ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ - «ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱՅԻ ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ ԻՄ ՓՈՐՁԸ»

ԿԱՏԱՐՈՂ՝ Մ. ԱՀԱՐՈՆՅԱՆ

ԴՊՐՈՑ՝ N 98 ՀԻՄՆԱԿԱՆ

ԱՌԱՐԿԱ՝ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒԹՅՈՒՆԸ՝

ԼԵՈՅԻ ԱՆՎԱՆ N65 ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկայի կարևորագույն խնդիրներից է սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացումը, որին մեծապես նպաստում է մաթեմատիկայի ուսուցումը. նկատի ունենանք ոչ միայն հանրակրթական դպրոցի տարրական այլ և միջին դասարաններում:

Ինչպես հայտնի է մաթեմատիկային հատուկ են ներառարկայական և միջառարկայական կապեր և եթե աշակերտը վատ է յուրացրել նախորդ նյութը, ապա նա ավելի վատ է յուրացնում հաջորդը: Արդյունքում չստանալով ուսուցման որևէ փուլում անհրաժեշտ բազային մաթեմատիկական պատրաստվածություն, սովորողի համար պարզապես անհնարին է դառնում շարունակումը մաթեմատիկայի, ինչպես նաև հարակից առարկաների ուսուցումը աշակերտների համար դառնում է ավելի դժվար, իսկ հաճախ նաև անհնար: Ահա հենց այդ դժվարությունները հաղթահարելու համար անհրաժեշտ է հիմնավորապես լուծել սովորողների մաթեմատիկական պատրաստվածությունը ներկայացնող պահանջների ճիշտ ու խելամիտ պլանավորման խնդիրները:

Ըստ յուրացման աստիճանների, դրանք բաժանվում են ցանկալի և պարտադիր արդյունքների:

Մաթեմատիկայի ուսուցման արդյունավետ խնդիրներից մեկն այն է, որ ուսումնական գործընթացում ակտիվ մասնակցություն ունենան բոլոր աշակերտները; Այդ իսկ ատճառով յուրաքանչյուր թեմայի ուսուցումը սկսվում է քայլ առ քայլ և հասցվում վերջնական նպատակի:

Հանրակրթական միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում <<Պրոգրեսիաներ>> թեման առանձնահատուկ նշանակություն ունի ոչ միայն ուսումնասիրվող հասկացությունների յուրահատկությամբ, այլ իր կիրառական նշանակությամբ: Հարկ է նշել, որ սովորողների առաջին ծանոթությունը թվային հաջորդականության հասկացության հետ սկսվում է հենց թվաբանական և երկրաչափական պրոգրեսիաներից, որոնք անդրադարձ առնչություններով տրվող հաջորդականությունների կարևոր օրինակներ են:

<u>ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱՅԻ ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ ԻՄ ՓՈՐՁԸ</u>

Ա) **<u>Պրոգրեսիաներ</u>**

«Պրոգրեսիաներ» թեման մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի համեմատաբար հեշտ յուրացվող թեմաներից է , ինչը հնարավորություն է տալիս ավելի խորն ուսումնասիրելու այդ թեման՝ ընդհանրացնելով նրանում արծածվող հասկացությունները, տալով այդ հասկացությունների սահմանումներին համարժեք այլ սահմանումներ և ստանալով նոր բանաձևեր:

<<Հանրահաշիվ 9>> գործող դասընթացում տրվում է թվաբանական պրոգրեսիայի ավանդական սահմանումը:

Ավելի հաճախ մենք առնչվում ենք այնպիսի հաջորդականությունների հետ, որոնք օժտված են որոշակի օրինաչափություններով. նման կարևոր օրինաչափություններից են պրոգրեսիաները: Պրոգրեսիան հունական բառ է, որ նշանակում է շարժում դեպի առաջ: Հաջորդականությունների պարագայում ենթադրվում է, որ <<շարժումը>> կատարվում է հաջորդականության առաջին անդամից դեպի երկրորդը, երկրորդից՝ երրորդը, երրորդից՝ չորրորդը և այլն: Ընդ որում <<շարժումը>> կատարվում է հանրահաշվական գործողությունների կիրառման միջոցով, երբ հաջորդականության անդամներով <<առաջ ենք շարժվում>> ամեն անգամ նոր անդամներ ստանալու համար նախորդին մի հաստատուն թիվ գումարելով, ստանում ենք թվաբանական պրոգրեսիա:

Բ) **Թվաբանական պրոգրեսիայի սահմանումը**

Թվաբանական պրոգրեսիա է կոչվում այն հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամ, սկսած երկրորդից ստացվում է իր նախորդին միևնույն այդ հաջորդականության համար հաստատուն թիվը գումարելով: Այսինքն՝ A_1, A_2, ..., A_n, հաջորդականությունը կոչվում է թվաբանական պրոգրեսիա, եթե գոյություն ունի մի այնպիսի d թիվ, որ $A_{n+1} = A_{n+d}$, n = 1; 2; 3… Օրինակ՝ 1; 2; 3; 4; … n հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է, եթե նրա յուրաքանչյուր անդամին գումարենք 1, կստանանք այդ անդամին հաջորդող անդամը: Թվաբանական պրոգրեսի է նաև՝ 8; 5; 2; -1; -4; -7; …հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամին -3 թիվն ավելացնելով, ստանում ենք այդ անդամին հաջորդող անդամը:

Գ) **Թվաբանական պրոգրեսիայի տարբերության սահմանումը**

Թիվը, որը գումարելով թվաբանական պրոգրեսիայի յուրաքանչյուր անդամին, ստացվում է այդ անդամի հաջորդ անդամը, կոչվում է այդ պրոգրեսիայի տարբերություն:

Այսպիսով, ըստ սահմանման A_1, A_2, ...An, պրոգրեսիայի d տարբերության համար $A_{n+d} = A_{n+1}$ և $d = A_{n+1} - An$, որտեղ՝ n=1; 2; 3;…:

Օրինակ՝ 3; 6; 9; 12; … թվաբանական պրոգրեսիայի տարբերությունը 3-ն է, իսկ 7; 12; 17; 22; … պրոգրեսիայի տարբերությունը՝ 5-ը: Եթե պրոգրեսիայի տարբերությունը դրական է՝ d>0, ապա նրա յուրաքանչյուր անդամը մեծ է իր նախորդից:Այդ դեպքում պրոգրեսիան կոչվում է աճող: Իսկ եթե d<0, ապա պրոգրեսիան կոչվում է նվազող:

Օրինակ՝ 10, 18, 26, 34, … աճող է, որովհետև նրա տարբերությունը հավասար է 8-ի: Իսկ 18, 15, 12 … պրոգրեսիայի տարբերությունը -3 է, պորգրեսիան նվազող է: Եթե d=0, ապա պրոգրեսիան ոչ աճող է, ոչ էլ նվազող, նրա բոլոր անդամները իրար հավասար են:

Դ) **<u>Թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունները</u>**

Թվաբանական պրոգրեսիայի հասկացությունը սերտորեն կապված է թվաբանական միջին հասկացության հետ: Իսկապես, վերցնենք $A_1; A_2; ...A_n$ թվաբանական պրոգրեսիայի A_n; A_{n+1}; A_{n+2} (n=1; 2; …) երեք հաջորդական անդամներ: Այդ դեպքում, համաձայն թվաբանական պրոգրեսիայի սահմանման, ունենք

$$A_{n+1} = A_n + d; \qquad A_{n+2} = A_{n+1} + d$$

Այս հավասարումից կստանանք՝

$$d = A_{n+1} - A_n; \;\; d = A_{n+}2 - An_{+1} \qquad \text{կամ} \qquad A_{n+1} - A_n = A_{n+2} - A_{n+1}$$

Վերջին հավասարումից կստանանք՝

$A_{n+1} = \dfrac{A_n + A_{n+2}}{2}$, որը թվաբանական պորգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունն է:

Այսինքն՝ թվաբանական պրոգրեսիայի յուրաքանչյուր անդամ, սկսած երկրորդից, իր նախորդ և հաջորդ անդամների միջին թվաբանականն է:

Օրինակ՝

$A_7 = -3 \quad A_9 = 1$, ապա կարելի է գտնել A_8 – ը

$$A_8 = \frac{A_7 + A_9}{2} = \frac{-3+1}{2} = -1$$

Իմանալով թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին անդամը և տարբերությունը՝ մենք կարող ենք գտնել նրա ցանկացած անդամը:

