատերը քննարկվել են Վերածնունդի ժամանակներում և վերաձևակերպվել 17-րդ դարում, մասամբ դասական մեխանիկայի ձևավորման վաղ փուլում: Իսահակ Նյուտոնի տեսակետից տարածությունը բացարձակ էր՝ այն իմաստով, որ գոյություն ուներ մշտապես, անկախ նյութի առկայությունից: Այլ բնափիլիսոփաներ, օրինակ՝ Գոթֆրիդ Լայբնիցը համարում էին, որ տարածությունը իրականում օբյեկտների միջև կապերի համախումբ է՝ տրված հեռավորություններով և ուղղություններով: 18-րդ դարում փիլիսոփա և աստվածաբան Ջորջ Բերկլին փորձում էր ապացուցել «տարածական խորության տեսանելիության» գոյությունը իր «Տեսողության նոր տեսության փորձ» տրակտատում: Ավելի ուշ մետաֆիզիկոս Իմանուել Կանտը միտք արտահայտեց, որ ոչ տարածությունը, ոչ ժամանակը չեն կարող փորձնականորեն ընկալվել, դրանք համակարգային ընկալման տարրեր են, որոնք մարդիկ սովոր են կազմել բոլոր փորձերում: Իր «Զուտ բանականության քննադատություն» աշխատության մեջ Կանտը տարածությունը համարում է ինտուիցիայի մաքուր ապրիորի ձև, այդպիսով այն մեր մարդկային ընդունակությունների անշրջանցելի ընկալում է:

19-րդ և 20-րդ դարերում մաթեմատիկոսներն սկսեցին դիտարկել տարածություններ, որտեղ երկրաչափությունը էվկլիդեսյան չէ և որտեղ տարածությունը ոչ թե «հարթ» է, այլ՝ «կորացած»: Համաձայն Ալբերտ Այնշտայնի հարաբերականության ընդհանուր տեսության՝ տարածությունը գրավիտացիոն դաշտի շուրջը շեղվում է էվկլիդեսյան տարածությունից: Ընդհանուր հարաբերականությունը ստուգող փորձերը հաստատեցին, որ տարածության ձևի համար ոչ էվկլիդեսյան տարածությունն ավելի հարմար նկարագրություն է:

<u>**Նպատակը**</u> հանդիսանում է այն,որ երեխան պատկերացում կազմի տարածության, տարածաչափության մասին:

# Տարածաչափություն



Քանի որ երկրաչափության ցանկացած դասընթացի հիմքում ընկած են աքսիոմները մենք պետք է պարզեցված բացատրենք, որ աքսիոմները պնդումներ են, որոնք ընդունվում են առանց ապացուցման: Աքսիոմների օգնությամբ սահմանվում են մնացած բոլոր հասկացություններն ու ապացուցվում են նրանց հատկությունները:

Աքսիոմն կամ պոստուլատը հիմնավորման ելակետն է: Ինչպես դասականորեն ընդունված է, աքսիոմն ակնհայտ նախադրյալ է, որը պետք է ընդունվի առանց վիճարկման, այն անհերքելի ճշմարտություն է: Աքսիոմ հունարեն ἀξίωμα (āxīoma) ' բառից է, որ նշանակում է արժեքավոր գաղափար, կամ այն ինչ համարվում է ակնհայտ: Ժամանակակից տրամաբանության մեջ աքսիոմն պարզապես մտահանգման ելակետն է:

**Նպատակը**՝ երեխան հասկանա թե ինչ է աքսիոմը:

Տարածաչափության հիմնական հասկացություններն են՝ կետ, ուղիղ, հարթություն: Էվկլիդյան երկրաչափության մեջ կետի, ուղղի և հարթության հատկությունները տրվում են 20 աքսիոմների միջոցով:

Ձևակերպենք դրանցից մի քանիսը:

