

**Ավարտական հետազոտական աշխատանք**

**Կատարող Նվարդ Սարգսյան**

**Դպրոց հ.110 հիմնական**

**Առարկա Մաթեմատիկա**

**Թեմա`**

**Խնդրի դերը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում**

**Կազմակերպություն Լեոյի անվ. Զ.65 ավագ դպրոց**

**Խմբի պատասխանատու Չինա Խաչատրյան**

# ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ներածություն -----	2
.Խնդրի դերը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում -----	4
1.Ուսուցանող մաթեմատիկական խնդրի նշանակությունը -----	5
2.Մաթեմատիկական խնդրի ուսուցանող դերը -----	5
3.Խնդիրների տեսակները ըստ պահանջի ներկայացման ձևերի -----	6
Այլընտրանքային մոտեցումներ -----	12
1.«Բաց» պատասխանով խնդիրների կիրառումը ուսուցման ընթացքում -----	12
2. «Ավելորդ» տվյալներով խնդիրների կիրառումը ուսուցման ընթացքում-----	14
Եզրակացություն -----	16
Գրականություն -----	17

## Ներածություն

### Աշխատանքի նպատակը և խնդիրները

Աշխատանքի նպատակն է մանկավարժական ժամանակակից մոտեցումների տեսանկյունից պարզաբանել ուսուցման գործընթացում խնդիրների լուծման կրթական նշանակությունն ու դրան վերաբերող մեթոդական հարցերը, մշակել ավանդաբար հայտնի խնդիրների տեսակներից տարբեր այլընտրանքային տեսակների խնդիրների ուսուցման մեթոդիկա:

### Հետազոտության հիմնական խնդիրներն են

- հստակեցնել <<ուսուցանող խնդիր>> հասկացությունը և պարզաբանել նրա ճանաչողական, կիրառական և դաստիարակչական գործառույթները
- կատարել խնդիրների տեսակների դասակարգում՝ հաշվի առնելով կրթական համակարգում վերջին շրջանում կատարված հայեցակարգային փոփոխությունները,
- մշակել և փորձարկել այնպիսի խնդիրների տեսակներ, որոնք պայմանով կամ պահանջով տարբեր են ավանդաբար հայտնի խնդիրների տեսակներից, սակայն առավել արդյունավետ են նպաստում սովորողների բազմակողմանի կարողությունների զարգացմանը:

### Աշխատանքի արդիականությունը

Մաթեմատիկայի ուսուցման մեջ կարևոր դեր է տրվում խնդիրների լուծմանը ինչպես տեսական նյութի ամրապնդման, այնպես էլ գիտելիքների ու կարողությունների գնահատման նպատակով : Կրթության նպատակների, կրթության բովանդակության և ուսուցման մեթոդների բարեփոխման ուղղությամբ Նոր մոտեցումներ են ձևավորվել ու կյանքի կոչվել: Այժմ գիտելիքների համակարգի հետ մեկտեղ առավել մեծ կարևորություն է տրվում սովորողների հաղորդակցական, համագործակցային, ստեղծագործական ու ինքնակազմակերպման կարողությունների և արժեքային համակարգի զարգացման հարցերին: Այդ տեսակետից բարձրանում է խնդիրներ լուծելու կրթական նշանակությունը նորովի մեկնաբանելու, ավանդաբար հայտնի խնդիրների տեսակները նոր տեսակներով համալրելու և ուսուցման ժամանակակից մեթոդներին համահունչ խնդիրների համակարգ մշակելու հիմնահարցին:

Սույն աշխատանքը նպատակ ունի արդիական այդ հիմնահարցի հետազոտմանը:

### **Հետազոտման մեթոդները**

Հետազոտության նպատակից ելնելով, առաջադրված հետազոտական խնդիրներն իրականացնելու համար օգտագործվել է մանկավարժական հետազոտություններին բնորոշ հետևյալ մեթոդները.

- գիտատեսական, մանկավարժական, մեթոդական և ուսումնական գրականության համեմատական վերլուծություն և համադրություն,
- հետազոտական նյութի դասակարգում, համակարգում և ընդանրացում,
- դիտումների, հարցումների, փորձարկումների անցկացում, էմպիրիկ եղանակով ստացված տեղեկույթի հավաքում, համադրում, մշակում և ինդուկտիվ եզրահանգումների կատարում:

### **Ստացված արդյունքները, կիրառական նշանակությունը**

Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի տեսանկյունից ավելի որոշակի է դառնում << ուսուցանող խնդիր>> հասկացությունը, նորովի են մեկնաբանվում ուսումնական խնդրի ճանաչողական, կիրառական, դաստիարակչական և զարգացնող գործառույթները, առաջարկվում են խնդիրների տեսակների այնպիսի դասակարգումներ, որոնք համապատասխանում են հանրակրթության բնագավառում կատարված նոր մոտեցումներին ու փոփոխություններին:

Հետազոտության արդյունքները վկայում են, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում խնդրի կրթական նշանակությունը նկատելիորեն կմեծանա, եթե ավանդաբար հայտնի խնդիրների տեսակների հետ միասին դիտարկվեն նաև խնդիրների այլընտրանքային տեսակներ՝ ա)«բաց» պատասխանով խնդիրներ և բ)«ավելորդ» տվյալներով (ազատ ոճով շարադրված) խնդիրներ: Ուսուցման ընթացքում այդպիսի խնդիրների գործածումը կնպաստի, մի կողմից՝ սովորողների մտածողության, հաղորդակցական ու համագործակցային կարողությունների զարգացմանը, իսկ մյուս կողմից՝ կուժեղանա կրթության բովանդակության կապը կյանքի հետ:

## ԽՆԴՐԻ ԴԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում խնդիրները կատարում են բազմազան գործառույթներ: Ուսումնական մաթեմատիկական խնդիրները հանդիսանում են շատ արդյունավետ և հաճախ անփոխարինելի միջոց սովորողների կողմից մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի հասկացությունների ու մեթոդների և ընդհանրապես մաթեմատիկական տեսության յուրացման ժամանակ: Մեծ է խնդրի դերը սովորողների մտածողության զարգացման և մաթեմատիկական դաստիարակության, նրանց մոտ մաթեմատիկայի գործնական կիրառության կարողությունների և հմտությունների ձևավորման մեջ: Խնդրի լուծումը լավ է ծառայում բոլոր այն նպատակների նվաճմանը, որոնք դրվում են մաթեմատիկայի ուսուցման առջև: Հենց այդ պատճառով մաթեմատիկայի դասերին խնդրի լուծման համար օգտագործվում է ուսումնական ժամանակի մոտավորապես կեսը:

Մաթեմատիկական խնդրի լուծման ուսուցման ճիշտ մեթոդիկական էական դեր է խաղում մաթեմատիկական իմացության բարձր մակարդակի, սովորողների կարողության և հմտության ձևավորման մեջ:

Գիտական խոշոր հայտնագործությունը լուծում է տալիս խոշոր պրոբլեմին, սակայն ամեն մի խնդրի լուծման մեջ առկա է հայտնագործության մասնիկ: Այն խնդիրը, որ մենք լուծում ենք, կարող է լինել հասարակ, բայց երբ դա մարտահրավեր է նետում մեր հետաքրքրությանը, ստիպում է մեզ լինել հնարամիտ, և եթե, այն մենք լուծում ենք սեփական ուժերով, ապա մենք կարող ենք զգալ դեպի հայտնագործություն տանող մտքի լարում և հրճվել հաղթանակի ուրախությամբ:

Ընկալվող հասակում ապրած այդպիսի հույզերը կարող են ճաշակ արթնացնել մտավոր աշխատանքի նկատմամբ և ամբողջ կայնքում իրենց հետքը թողնել մտքի ու բնավորության վրա:

Այսպիսով, մաթեմատիկայի դասատուի տրամադրության տակ դրվում են հոյակապ հնարավորություններ: Եթե նա իրեն հատկացված ուսումնական ժամանակը լրացնի աշակերտներին ընտելացնելով շաբլոն վարժությունների, ապա նա կմեռցնի նրանց հետաքրքրությունը, կարգելակի նրանց մտավոր զարգացումը և ձեռքից բաց կթողնի իր հնարավորությունները: Բայց եթե նա արթացնի սովորողների հետաքրքրությունը՝ նրանց առաջարկելով այնպիսի խնդիրներ, որոնք համաչափ են նրանց գիտելիքների հետ, և իր ուղղություն տվող հարցերով օգնի նրանց լուծելու այդ խնդիրը, ապա նա կկարողանա նրանց մեջ պատվաստել ինքնուրույն մտածողության ճաշակ և զարգացնել դրա համար անհրաժեշտ ընդունակություններ:

Հիանալի հնարավորություններ են տրամադրված նաև ամեն մի դպրոցի աշակերտի, որտեղ ուսումնական ծրագրերը որոշակի բովանդակություն են պարունակում մաթեմատիկայից: Այդ հնարավորությունները, իհարկե, կկորչեն, եթե աշակերտը մաթեմատիկային նայում է որպես մի առարկայի, որից նա պետք է ստանա որոշ գնահատականներ և որը նա կաշխատի վերջին քննությունից հետո որքան կարելի է արագ մոռանալ:

Այսպիսով, խնդիրը, հրապուրիչ է դառնում սովորողի համար և նրան մղում է փոքրիկ հայտնագործությունների, լավագույն միջոց է դառնում մաթեմատիկայի ուսուցման նկատմամբ հետաքրքրասիրություն արթնացնելու և հաճելի մտավոր աշխատանքով զբաղվելու համար: Սակայն դա ենթադրում է մշակել խնդիրների լուծման այնպիսի մեթոդներ, որոնք կծառայեն վերոհիշյալ այդ նպատակին:

### **1. ՈՒՍՈՒՑԱՆՈՂ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԽՆԴՐԻ ՆՇԱՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ**

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում խնդիրները ունեն մեծ և բազմակողմանի նշանակություն:

#### **ա) Մաթեմատիկական խնդրի ճանաչողական նշանակությունը:**

Լուծելով մաթեմատիկական խնդիրը, մարդը ճանաչում է շատ նոր բաներ. ծանոթանում է այնպիսի նոր իրավիճակների հետ, որոնք նկարագրված են խնդրի մեջ, խնդիր լուծելիս մաթեմատիկական տեսություն օգտագործելով՝ ճանաչում է լուծման նոր մեթոդ կամ մաթեմատիկայի նոր տեսական բաժիններ, որոնք անհրաժեշտ են խնդրի լուծման համար: Այլ կերպ ասած, մաթեմատիկական խնդրի լուծման ժամանակ մարդը ձեռք է բերում մաթեմատիկական գիտելիք, բարձրացնում է իր մաթեմատիկական կրթությունը: Որոշ դասարաններում խնդրի լուծման մեթոդի տիրապետումը մարդու մոտ ձևավորում է նման խնդիրներ լուծելու կարողություն, իսկ բավականաչափ մարզվելուց հետո նաև հմտություն, ինչը նույնպես բարձրացնում է մաթեմատիկական կրթության մակարդակը:

#### **բ) Մաթեմատիկական խնդրի գործնական նշանակությունը:**

Մաթեմատիկական խնդրի լուծման ժամանակ աշակերտը սովորում է ինչպես կիրառել մաթեմատիկական գիտելիքներ առօրյա, գործնական իրադրություններում, պատրաստվում է ապագայում իրականացնել պրակտիկ գործունեություն:

Համարյա բոլոր կառուցողական հաշվարկներում հարկ է լինում լուծել մաթեմատիկական խնդիրներ, ելնելով գործնական կարիքներից: Երևույթների ընթացքի և առարկաների հատկությունների հետազոտումն ու նկարագրությունը անհնար է առանց մաթեմատիկական ապարատի մասնակցության: Մաթեմատիկական խնդիրներ լուծվում են տարբեր գիտություններում (ֆիզիկա, քիմիա, կենսաբանություն, աշխարհագրություն, նյութերի դիմադրություն, էլեկտրոնիկա և այլն), տնտեսության տարբեր բնագավառներում

(արտադրություն, գյուղատնտեսություն, տրանսպորտ), կենցաղում և այլուր: Դա նշանակում է, որ մաթեմատիկայի ուսուցման ժամանակ անհրաժեշտ է սովորողներին առաջարկել խնդիրներ, որոնց բովանդակությունը կապված է տարբեր բնագավառների հետ:

**գ) Մաթեմատիկական խնդրի նշանակությունը մտածողության զարգացման մեջ:**

Մաթեմատիկական խնդիրների լուծումը սովորեցնում է առանձնացնել պայմանը և պահանջը, նախադրյալները և եզրակացությունը, գտնել ընդհանուրը և առանձնահատուկը տվյալներում, զուգադրել և հակադրել փաստերը: Մաթեմատիկական խնդիրների լուծման հետևանքով դաստիարակվում է ճիշտ մտածողություն և ամենից առաջ աշակերտները սովորում են լիարժեք փաստարկել: Խնդրի լուծումը պետք է լինի ամբողջովին փաստարկված, չի թույլատրվում անհիմն ընդհանրացումներ, ոչ խելամիտ համանմանություններ, հնարավոր դեպքերի դիտարկման բացթողումներ, անհստակ դասակարգումներ:

Մաթեմատիկական խնդիրների լուծման շնորհիվ սովորողների մոտ ձևավորվում է մտածողության հատուկ ոճ՝ կշռադատության տրամաբանական սխեմայի պահպանում, մտքերի հակիրճ արտահայտում, դատողությունների ճշգրիտ հաջորդականության ապահովում, սիմվոլիկայի հստակեցում:

**դ) Մաթեմատիկական խնդրի դաստիարակող նշանակությունը:**

Ամենից առաջ խնդիրը դաստիարակում են տեքստային բովանդակությամբ : Այդ պատճառով մի շարք մաթեմատիկական խնդիրների տեքստերում արտահայտվող իրադրությունները էականապես փոխվում են հասարակությունների զարգացման տարբեր ժամանակաշրջաններում: Օրինակ՝ 25-30 տարի առաջ գրված դասագրքերում ընդգրկված են այնպիսի տեքստային խնդիրներ, որոնց բովանդակությունը կապված էր կոմունիստական գաղափարախոսության հետ, արտահայտում են իրադրություններ, որոնք վերաբերում են, ասենք, կոլխոզների, սոցմրցության և այլ հանգամանքներին : Լրիվ տարբեր է խնդիրների իմաստային բովանդակությունը մաթեմատիկայի ներկայիս դասագրքերում: Նրանցում արտահայտված սյուժեն ուղղված է դեպի սովորողների ազգային-բարոյական արժեքների ձևավորմանը, քաղաքացիական դաստիարակությանը:

Դաստիարակում է ոչ միայն խնդրի արտահայտման տեքստի բովանդակությունը, այլ մաթեմատիկական խնդրի լուծման ուսուցման ողջ ընթացքը: Մաթեմատիկական խնդիրների լուծման ուսուցման ճիշտ դրվածքը աշակերտների մոտ դաստիարակում է ազնվություն և արդարություն, համառություն և հետևողականություն, դժվարությունների հանդիպման դեպքում, հարգանք իր ընկերների աշխատանքի նկատմամբ:

**2. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԽՆԴՐԻ ՈՒՍՈՒՑԱՆՈՂ ԴԵՐՈՒ**

Ուսուցողական մաթեմատիկական խնդիրները նախատեսված են լինում սովորաբար ոչ թե մեկ, այլ մի քանի մանկավարժական դիդակտիկական, ուսումնական նպատակների հասնելու համար: Եվ այդ նպատակները բնութագրվում են ինչպես խնդրի

բովանդակություն, այնպես էլ նշանակություն, որը խնդրին տալիս է ուսուցիչը: Դիդակտիկ նպատակները, որը դնում է ուսուցիչը այս կամ այն խնդրից առաջ, որոշում են խնդրի դերը մաթեմատիկայի ուսուցման մեջ: Կախված խնդրի բովանդակությունից և դիդակտիկ նպատակներից՝ կարելի է տարբեր դերերից առանձնացնել տվյալ խնդրի համար առաջարար համարվող դերը:

Մաթեմատիկական խնդրի ուսուցանող դերը իրականացվում է սովորողների մոտ մաթեմատիկական առարկաներին վերաբերող գիտելիքների համակարգի, կարողությունների, հմտությունների և արժեքների ձևավորման ու զարգացման միջոցով:

Անհրաժեշտ է առանձնացնել մի քանի խնդիրներ ըստ իրենց ուսուցանող դերի.

### 1) Խնդիրներ մաթեմատիկական հասկացությունների յուրացման համար:

Հայտնի է, որ մաթեմատիկական հասկացության ընկալումը լավ է ընթանում այդ հասկացության, նրա սահմանման ու հատկությունների վրա անընդհատ և քրտնաջան աշխատելու պայմաններում:

Որպեսզի տիրապետել հասկացությանը, բավարար չէ սովորել նրա սահմանումը, անհրաժեշտ է հասկանալ սահմանման մեջ բառի իմաստը, հստակ իմանալ ուսուցանվող հասկացության հատկությունը: Այդպիսի իմացությունը հասանելի կդառնա նախ և առաջ խնդիր լուծելով և վարժություն կատարելով: Այսպես, լոգարիթմ հասկացության ուսուցման համար օգտակար կլինի դիտարկել այնպիսի վարժություններ, որոնցում անցում կկատարվի ցուցչային ֆունկցիայի և նրա արժեքների գրառումից դեպի լոգարիթմական գրառման և հակառակը, երբ կլուծվեն պարզագույն լոգարիթմական հավասարումներ, որում անհայտը գտնվում է ինչպես լոգարիթմի տակ, այնպես էլ նրա հիմքում, երբ կբերվեն կոնկրետ օրինակներ  $a^{\log_a x} = x$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $x > 0$  նույնության համար:

Օրինակ

1. Արդյոք ճշգրիտ սահմանում է. «Տրված թվի լոգարիթմը՝ տրված  $a$  հիմքով, կոչվում է  $a^x = b$  հավասարությանը բավարարող  $x$  ցուցիչը» Պատասխանը հիմնավորել:

2. Վերլուծենք հետևյալ ձևակերպումը. «Տրված թվի լոգարիթմը՝ տրված հիմքով, հանդիսանում է աստիճանի ցուցիչը»: Ինչպես ճշգրտել այս ձևակերպումը, որպեսզի այն լինի լոգարիթմի սահմանումը:

2) Խնդիրներ մաթեմատիկական սիմվոլներին տիրապետելու համար: Մաթեմատիկայի ուսուցման նպատակներից մեկը մաթեմատիկական լեզվին, հետևաբար նաև մաթեմատիկական սիմվոլներին տիրապետելն է: Պարզագույն սիմվոլները ներմուծվում են արդեն տարրական դպրոցներում, V – VI դասարաններում (գործողության նշանների, հավասարություն և անհավասարություն, փակագիծ, անկյան նշաններ և նրա չափերը, զուգահեռությունը և այլն): Ուսումնասիրված սիմվոլների օգտագործման համար պետք է սովորել բացահայտել դրանց դերն ու նշանակությունը խնդրի լուծման համար: Նշված



առաջադրանքները նպաստում են փակագծերի դերի հասկացմանը և սովորեցնում են դրանց ճիշտ օգտագործմանը:

### Օրինակ

3.Կարդացեք տրված արտահայտությունները և բացահայտեք դրանց նշանակությունը, ցույց տվեք փակագծերի դերը: Այդ արտահայտություններից որում փակագիծը չի փոխում գործողության հերթականությունը:

1) $1.5+2.5 / 0.5-0.1$	3) $(1.5+2.5)0.4-0.1$
2) $1.5+2.5(0.4-0.1)$	4) $1.5+(2.5/0.5-0.1)$

Էական նշանակություն ունի ուսումնասիրած սիմվոլների ճիշտ օգտագործումը խնդրի լուծման գրառման ժամանակ: Ուսուցիչը պարտավոր է ուշադիր հետևել մաթեմատիկական սիմվոլների գրագետ օգտագործմանը գրառման ժամանակ: Չի կարելի համարել ճիշտ այսպիսի գրառումները, օրինակ « $p < 2$  3-ով », և այլն: Պետք է գրառել այսպես « $p$ -ն 2-ից փոքր է 3 ով, կամ  $2 < p = 3$ »:

Կարելի է բերել բազմաթիվ վարժությունների օրինակներ, որոնք ուսուցողական այլ դերեր ունենալու հետ մեկտեղ կնպաստեն մաթեմատիկական սիմվոլները տեղին օգտագործելու կարողությունների զարգացմանը: Ի վերջո, դա ծառայում է սովորողների հաղորդակցական կարողությունների զարգացման նպատակին:

**3) Գործնական խնդիրներ:** Գործնական խնդիրները շատ տեսակետներով տարբերվում են զուտ մաթեմատիկական խնդիրներից, չնայած՝ նրանց հիմնական մոտիվները և լուծման ընթացքը, ըստ էության, միևնույնն է: Ինժեներական կիրառական պրոբլեմներն իրենց մեջ սովորաբար պարունակում են մաթեմատիկական խնդիրներ: Համառոտակի կանգ առնենք խնդիրների այդ տիպերի միջև գոյություն ունեցող տարբերությունների, ընդհանուր գծերի և կապերի վրա::

1. Խոշոր կիրառական խնդիր է գետի վրա ամբարտակ կառուցելը: Ամենևին էլ պետք չէ ունենալ առանձնահատուկ գիտելիքներ, որպեսզի հասկանալ այդ պրոբլեմը: Գրեթե նախապատմական ժամանակներում, գիտական տեսությունների մեր ժամանակակից դարից շատ առաջ մարդիկ զանազան ամբարտակներ են կառուցել Նեղոսի հովտում և աշխարհի այլ մասերում, որտեղ բերքը կախված է եղել ոռոգումից:

Կիրառական խնդրի մեջ անհայտները, տվյալները և պայմանները կազմում են ավելի բարդ կոմպլեքս և ուրվագծված են ավելի պակաս հստակությամբ:

2. Որևէ խնդիր լուծելու համար մենք պետք է ունենանք վաղօրոք կուտակված գիտելիքների որոշակի պաշար: Ժամանակակից ինժեների տրամադրության տակ կա ժամանակակից տեխնիկան, նրան սպասարկում են՝ նյութերի դիմադրության գիտական թեորիան, սեփական փորձը և հատուկ տեխնիկական գրականությունը, որի մեջ կուտակված է ինժեներական

հսկայական փորձ: Մենք այստեղ չենք կարող խորամուխ լինել այդ մասնագիտացված գիտելիքների էության մեջ, բայց մենք կարող ենք հին եգիպտական ամբարտակ կառուցողի մտքերը մեզ ներկայացնելու փորձեր անել:

Սակայն, եգիպտացի կառուցողի մոտ ճշգրիտ, քանակական, գիտական պատկերացում չի եղել հեղուկի ճնշման մասին կամ պինդ մարմնի ներքին ձևափոխումների ու լարումների մասին: Այդպիսի պատկերացումները էական տեղ են գրավում ժամանակակից ինժեների գիտական պատրաստության մեջ: Սակայն ինժեներն էլ է օգտվում դեռևս ոչ լրիվ ճիշտ և գիտական լուսաբանում չստանալով ընդարձակ տեղեկություններից: Ջրի հոսանքի կործանիչ ուժի, գետի հոսանքով բերվող տիղմի մասին կամ պինդ մարմինների առաձգականության և այլ ավելի պակաս հատկությամբ ուրվագծված հատկությունների մասին նրա տեղեկությունները իրենցից ավելի շուտ ներկայացնում են էմպիրիկական բնույթի գիտելիքներ:

Մեր օրինակից երևում է, որ մաթեմատիկական խնդրի համեմատությամբ կիրառական խնդրի մեջ հասկացությունները և այն գիտելիքները, որոնք անհրաժեշտ են նրա լուծման համար, ունեն ավելի բարդ բնույթ և սահմանված են ավելի պակաս հստակությամբ:

#### **4) Խնդիրներ ապացույցների ուսուցման համար:**

Ապացույցների ուսուցումը մաթեմատիկայի ուսուցման կարևորագույն նպատակներից մեկն է: Պարզագույն խնդիրներ, որոց լուծմամբ սկսվում է ապացույցների ուսուցումը, հանդիսանում են խնդիր-հարցերը և տարրական հետազոտական խնդիրները: Այդպիսի խնդրի լուծումը պարունակում է հարցի պատասխանի փնտրում և դրա ճշմարտացիության ապացուցում: Խնդիր-հարցերը սովորաբար իր լուծման համար պահանջում են պատասխանի ճշմարտացիության ապացուցում, մեկ տրամաբանական քայլ տրվածից դեպի ապացուցվողը: Ավելի բարդ խնդիրների լուծման կամ թեորեմների ապացուցման ժամանակ ապացույցը իրենից ներկայացնում է իմպլիկացիայի քայլերի շղթա: Խնդիր – հարցի լուծման նպատակը հանդիսանում է իրազեկումը, ճշգրտումը, ուսումնասիրվող հասկացության կոնկրետացումը և կապը նրանց մեջ: Խնդիր-հարցը անհրաժեշտ է նաև սովորողներին ներմուծված սիմվոլիկայի յուրացման համար:

Խնդիր – հարցի օրինակ.

$x > y$ , անպայման է արդյոք  $x^2 > y^2$ : Ապացույցների ուսուցման համար էական դեր է խաղում վարժությունները, որոնցում պետք է լրացնել բաց թողնված բառեր, սիմվոլներ: Սկսել պետք է բավականին պարզ խնդիրներից:

Օրինակ -ապացուցենք, որ ուղղանկյուն եռանկյուն ներքնաձիգի երկարությունը մեծ է էջի երկարությունից: Դիտարկենք ուղղանկյուն եռանկյուն  $ABC$ , որտեղ  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC$ -ն և  $BC$ -ն

նրա էջերն են , AB-ն ներքնաձիգը: C կետը հանդիսանում է B կետի ... .. վրա, այնպես ինչպես BC...CA: Ուղղահայացության մասին թեորեմի համաձայն և ... BC ... AB:

V-VI դասարաններում ապացույցներ չեն կատարվում, բայց լինում են ոչ բարդ խնդիր-հարցեր:

Օրինակ-Դիցուք  $a \neq b, b \neq 0$ , ճիշտ է արդյոք, որ  $a+b \neq 0$

VII –IX դասարաններում շատ են նույնացման և անհավասարման ապացուցման խնդիրները:

Օրինակ.

1) Ապացուցեք, որ եթե  $x^2+px+q = (x+a)^2$  հավասարությունը տեղի ունի, ապա տեղի ունի նաև  $p^2-4q=0$  հավասարությունը: Ձևակերպեք և ապացուցեք հակառակը:

2) Տրված է  $BD \perp AC, AD=DC$ : Ապացուցեք, որ  $AB=BC$ :

IX-X դասարաններում ապացուցման խնդիրները օգտակար է լուծել, իր բոլոր բաժինները սովորելուց հետո: Օրինակ ապացուցեք, որ գոյություն չունի այնպիսի ռացիոնալ թիվ, որի քառակուսին հավասար է 1) 3, 2) 5, 3)6:

### 3. ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՏԵՍԱԿՆԵՐՆ ԸՍՏ ՊԱՀԱՆՁԻ ՆԵՐԿԱՅԱՑՄԱՆ ՁԵՎԵՐԻ

Գիտելիքների և կարողությունների ստուգման առաջադրանք են համարվում այն հարցերը, վարժությունները, խնդիրները, գործնական կամ այլ հանձնարարությունները որոնք նախատեսված են պատասխանելու, լուծելու կամ իրականացնելու համար: Առաջադրանքում սովորաբար նկարագրվում է որևէ իրադրություն, որի վերաբերյալ նշվում են որոշակի տեղեկություններ ու տվյալներ (դրանք կոչվում են **պայման**), և ներկայացվում է **պահանջ**, որը պետք է որոշել, գտնել կամ կատարել : Առաջադրանքի կատարման հաջողությունը սկսվում է նրա մեջ արտահայտված պայմանի ու պահանջի հստակեցմամբ:

Ավանդաբար ըստ պահանջի, փաստորեն, միայն մի ձևով էր, ներկայացվում լուծումը ամբողջական շարադրանքով:

Ուսումնառության և հատկապես գնահատման գործընթացում առավել հաճախ տրվում են այնպիսի առաջադրանքներ, որոնց պահանջները ներկայացվում են հետևյալ ձևերով.

#### ա) Առաջարկվող պատասխաններից ընտրություն կատարելու պահանջով խնդիրներ:

Այս դեպքում խնդրի ձևակերպմանը հաջորդում են «հնարավոր» մի քանի պատասխաններ, որոնցից պետք է կատարել ընտրություն ` նկակջ ունենալով , որ դրանցից միայն մեկն է ընդունվում որպես ճիշտ: «Հնարավոր» պատասխանների քանակը տարբեր առաջադրանքներում կարող է լինել տարբեր`2,3,4,5 և այլն:

Օրինակ.

1. Շրջանագծի երկարությունը  $8\pi$  սմ է: Գտեք այդ շրջանագծի ներգծյալ քառակուսու մակերեսը:

ա)  $64\text{սմ}^2$  բ)  $32\text{սմ}^2$  գ)  $16\pi\text{ սմ}^2$  դ)  $16\sqrt{2}\text{ սմ}^2$  :

2. Եռանկյուն բուրգի բարձրությունն անցնում է հիմքի կողմերից մեկի միջնակետով: Ուրեմն այդ բուրգի հիմքը`

- ա) ուղղանկյուն եռանկյուն է,
- բ) սուրանկյուն եռանկյուն է
- գ) բութանկյուն եռանկյուն է
- դ) հավասարասրուն եռանկյուն է
- ե) կարող է լինել կամայական եռանկյուն

Պատասխանի ընտրությամբ խնդիրը`

- զարգացնում է ընտրություն կատարելու կարողությունը
- խթանում է միտքը որպեսզի կիրառի տարբեր հնարքներ`ստուգել, բացառել, կռահել և այլն:

**բ)Միայն պատասխանը ներկայացնելու պահանջով խնդիրներ:**

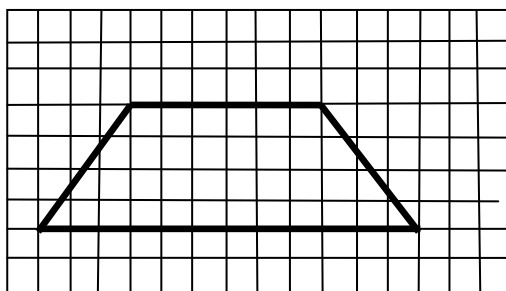
Այս դեպքում առաջադրանքի ձևակերպմանը հաջորդում է հատկացված տեղ (վանդակ, տող և այլն), որտեղ գրառվում է պատասխանը, ընդ որում` չի պահանջվում ներկայացնել այն դատողությունները, հիմնավորումները, հաշվարկները և այլն, որոնք հանգեցրել են տվյալ պատասխանին:

Օրինակ.

*Նկարում սեղանը պատկերված է սանտիմետրական ցանցի վրա:*

Այդ սեղանի`

- ա) միջին գիծը հավասար է \_\_\_\_\_ սմ
- բ) մակերեսը հավասար է \_\_\_\_\_ սմ
- գ) պարագիծը հավասար է \_\_\_\_\_ սմ



Միայն պատասխանի պահանջով խնդիրը`

- ձևավորում է գործի արդյունքը( ոչ թե ընթացքը) կարևորելու ընթացքը:

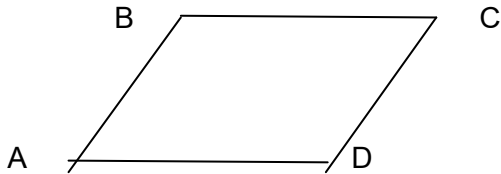
**գ) Կատարման ընթացքն ու արդյունքը ներկայացնելու պահանջով խնդիրներ:**

Այս դեպքում առաջադրանքի ձևակերպումը հուշում է, որ հարկավոր է պատասխանի հետ մեկտեղ շարադրել նաև այն փաստերը, դատողությունները, հիմնավորումները, հաշվարկները,

գծապատկերները և այլն, որոնք անհրաժեշտ են առաջադրանքի կատարումն ամբողջական լինելու համար:

Օրինակ.

Նկարում պատկերված ABCD քառանկյան բոլոր կողմերը հավասար են: Օգտագործելով միայն քանոն կարելի՞ է կառուցել A անկյան կիսորդը և AC հատվածի միջնուղղահայացը: Պատասխանը հիմնավորել:

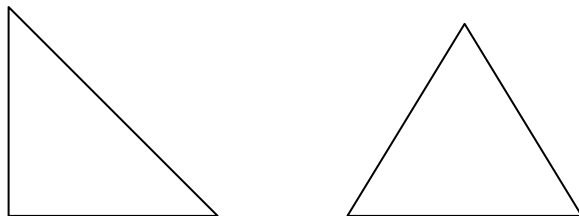


**դ) Ազատ պատասխաններ ենթադրող պահանջով խնդիրներ:**

Այս դեպքում առաջադրանքի ձևակերպումն այնպիսին է, որ նրանում արտահայտված հարցադրումը չունի միարժեք և ճշգրիտ պատասխան, դրա վերաբերյալ կարող են արտահայտվել տարբեր կարծիքներ, տեսակետներ կամ մեկնաբանություններ:

Օրինակ.

Նկարում ցուցադրված են երկու պատկերներ: Այդ պատկերները համեմատեք և նշեք, թե ինչ՞ ընդհանրություններ և տարբերություններ եք նկատում դրանց մեջ:



## ԱՅԼԸՆՏՐԱՆՔԱՅԻՆ ՄՈՏԵՑՈՒՄՆԵՐ

### 1. «ԲԱՑ» ՊԱՏԱՍԽԱՆՈՎ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՌԻՍՈՒՑՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔՈՒՄ

Մաթեմատիկայի դասընթացներում ավանդաբար դիտարկվում են հիմնականում այնպիսի խնդիրներ, որոնք ունեն միակ, ճշգրիտ պատասխան: Այսպիսի խնդիր լուծելիս աշակերտից պահանջվում է կատարել անհրաժեշտ քայլերը և ստանալ պատասխանը, այսինքն՝ ճիշտ

պատասխան ստանալը, կարծեք, դառնում է տվյալ խնդիրը լուծելու նպատակ:

Զնսեմացնել այդպիսի խնդիրների դերը՝ միաժամանակ պետք է նկատի ունենալ, որ հանրակրթական նպատակների առումով խմբային քննարկումների համար բացառիկ դեր ունեն նաև այնպիսի խնդիրները, որոնց նկատմամբ միակ, ճշգրիտ պատասխան չի ակնկալվում: Ընդունված է դրանց անվանել «բաց» պատասխանով խնդիրներ: Վերջիններիս առանձնահատկությունն այն է, որ աշակերտը պարտադրված չէ միակ պատասխանը գտնելու պահանջով: Ուրեմն՝ նրա երևակայությունը կաշկանդված չէ, և նա կարող է ազատորեն ցուցաբերել տարբեր մոտեցումներ: Այսինքն՝ կարող է հայտնել տեսակետ, վարկածներ, փաստարկներ բերել իր մոտեցման օգտին, վերաբերմունք դրսևորել այլոց կարծիքների նկատմամբ և այլն: Կարևորն այն է, որ այդ ամենի մեջ նա ազատագրված է սխալվելու վտանգից (սխալվելու վախից): Եվ դա արվում է ոչ թե այն բանի շնորհիվ, որ ուսուցիչն ու խմբի անդամները հանդուրժում են աշակերտի սխալ պատասխանը, այլ այն բանի շնորհիվ, որ տվյալ խնդիրը միակ՝ ճիշտ պատասխան առհասարակ չունի: Այսպիսով խնդրի համար ընդունելի է համարվում յուրաքանչյուր պատասխան, որը խմբի անդամների մոտ առաջացնում է համոզմունք:

Համագործակցային խմբում «բաց» պատասխանով խնդիրներ քննարկելիս խմբի անդամներն առաջնորդվելու են հետևյալ երկու կանոններով.

1. խմբի ցանկացած անդամի արտահայտած յուրաքանչյուր տեսակետը սխալ չէ
2. խմբի անդամի արտահայտած տեսակետը խմբի կողմից կհամարվի ընդունելի միայն այն դեպքում, երբ նա կկարողանա հիմնավորել և համոզմունք առաջացնել խմբի մյուս անդամների մոտ:

Բաց պատասխանով խնդիրների պահանջի ձևակերպումը հուշելու է այդ մասին (օրինակ՝ ձևակերպման մեջ հանդիպում են «Ձեր կարծիքով...», «Փորձեք կռահել ...», «Ինչպե՞ս կվարվեք, եթե...» և նմանատիպ այլ բառակապակցություններ):

Օրինակներ.

ա) *Ո՞րն ենք ջրի երկու բաբեր, որոնցից մեկը գլանաձև է, իսկ մյուսը ունի ուղղանկյունանիստի տեսք: Ձեր կարծիքով ի՞նչ ընդհանրություններ և տարբերություններ ունեն դրանք՝ որպես երկրաչափական մարմիններ:*

բ) *Ձեզ տրված են հետևյալ բառերը՝ կողորդինատ, հեռավորություն, անկյուն, սկզբնակետ, արշավախումբ:*

*Փորձեք գրել 5-6 տողից կազմված փոքրիկ շարադրություն, որում այդ բառերը կօգտագործեք որպես բանալի-բառեր:*

գ) *Կարելի է տալ նաև հակադարձ խնդիրը, այսինքն՝ աշակերտներին տրամադրել որևէ տեքստ (ցանկալի է, որ այն ունենա ուսումնասիրվող թեմային վերաբերող բովանդակություն)*

և հանձնարարել, որ ընտրեն 5-ից 6 բանալի-բառեր, այսինքն այնպիսի բառեր, որոնք, ըստ իրենց, ամենախաղաղ են տվյալ տեքստի բովանդակությունն արտահայտելու համար:

Այդպիսի խնդիրներ կազմելիս կարևոր է հետևել, որ

ա) խնդիրն արտահայտի կյանքի հետ կապ ունեցող իրադրություն (այլ ոչ թե զուտ տեսական-վերացական բնույթ ունենա),

բ) խնդիրն ունենա որոշ «տարողություն», որպեսզի հնարավոր լինի դրա շուրջ ուսումնական աշխատանք կատարել

գ) ձևակերպման մեջ առկա լինեն որոշակի հետաքրքրություն առաջացնող (հանելուկային, առեղծվածային, հումորով ասված և այլ) արտահայտություններ:

դ) խնդիրը հնարավորություն ստեղծի կատարելու խմբային քննարկում, այն ավելի հարմար լինի խմբով աշխատելու, քան անհատական կատարելու համար: Դա կնպաստի սովորողի հաղորդակցական և համագործակցային կարողությունների զարգացմանը:

Միաժամանակ նշենք, որ «բաց» պատասխանով խնդիրները ուսուցման ընթացքում կիրառելու համար ուսուցչից պահանջում են որոշակի հմտություններ և զգոնություն: Բանն այն է, որ այդպիսի խնդիրները հրապուրիչ և զվարճալի կողմեր ունեն, և աշակերտները կարող են շեղվել ուսումնական հիմնական հարցերից, ինչի արդյունքում խնդիրը չի ծառայի իր գլխավոր նպատակին: Զգոնություն է պահանջվում նաև այն առումով, որ աշակերտների ազատ արտահայտած կարծիքների մեջ կլինեն նաև այնպիսիները, որոնք խոցելի կողմեր ունեն, ուստի անհրաժեշտ է վերջում անդրադարձ կատարել և հանգեցնել նաև ուսուցչի տեսակետը :

## **«ԱՎԵԼՈՐԴ» ՏՎՅԱԼՆԵՐՈՎ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔՈՒՄ**

Ինչպես արդեն նշել ենք , յուրաքանչյուր խնդրում սովորաբար նկարագրվում է երևե իրադրություն , որի վերաբերյալ նշվում են որոշակի տեղեկություններ ու տվյալներ ( դրանք կոչվում են *պայմաններ* ) , և ներկայացվում է *պահանջ* , որը պետք է որոշել (հաստատել, ժխտել) , գտնել, կառուցել կամ կատարել : Խնդրի լուծման համար, նրա պայմանում առկա տեղեկությունից ելնելով , կապեր են բացահայտվում հայտնի տվյալների և պահանջների միջև: Մեզանում տարածում է գտել այն տեսակետը, ըստ որի խնդրի պայմանում առկա տեղեկություններն ու տվյալները, ամբողջությամբ վերցրած, բավարար են լինելու խնդրի պահանջը ապահովելու, այսինքն խնդիրը լուծելու համար: Ավելին , ըստ այդ տեսակետի խնդրի պայմանում տրված տվյալները լինելու են նաև անհրաժեշտ խնդիրը լուծելու համար, այսինքն խնդրի պայմանը չի պարունակելու այնպիսի տվյալ, որը խնդրի լուծման ընթացքում կմնա առանց օգտագործման: Եթե որևէ խնդրում առկա է լինում այդպիսի «ավելորդ» տվյալ, ապա ասում են, որ խնդրի ձևակերպումը «կոռեկտ» (ճշգրիտ) չէ :

Այդպիսի մոտեցումը քննադատելի է դառնում մի քանի տեսանկյուններից՝

ա) եթե մենք դիտարկում ենք ոչ թե, այսպես ասած նախապես հատուկ տրված արհեստական իրադրություններ, այլ իրական կյանքից վերցրած իրադրություններ և փորձում ենք մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով լուծել այդ իրադրությանը վերաբերող որևէ խնդիր, ապա այդ դեպքում բացառված չէ, որ տրված լինեն ավելի շատ տվյալներ , քան անհրաժեշտ է տվյալ խնդրի պահանջ հանդիսացող անհայտը որոշելու կամ գտնելու համար :

բ) պայմանում միայն անհրաժեշտ տվյալներ պարունակող խնդրի լուծումը համեմատաբար ավելի հեշտ է կատարվում քան այնպիսի խնդրի լուծումը , որի պայմաններում տրված են բազմազան տվյալներ՝ լուծման համար ինչպես անհրաժեշտ, այնպես էլ ոչ անհրաժեշտ : Այդ դեպքում ավելանում է մի նոր մտավոր գործողություն՝ բազմազան տվյալներից ընտրել նրանք , որոնք անհրաժեշտ են խնդրի պահանջը գտնելու կամ որոշելու համար: Իսկ դա ենթադրում է կատարել վերլուծություններ, բացահայտել կապերը պայմանի տվյալների և տվյալների ու պահանջի միջև :

Այսպիսով , եթե կրթական խնդիր է դրվում ուժեղացնել մաթեմատիկայի ուսուցման կիրառական ուղղվածությունը, ապա «ավելորդ» տվյալներով խնդիրների դիտարկումը էապես կնպաստի նպատակին , քանի որ դրանց շնորհիվ զգալիորեն կընդլայնվի կիրառական խնդիրների դաշտը և կուժեղանա կրթության բովանդակության կապը կյանքի հետ :

Դիտարկումները ցույց են տալիս, որ եվրոպական մի շարք երկրների ուսումնական ձեռնարկներում հաճախ են հանդիպում «ավելորդ» տվյալներով խնդիրներ: Մասնավորապես, մաթեմատիկայի և բնագիտության միջազգային ԹԻՄՍՍ-ի ծրագրում, որին աշխարհի շուրջ 65 երկրների թվում մասնակցում է նաև Հայաստանը, նախատեսվում են այնպիսի խնդիրներ, որոնց լուծման համար հարկավոր է, որ խնդիրը լուծելու համար աշակերտը կարողանա բազմազան տվյալների միջից ընտրի անհրաժեշտ տվյալները : Օրինակ, շարժման վերաբերյալ խնդիրներում որպես պայման տրվում է մի ամբողջ չվացուցակ, չնայած տվյալ խնդրի համար անհրաժեշտ է ընդհամենը միայն մեկ տվյալ այդ չվացուցակից, կամ ամբողջով վերաբերող խնդիրներում որպես պայման տրվում է մի շարք ապրանքների գնացուցակ, չնայած տվյալ խնդրի համար անհրաժեշտ է միայն մեկ տվյալ այդ գնացուցակից, և այլն :

Այս բոլորով հանդերձ, պետք է արձանագրել, որ «ավելորդ» տվյալներով խնդիրներն ունեն կրթական լուրջ նշանակություն, և հարկավոր է մշակել դրանց ուսուցման մեթոդիկաները: Թերևս արժե մտածել նաև այդ տեսակի խնդիրների համար հարմար անվանում ընտրելու մասին, քանի որ մեզ թվում է, որ «ավելորդ» տվյալ բառակապակցությունը որոշակի բարդույթներ է ստեղծում (որպես անվանման տարբերակ մենք առաջարկում ենք *«Ազատ շարադրանքով խնդիրներ»* անվանումը )



## ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

1. Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում խնդիրների լուծման շնորհիվ սովորողների մտավոր գործունեությունը դառնում է հրապուրիչ և հետաքրքիր, սակայն առավել մեծ է խնդիրների կիրառության կրթական նշանակությունը: Վերջինս բազմակողմանի է և ունի հետևյալ տեսանկյունները՝ ճանաչողական, գործնական-կիրառական, տրամաբանական, հաղորդակցական, դաստիարակչական:
2. Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում խնդրի կրթական նշանակությունը նկատելիորեն կմեծանա, եթե ավանդական մոտեցումների հետ մեկտեղ ցուցաբերվեն նաև այլընտրանքային նոր մոտեցումներ, մասնավորապես, ուսուցման ընթացքում կիրառվեն՝ ա) «բաց» պատասխանով խնդիրներ, որոնք միարժեք - ճշգրիտ պատասխաններ չեն ենթադրում, բ) «ավելորդ» տվյալներով խնդիրներ, որոնց պայմանները պարունակում են նաև այնպիսի տվյալներ, որոնք անհրաժեշտ չեն խնդրի պահանջ հանդիսացող անհայտը որոշելու կամ գտնելու համար: Ուսուցման ընթացքում այդպիսի խնդիրների գործածումը կնպաստի, մի կողմից՝ սովորողների մտածողության, հաղորդակցական ու համագործակցային կարողությունների զարգացմանը, մյուս կողմից՝ կուժեղանա կրթության բովանդակության կապը կյանքի հետ, և ուսումնական աշխատանքը սովորողների համար կդառնա ավելի հետաքրքիր ու օգտակար:

## ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ.

1. Հ.Ս.Միքայելյան, Հանրահաշվի ուսուցման հիմնահարցերը
2. Ս.Է.Հակոբյան, Երկրաչափություն , Ուսուցչի ձեռնարկ
3. Գ. Գ. Գևորգյան , Ա. Ա. Սահակյան, Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր
5. Է. Ի. Այվազյան. Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր Ուսուցչի ձեռնարկ
6. А. Я . Блох, Е.С. Канин и др.: Методика преподавания математики в средней школе
7. Е. С. Канин, Ф. Ф . Нагибин. Заключительный этап решения учебных задач/ Преподавание алгебры и геометрии в школе
8. Ю.М. Колягин. Задачи в обучении математике.