Դիցուք՝ A_1; A_2; … A_n թվաբանական պրոգրեսիայի տարբերությունը d է: Այդ դեպքում՝

$$A_2 = A_1 + d$$

$$A_3 = A_2 + d = A_1 + d + d = A_1 + 2d$$

$$A_4 = A_3 + d = A_1 + 2d + d = A_1 + 3d$$

Կամայական n բնական թվի համար կունենանք՝

$$A_n = A_1 + (n-1)d$$

Ստացանք թվաբանական պրոգրեսիայի n-րդ անդամի բանաձևը:

Ե) <u>Թվաբանական պրոգրեսիայի անդամների գումարը</u>

Հաշվենք 1-ից մինչև 100-ը բոլոր բնական թվերի գումարը: Ահա այս խնդրի լուծման մեջ է առաջին անգամ լիարժեք փայլատակել ապագա մեծագույն մաթեմատիկոս, կամ ժամանակակիցներն են ասում՝ մաթեմատիկայի արքա Կառլ Գաուսի միտքը:Գաուսը դպրոց է հաճախել յոթ տարեկանում: Մարմնական պատիժները այդ ժամանակ ընդունված էին: Ուսուցիչ Բյուտնեի մտրակը հաճախակի էր դաղում աշակերտներին: Դաղվել էր նաև փոքրիկ Գաուսի մեջքը, քանի որ նա սկզբնական շրջանում առանձնապես չէր փայլում: Բայց պատկերը արմատապես փոխվեց, երբ սկսվեցին թվաբանության դասերը: Մի անգամ ուսուցիչը հանձարարեց աշակերտներին գտնել 1-ից մինչև 100-ը բոլոր թվերի գումարը: Նա նոր էր վերջացրել խնդրի շարադրանքը, երբ լսվեց փոքրիկ Գաուսի ձայնը:

- Ես արդեն վերջացրել եմ, - և իր լուծումը դրել ուսուցչի սեղանին: Ուսուցիչը չէր շտապում ստուգել Գաուսի առաջարկած լուծումը: Նա համոզված էր, որ աշակերտը սխալվել է:
- Այդքան կարճ ժամանակում չի կարելի լուծել նման դժվար խնդիր, - ասաց նա:

Բայց մեծ եղավ ուսուցչի զարմանքը և հիացմունքը, երբ նա տեսավ, որ Գաուսը ամեն ինչ ճիշտ է արել. ճիշտ և չափազանց հնարամիտ եղանակով:

Ահա թե ինչպես էր հաշվել 1-ից մինչև 100 թվերի գումարը փոքրիկ Գաուսը.

$1 + 2 + 3 + \ldots + 98 + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \ldots + (49 + 52) + (50 + 51) = 101 * 50 = 5050$

Լուծման այս եղանակը կարելի է օգտագործել կամայական թվաբանական պրոգրեսիայի որոշ թվով անդամների գումարը գտնելու համար: նկատենք, որ վերջավոր թվաբանական պրոգրեսիայի ծայրանդամներից հավասարահեռ անդամների գումարը հավասար է ծայրանդամների գումարին:

Չ) <u>Թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի առաջին բանաձևը</u>

A_1; A_2; …; A_n; … թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների S_n գումարը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$S_n = \frac{A_1 + A_n}{2} \cdot n$$

Ապացուցումը.

$S_n = A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1} + A_n$

$S_n = A_n + A_{n-1} + \dots + A_2 + A_1$

$A_1 + A_n = A_2 + A_{n-1} = \dots = A_{n-1} + A_2 = A_n + A_1$

$2S_n = (A_1 + A_n) + (A_2 + A_{n-1}) + \dots + (A_{n-1} + A_2) + (A_n + A_1) = n * (A_1 + A_n)$

$2S_n = n* (A_1 + A_n)$

$$S_n = \frac{A_1 + A_n}{2} \cdot n$$

Օրինակ՝ հաշվենք 17; 20; 23; 26; 29; 32; … պրոգրեսիայի առաջին 6 անդամների գումարը: Ունենք՝ $A_1 = 17$; $A_6 = 32$; $n = 6$;

Օգտվելով պրոգրեսիայի գումարի բանաձևից՝ կստանանք

$$S6 = \frac{A_1 + A_6}{2} \cdot 6 = \frac{17 + 32}{2} \cdot 6 = \frac{49}{2} = 147$$

Հաճախ թվաբանական պրոգրեսիան տրված է լինում առաջին անդամի և տարբերության միջոցով: Նման դեպքում պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի՝ վերը բերված բանաձևերից նպատակահարմար չէ օգտվել: Այստեղ օգտակար է հաջորդ բանաջևը:

Է) <u>Թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի երկրորդ բանաձևը</u>

d տարբերությամբ և A_1 առաջին անդամով թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների S_n գումարը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$S_n = \frac{2A_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Ապացուցումը

$$S_n = \frac{A_1 + A_n}{2} \cdot n$$

$$An = A_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{2A_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Ը) <u>Օրինակ 1.</u>

$A_3 = 5$; $A_7 = 13$; գտնել թվաբանական պրոգրեսիայի հինգերորդ անդամը:

Լուծում՝ օգտվելով թվաբանական պրոգրեսիայի ընդհանուր անդամի բանաձևից լուծենք հետևյալ համակարգը

$$\begin{cases} A_1 + 2d = 5 \\ A_1 + 6d = 13 \end{cases} \qquad \begin{cases} A_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases} \qquad => A_5 = A_1 + 4d = 1 + 8 = 9$$

Պատ.՝ 9

<u>Օրինակ 2.</u>

$A_1 = 21$; $d = -0,5$, գտնել $\{A_n\}$ թվաբանական պրոգրեսիայի այն անդամի համարը, որի արժեքն է -15,5:

Լուծում

$A_n = -15,5$

$A_n = A_1 + (n-1)d$

$15.5 = 21 + (n-1) * (-0,5)$

$0,5n = 37$

$n = 74$

Պատ.՝ 74

<u>Օրինակ 3.</u>

$\{A_n\}$ թվաբանական պրոգրեսիայում՝ $S_7 = 70$: Գտնել A_4 – ը:

Լուծում

Օգտվելով թվաբանական պրոգրեսիայի գումարի բանաձևից՝ կստանանք

$$S_7 = \frac{2A_1 + 6d}{2} \cdot 7; \; 70 = (A_1 + 3d)\,.\,7,$$ այստեղից՝ $A_1 + 3d = A_4 = 10$

Պատ.՝ 10

<u>Օրինակ 4.</u>

Թվաբանական պրոգրեսիայի երրորդ և իններորդ անդամների գումարը 8 է: Գտնել այդ պրոգրեսիայի առաջին 11 անդամների գումարը:

Լուծում՝

$A_3 + A_9 = 8$

$A_1 + 2d + A_1 + 8d = 8$

$A_1 + 10d = 8$

$$S_{11} = \frac{2A_1 + 10d}{2} \cdot 11 = \frac{8}{2} \cdot 11 = 44$$

Պատ.՝ 44

Կատարենք թվաբանական պրոգրեսիայի հատկությունների ավելի խորը ուսումնասիրություն:

1. Ձևակերպենք և ապացուցենք թվաբանական պրոգրեսիան բնութագրող նոր հատկություններ և դրանց հիման վրա տրվող թվաբանական պրոգրեսիայի այլ՝ նախկինին համարժեք սահմանումներ:

2. Ցույց տանք, որ թվաբանական պրոգրեսիայի վերաբերյալ խնդիր կարելի է լուծել, եթե տրված է $(d; A_m)$; $(d; S_m)$; $(A_m; A_k)$; $(S_m; S_k)$; $m \neq k$; $(A_m; S_k)$ զույգերից ցանկացածը: Արտածենք d-ի, A_n-ի և S_n-ի հաշվման բանաձևեր:

Սահմանում 1

Կասենք, որ A_1; A_2; … A_n թվային հաջորդականությունը թվային պրոգրեսիա է, եթե հաջորդականության յուրաքանչյուր անդամ, սկսած երկրորդից, հավասար է իր երկու անմիջապես հարևան անդամների թվաբանական միջինին:

Սահմանում 2

Կասենք, որ A_1; A_2; … A_n հաջորդականությունը էվային պրոգրեսիա է, եթե նրա յուրաքանչյուր անդամ հավասար է իրենից հավասարահեռ անդամների թվաբանական միջինին:

Օգտվելով թվաբանական պրոգրեսիայի ընդհանուր անդամի բանաձևից՝ կունենանք

$$A_n = A_1 + (n-1)d$$

$$A_n = A_1 + (m-1)d$$

Համապատասխան մասերը հանելով իրարից կստանանք առավել ընդհանրական բանաձև ընդհանուր անդամի համար

$$A_n = A_m + (n-m)d$$

Այս բանաձևը ավելի կիրառական է և կներկայացնի պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունները, եթե այն գրառենք հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{A_n - A_m}{n - m} = d;\ n \neq m$$

Սահմանում 3

Կասենք, որ A_1; A_2; … A_n հաջորդականությունը կազմում է թվաբանական պրոգրեսիա, եթե հաջորդականության կամայական A_n; A_m (nm) անդամների համար $\frac{A_n - A_m}{n - m}$ հարաբերությունը միևնույն հաստատուն թիվն է: Այդ հաստատունն էլ կանվանենք պրոգրեսիայի տարբերություն:

Աշակերտների մոտ առաջացել է այն տպավորությունը, որ թվաբանական պրոգրեսիայի ընդհանուր անդամը և նրա առաջին n անդամների գումարը կարելի է հաշվել միայն այն դեպքում, երբ տրված են A_1-ը և d տարբերությունը: Այսպիսով, ըստ ավանդական մոտեցման A_n-ի և S_n-ի հաշվման բանաձևերը տրված են (A_1; d) զույգի օգնությամբ: Կարելի է առաջադրել և աշակերտների օգնությամբ լուծել առավել ընդհանուր խնդիրներ. (d; A_m), (d; S_m), (A_m; A_k), (S_m; S_k), ($m \neq k$), (A_m; S_k) զույգերից յուրաքանչյուրի տրմամբ ստանալ A_n-ի և S_n-ի հաշվման բանաձևերը:

A_n-ի և S_n-ի հաշվման բանաձևերի արտածումը նշված զույգերից յուրաքանչյուրի տրմամբ ստացվում է համապատասխան համակարգի լուծման միջոցով:

Արտածենք այդպիսի բանաձևեր, օրինակ, երբ հայտնի է (A_m; A_k) զույգը ($m \neq k$): Մյուս դեպքի համար կներկայացնենք միայն համապատասխան բանաձևերը: Ունենք

$d = \frac{A_n - A_m}{n - m}$, $n \neq m$ և $d = \frac{A_m - A_k}{m - k}$, $m \neq k$, որտեղից կստանանք

$$\frac{A_n - A_m}{n - m} = \frac{A_n - A_k}{m - k}, \; n \neq m, \; m \neq k$$

Այսպիսով անհրաժեշտ է լուծել հետևյալ համակարգը
$$\begin{cases} \dfrac{A_n - A_m}{n - m} = \dfrac{A_m - A_k}{m - k} \\ S_n = \dfrac{A_1 + A_n}{2} \cdot n \end{cases}$$

Համակարգի առաջին հավասարումից կստանանք

$$A_n = \frac{n - k}{m - k} \cdot A_m + \frac{n - m}{k - m} \cdot A_k$$

Այս բանաձևից կստանանք՝

$$A_n = \frac{1 - k}{m - k} \cdot A_m + \frac{1 - m}{k - m} \cdot A_k$$

Համակարգի երկրորդ հավասարման մեջ տեղադրելով A_1- ի և A_n – ի ստացած արժեքները կունենանք՝

$$S_n = \frac{(n - 2k + 1)A_m - (n - 2m + 1)A_k}{2(m - k)} \cdot n$$

<u>Օրինակ </u>1

տարբերությունը, A_{50} – ը և S_{60} – ը: Ըստ $d = \frac{A_n - A_m}{n - m}$, $n \neq m$ բանաձևի՝

Թվաբանական պրոգրեսիայի երկու անդամներն են՝ $A_{15} = 43$; $A_{24} = 70$: Գտնել պրոգրեսիայի

$$d = \frac{A_{24} - A_{15}}{24 - 15} = \frac{70 - 43}{9} = 3$$

Ըստ $A_n = \frac{n - k}{m - k} \cdot A_m + \frac{n - m}{k - m} \cdot A_k$ բանաձևի

$$A_{50} = \frac{50 - 15}{24 - 15} \cdot A_{24} + \frac{50 - 24}{15 - 24} \cdot A_{15} = \frac{35}{9} \cdot 70 - \frac{26}{9} \cdot 43 = \frac{35 \cdot 70 - 26 \cdot 43}{9} = \frac{1332}{9} = 148$$

Ըստ $S_n = \frac{(n - 2k + 1)A_m - (n - 2m + 1)A_k}{2(m - k)} \cdot n$ բանաձևի

$$S_{60} = \frac{(60-30+1)A_{24} - (60-48+1)A_{15}}{2(24-15)} \cdot 60 = \frac{31 \cdot 70 - 13 \cdot 43}{9} \cdot 30 = 179 \cdot 30 = 5370$$

Նույն մոտեցումով (d; A_m) զույգի միջոցով ստացվում են

$$A_n = A_m + (n-m)d$$

$$S_n = \frac{2A_m + (n+1-2m)d}{2} \cdot n \quad \text{բանաձևերը:}$$

<u>Օրինակ 2</u>

Տրված է պրոգրեսիայի $d = 3$, $A_{24} = 70$: Գտնել A_{50}- ը և S_{60}- ը: Ըստ նշված բանաձևի կստանանք՝

$$A_{50} = A_{24} + (50-24) . 3 = 70 + 26 . 3 = 148$$

$$S_{60} = \frac{2 \cdot 70 + (60+1-48)}{2} \cdot 60 = \frac{140+39}{2} \cdot 60 = 179 \cdot 30 = 5370$$

(A_m; S_k) զույգի օգնությամբ կստացվեն՝

$$d = \frac{2}{k+1-2m} \left(\frac{S_k}{k} - A_m \right)$$

$$A_n = \frac{k+1-2n}{k+1-2m} \cdot A_m + \frac{2(n-m)}{k+1-2m} \cdot \frac{S_k}{k}$$

$$S_n = \frac{n}{k+1-2m} \left((n+1-2m) \cdot \frac{S_k}{k} - (n-k) \cdot A_m \right)$$

<u>Օրինակ 3</u>

Տրված թվաբանական պրոգրեսիայում $A_{24} = 70$, $S_{60} = 5370$: Գտնել d – ն, A_{15} – ը, S_{15} – ը:

$$d = \frac{2}{60+1-48} \cdot \left(\frac{S_{60}}{60} - A_{24} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5370}{60} - 70 \right) = \frac{2}{13} \cdot \frac{117}{6} = 3$$

$$A_{15} = \frac{60+1-30}{60+1-48} \cdot A_{24} + \frac{2(15-24)}{60+1-48} \cdot \frac{S_{60}}{60} = \frac{31}{13} \cdot 70 \; \frac{18}{13} \cdot \frac{5370}{60} = \frac{31 \cdot 70 - 1611}{13} = 43$$

$$S_{15} = \frac{15}{60+1-48} \left((15+1-48) \cdot \frac{537}{6} - (15-60) \cdot 70 \right) = \frac{15}{13} \cdot \left(3150 - \frac{537 \cdot 16}{6} \right) =$$

$$= \frac{15}{13} \cdot (3150 - 2864) = \frac{15}{13} \cdot 286 = 15 \cdot 22 = 330$$

(Sm; Sk) երկյակի օգնությամբ, երբ $m \neq n$, ստացվում են հետևյալ բանաձևերը՝

$$d = \frac{2}{m-k} \left(\frac{S_m}{m} - \frac{S_k}{k} \right)$$

$$A_n = \frac{1}{k - m}\left((k + 1 - 2n) \cdot \frac{S_m}{m} - (m + 1 - 2n) \cdot \frac{S_k}{k} \right)$$

$$S_n = \frac{n}{m - k}\left((n - k) \cdot \frac{S_m}{m} - (n - m) \cdot \frac{S_k}{k} \right)$$

<u>Օրինակ 4</u>

Տրված է թվաբանական պրոգրեսիայի $S_{30} = -810$, $S_{20} = -340$: Գտնել d – ն, A_{50} – ը, S_{50} – ը:

Ըստ նշված բանաձևի $d = \frac{2}{30 - 20} \cdot \left(\frac{S_{30}}{30} - \frac{S_{20}}{20} \right) = \frac{1}{5} \cdot (17 - 27) = -2$

$$A_{50} = \frac{1}{20 - 30}\left((20 + 1 - 100) \cdot \frac{S_{30}}{30} - (50 - 30) \cdot \frac{S_{20}}{20} \right) = -\frac{1}{10}(27 \cdot 79 - 69 \cdot 17) = -96$$

$$S_{50} = \frac{50}{30 - 20}\left((50 - 20) \cdot \frac{S_{30}}{30} - (50 - 30) \cdot \frac{S_{20}}{20} \right) = 5(-810 + 340) = -2350$$

ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱՅՈՎ ԼՈՒԾՎՈՂ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

1. Մարդն իր ծովափնյա հանգիստը կազմակերպելիս օգտվում է արևային վաննաներ ընդունելուց, որի համար բժիշկը խորհուրդ է տվել օգտվել հետևյալ ալգորիթմից (հաշվեկանոնից)։ Հանգստյան առաջին օրն արևային վաննան ընդունել 15 րոպե տևողությամբ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրվա համար նախորդի համեմատ ավելացնել 10 րոպե և այդպես շարունակ։ Նշված ռեժիի պայմաններում քանի՞ օր է հարկավոր, որպեսզի հասնենք արևային վաննա ընդունելու առավելագույն 1 ժամ 40 րոպե տևողությանը։

2. Ծնողները Արմենի ծննդյան օրվա առիթով որոշեցին գնել նրա համար նոր բջջային հեռախոս։ Այդ նպատակով առաջին ամիսը տնտեսեցին 8500 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ ամիս տնտեսում էին 930 դրամով ավելին, քան նախորդ ամիս։ Ինչքա՞ն գումար կհավաքվի Արմենի ծնողների մոտ 10 ամիս անց։

Աշակերտներին հիշեցնում եմ հետևյալ պատմությունը։

Ինչպես հայտնի է տարվա տևողությունը կազմում է 365 օր, բայց ավելի ճիշտն ասած տարվա տևողությունը կազմում է 365,25 օր, այդ պատճառով էլ յուրաքանչյուր 4 տարին մեկ տարվա տևողությունը դառնում է 366 օր (որովհետև $4 \cdot 0{,}25 = 1$ օր), որն էլ կոչվում է նահանջ տարի։ Օրինակ Երրորդ հազարամյակում նահանջ տարիներն են՝ 2004; 2008; 2012; 2016; 2020; 2024; …. տարեթվերը։

Հարց՝ երրորդ հազարամյակի յուրաքանչյուր նահանջ տարին սկսած երկրորդից ինչպե՞ս է առաջանում նախորդից։

Պատասխան՝ երրորդ հազարամյակի յուրաքանչյուր նահանջ տարին սկսած երկրորդից առաջանում է նախորդին միևնույն 4 թիվը գումարելով։

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

«Թվաբանական պրոգրեսիա» թեմայի ուսուցման արդյունքում աշակերտները կիմանան թվաբանական պրոգրեսիայի սահմանումը, բնութագրիչ հատկությունը, ընդհանուր անդամի բանաձևը, առաջին n անդամների գումարի բանաձևը։

Կկարողանան կիրառել ստացած գիտելիքները, լուծել թվաբանական պրոգրեսիայի վերաբերյալ խնդիրներ։ Ճանաչել օրինաչափությամբ օժտված հաջորդականություններից թվաբանական պրոգրեսիաները։

Այսպիսով կարող ենք եզրակացնել, որ մաթեմատիկան այն առարկան է, որը կապ ունի բոլոր առարկաների հետ։ Կիրառվում է կյանքի բոլոր բնագավառներում, որը հետաքրքրություն ու սեր է առաջացնում աշակերտների մոտ մաթեմատիկայի նկատմամբ։

Այն որոշիչ դեր կհանդիսանա հետագայում մասնագիտական կողմնորոշման համար։

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Հանրահաշիվ 9 (դասագիրք)

Հեղ.՝ Հ. Ս. Միքայելյան

Երևան <<Էդիթ Պրինտ>> 2008

2. Հանրահաշիվ 9 (դասագիրք)

Հեղ.՝ Ս. Մ. Նիկոլսկի, Մ. Կ. Պոտապով, Ն. Ն. Ռեշետնիկով, Ա. Վ. Շեվկին

Երևան <<Անտարես>> 2013

3. Գիտամեթոդական ամսագիր <<Մաթեմատիկան դպրոցում>>

Թիվ 2, 2003

4. Կայք՝ www.aniedu.am