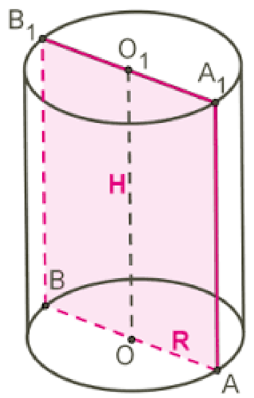
- Տարածության ցանկացած երկու կետով անցնում է ուղիղ և այն էլ միայն մեկը:
- Մի ուղղի վրա չգտնվող ցանկացած երեք կետով անցնում է հարթություն և այն էլ միայն մեկը:

- Մի ուղղի վրա գտնվող երեք կետերով անցնում են անվերջ շատ հարթություններ:
- Եթե ուղղի երկու կետերն ընկած են հարթության մեջ, ապա ուղղի բոլոր կետերն ընկած են այդ հարթության մեջ:
- Եթե երկու հարթություններ ունեն ընդհանուր կետ, ապա նրանք ունեն ընդհանուր ուղիղ, որի վրա են գտնվում այդ հարթությունների բոլոր ընդհանուր կետերը:

Այս ամենը ներկայացնելուց հետո, երեխային ներկայացնենք հարթաչափական մարմիններ, որոնք պտտելով կստանանք տարածաչափական մարմիններ:

## Գլան

Գլան կարելի է ստանալ՝ պտտելով $AA_1O_1O$ ուղղանկյունը իր կողմերից որևէ մեկի, օրինակ՝ $OO_1$-ի շուրջ: Նույն գլանը կարելի է ստանալ՝ պտտելով $AA_1B_1B$ ուղղանկյունն իր հանդիպակաց կողմերի միջնակետերով անցնող $OO_1$ ուղղի շուրջ:




$OO_1$ ուղիղը կոչվում է գլանի առանցք, $AA_1$-ը և $BB_1$-ը՝ ծնորդներ: Գլանի $H$ բարձրությունը հավասար է $OO_1=AA_1=BB_1$ հատվածներից յուրաքանչյուրին:

Պտտման ընթացքում առաջացած երկու շրջանները կոչվում են գլանի հիմքեր:

Գլանի $R=OA=OB$ շառավիղ կոչվում է նրա հիմքի շառավիղը:

Գլանի առանցքով անցնող հարթության և գլանի ընդհանուր մասը կոչվում է գլանի առանցքային հատույթ: Գլանի առանցքային հատույթը ուղղանկյուն է: Վերևի նկարում դա $AA_1B_1B$ ուղղանկյունն է:

Գլանի կողմնային մակերևույթի բացվածքը ևս ուղղանկյուն է:


Այդ ուղղանկյան կողմերից մեկը հիմքի շրջանագծի երկարությունն է, իսկ մյուսը՝ գլանի բարձրությունը: Ուրեմն, գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը հավասար է՝

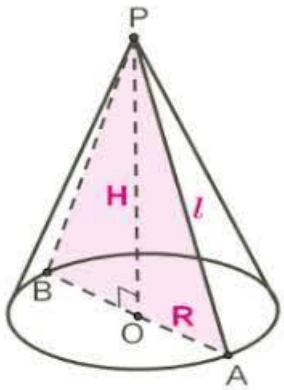
**Sկողմն=2πRH**

Եթե սրան գումարենք երկու հիմքերի մակերեսները, ապա կստանանք գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝

**S=Sկողմն+2Sհիմք=2πRH+2πR²**

## Կոն

Գիտենք, որ կոնը կարելի է ստանալ՝ պտտելով ուղղանկյուն եռանկյունը իր էջերից որևէ մեկի շուրջ:



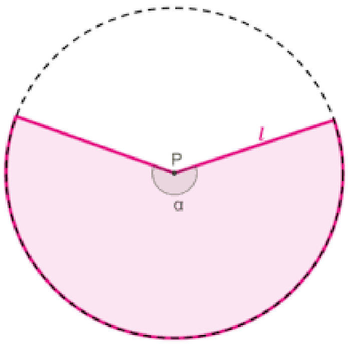
PO հատվածը կոչվում է կոնի բարձրություն:

Կոնի առանցքային հատույթը, որն անցնում է նրա գագաթով, հանդիսանում է PA և PB սրունքներով հավասարասրուն եռանկյուն: PA-ն և PB-ն կոչվում են կոնի ծնորդներ և նշանակվում են l տառով:

Եռանկյան պտույտից առաջացած O կենտրոնով շրջանը կոչվում է կոնի հիմք:

Կոնի շառավիղ կոչվում է նրա հիմքի R=OA=OB շառավիղը:

Կոնի կողմնային մակերևույթի բացվածքը շրջանային սեկտոր է:




Այդ սեկտորի շառավիղը հավասար է կոնի ծնորդին՝ l-ի, իսկ աղեղի երկարությունը հավասար է կոնի հիմքի շրջանագծի երկարությանը՝ $2\pi R$

Ինչպես գիտենք, շրջանային սեկտորի մակերեսը հավասար է նրա շառավղի և աղեղի երկարության արտադրյալի կեսին:

Ստանում ենք՝

$$2\pi Rl/2=\pi Rl$$

Այսպիսով, կոնի կողմնային մակերևույթի (կոնային մակերևույթի) մակերեսը հաշվում են

**Տկողմն=πRl**

բանաձևով:

Լրիվ մակերևույթի մակերեսը ստանալու համար պետք է գումարել հիմքի շրջանի մակերեսը՝

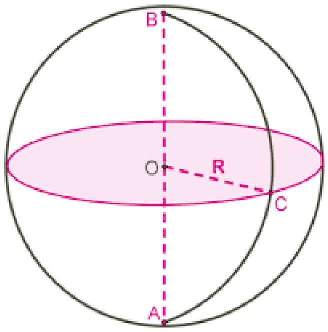
$$S=S_{կողմն}+S_{հիմք}=\pi Rl+\pi R^2$$

Փակագծերից դուրս բերելով ընդհանուր արտադրիչները, ստանում ենք՝

$$S=\pi R\cdot(l+R)$$

## Գունդ

Գունդը ստացվում է կիսաշրջանի կամ շրջանի պտույտի միջոցով՝ իր AB տրամագծի շուրջ:




Գնդի մակերևույթը (գնդային մակերևույթը) կոչվում է գնդոլորտ (սֆերա): Գնդոլորտը ստացվում է կիսաշրջանագծի կամ շրջանագծի պտույտի միջոցով:

Գնդոլորտին են պատկանում գնդի բոլոր այն կետերը, որոնց հեռավորությունը գնդի O կենտրոնից հավասար է R շառավղին:

OA-ն, OB-ն և OC-ն, կամ ցանկացած այլ հատված, որը միացնում է գնդոլորտի կետը գնդի կենտրոնի հետ, կոչվում է գնդի շառավիղ:

Գնդի երկու կետեր միացնող հատվածը, որը անցնում է գնդի կենտրոնով, կոչվում է գնդի տրամագիծ: Վերևի նկարում դա AB հատվածն է:

Կենտրոնով անցնող գնդի հատույթը կոչվում է մեծ շրջան, իսկ գնդոլորտի հատույթը՝ մեծ շրջանագիծ:

Գնդոլորտի մակերեսը հաշվում են հետևյալ բանաձևով՝ $S=4\pi R^2$ **:**

# Եզրակացություն

Տարածաչափությունը ճիշտ ընկալելու համար, պետք է երեխային այդ գիտելիքները հաղորդելուն զուգահեռ, ցուցադրել և օգտագործել համապատասխան դիդակտիկ նյութեր: Երեխաները ինքնուրույն, ուսուցչի ուղորդմամբ, որպես գործնական աշխատանք պետք է պատրաստեն այդ երկրաչափական մարմինները:

# Գրականություն


1. Աթանասյան Լ. Ս. , Բուտուզով Վ. Ֆ,Կադոմցեւ Ս. Բ և ուրիշներ

Երկրաչափություն 7,8,9:

2. ԻՄԴՊՐՈՑ կայք:

3. Վիքիպեդիա Ազատ հանրագիտարան: