



«ԻՆՏԵՐԱԿՏԻՎ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԶԱՐԳԱՑՈՒՄ»
ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ



ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ
ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ
ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2022

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ
ԱՌԱՐԿԱ
ՀԵՂԻՆԱԿ
ՄԱՐԶ
ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ

ՏՈԿՈՍԻ ԳԱՂԱՓԱՐԸ ԴՊՐՈՑՈՒՄ
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ
ԱՆՆԱ ԽԱՉԱՏՈՒՐՅԱՆ
ԿՈՏԱՅՔ
ՓՅՈՒՆԻԿԻ ՄԻԶՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑ

Ն Ե Ր Ա Ծ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Տոկոսների վերաբերյալ խնդիրներին բավականին մեծ ուշադրություն է դարձվում միջնակարգ դպրոցի վեցից իններորդ դասարաններում : Սակայն բարձր դասարանների մաթեմատիկայի ծրագրում տոկոսները չեն մտնում : Նման ոչ պարտադիր մոտեցման պայմաններում տոկոսների վերաբերյալ գործառնությունը դառնում է քիմիայի խնդիր , որը մտցնում է տոկոսների մասին նոր իր տեսանկյունը՝ հայտնի դիագրամների միջոցով : Վերջին հանգամանքը ապակողմնորոշում է սովորողների մեծ մասին ընդհանրության , կիրառության ոլորտների , տոկոսների վերաբերյալ պարզագույն հարցերի լուծման ալգորիթմների որոնման խնդիրներում :

Բացի այդ , գործարար ոլորտին նվիրված և մանկավարժական գրականության մեջ հանդիպում են տոկոսների վերաբերյալ հարցերի ոչ նորմատիվային լուծումներ :

Այս աշխատանքի նպատակն է տոկոսների վերաբերյալ հարցերի մաթեմատիկական դասակարգումը և «տոկոս» եզրի բառագործածության նոր մի բացահայտումը՝ կախված նրա գործածությունից :

«Տոկոս» բառը ծագել է լատինական procentum բառից , որը բառացիորեն նշանակում է «հարյուրից» : Հանրամատչելի գրականության մեջ այդ եզրը կապվում է տասնհինգերորդ դարում Եվրոպայում թվարկության տասական համակարգի հետ : Սակայն արդեն «Հուստինյանեսի Դիգեստներում» , որ վերաբերում են հինգերորդ դարին , մենք հանդիպում ենք տոկոսների միանգամայն ժամանակակից գործածության հետ :

Ռուսաց լեզվում «տոկոս» եզրի գործածությունը որպես չափանիշ հավանաբար սկսվում է տասնութերորդ դարի վերջից: Այդ են վկայում էՎոյտյախովսկու և Տոսիպովսկու մաթեմատիկայի վերաբերյալ երկու հիմնարար դասագրքերը: Երկու դասագրքերում էլ կան որոշ խնդիրներ «ավանդները տոկոսով տալու վերաբերյալ»: Վոյտյախովսկին գործ ունի բացառապես հարյուր մասերի հետ, մինչդեռ Օսիպովսկի արդեն գործածում է «տոկոս» եզրը: Ահա երեք խնդիր այդ դասագրքերից:

ԽՆԴԻՐ 1. Վաճառականը առևտրի մեջ էր դրել 100 (հարյուր) ռուբլի և առևտուրը արել է վնասով, այնպես, որ առաջին տարուց հետո մնացած գումարը՝ առանց նախնական ավանդի $\frac{4}{25}$, հավասար է երկրորդ տարուց հետո մնացած գումարին: Հարց է դրվում՝ 100 (հարյուր) ռուբլու դիմաց տարեկան ինչքա՞ն վնաս է կրել վաճառականը:

ԽՆԴԻՐ 2. Լոմբարդ է հանձնված a ավանդը p տոկոսով, սրա տոկոսները մնում են լոմբարդում, դրանք ավելացնելով ավանդին, բացի այդ՝ տարեկան ներդրվում է bu ռուբլի: Հարց է դրվում՝ ինչքա՞ն կդառնա ավանդը մեկ տարի անց:

ԽՆԴԻՐ 3. Ենթադրենք, թե լոմբարդ է տրված 10000 (տասը հազար) ռուբլի ավանդ 5 տոկոսով, և տարեկան ներդրվում է bu 800- ական ռուբլի: : Հարց է դրվում՝ ինչքա՞ն կդառնա ավանդը մեկ տարի անց:

Դրամական փոխհարաբերությունների մեջ տոկոսների գործածության սովորույթը նպաստեց դրանց ներդրմանը նաև 19 – րդ դարի տեխնո- լոգիաների մեջ: Արդեն 19 –րդ և 20 –րդ դարերի սահմանագծում ռուսալեզու տեքստերում տոկոսը ծայրագույն լակոնիկացված է : Հետագայում այն դառնում է գործարար լեզվի և գրականության նորմ :

Փոքր մասերի անհրաժեշտության հարաճուն պահանջը բավարարելու համար 1% - ի փոխարեն ներմուծվում է պրոմիլոն : Պրոմիլոն հաճախ կարելի է հանդիպել բժշկական և դեղագործական գրականության մեջ :

Թանկարժեք մետաղների հետ գերծողություններ կատարելիս 1/1000 չափի համար գործածվում է նաև հարզը : Այսպես , 750 հարզի ոսկին այն խառնուրդն է , որը պարունակում է 75% ոսկի :

Տ Ո Կ Ո Ս Ի Գ Ա Ղ Ա Փ Ա Ր Ը

Տոկոսը գործածվում է համեմատելու համար դրական համասեռ քանակությունները և միայն այդ նպատակով :

Մեկ տոկոսը ըստ սահմանման հարյուրերորդական մասն է՝

$$1 \% = \frac{1}{100}$$

Համապատասխանաբար՝

$$p \% = \frac{p}{100}$$

A քանակության մեկ տոկոսը ըստ սահմանման A քանակության մեկ հարյուրերորդ մասն է՝

$$A \times \frac{1}{100}$$

Համապատասխանաբար՝

$$A \text{ -ի } p \% \text{ -ը հավասար է } A \times \frac{p}{100} \quad (1)$$

Որտեղ p-ն որևէ թիվ է :

<< B-ն A-ի p տոկոսն է >> արտահայտության փոխարեն հաճախ գործա-ծում են՝ B-ն կազմում է A-ի տոկոսը : Այսինքն՝ <<տոկոս >> բառը կարող է նշանակել տոկոսների յուրաքանչյուր քանակություն , բայց <<մեկ տոկոս>> միշտ նշանակում է հենց մեկ հարյուրերորդական , այնպես ինչպես << քսանմեկ տոկոս >> բառակապակցությունը նշանակում է քսանմեկ հարյուրերորդ և այլն .

(1) քանաձևից հետևում է, որ p տոկոս տրվում է

$$k = \frac{p}{100}$$

գործակցով, որ դրվում է A -ից առաջ: Ասում են նաև, որ « k -ն մեծ է A -ից»:
Ասում են նաև, որ « k -ն A -ի մասն է A -ի մեջ»:

Հետագայի համար կարևոր է հիշել, որ միշտ տոկոսը հանդես է գալիս որպես որևէ քանակության գործակից:

Տոկոսների վերաբերյալ բոլոր խնդիրները հանգում են յոթ շաբլոն հարցերի:

Շաբլոն հարցերի առաջին խումբը վերաբերում է այն իրադրությանը, երբ տրված են A քանակություն և որևէ p տոկոս: Պահանջվում է գտնել այն քանակությունը, որն արտահայտում է այդ տոկոսը:

ՀԱՐՑ K1: Ո՞րն է այն քանակությունը, որը կազմում է A -ի p %-ը:

Պատասխանը ստացվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$A \times \frac{p}{100}$$

K1 հարցադրումը կարելի է դնել նաև այլ կերպ \square գտնել A -ի p %-ը:

K1 հարցին արագ պատասխանելու համար անհրաժեշտ է իմանալ որ \square

$$5\% = \frac{1}{20}, \quad 10\% = \frac{1}{10}, \quad 20\% = \frac{1}{5}, \quad 25\% = \frac{1}{4}, \quad 50\% = \frac{1}{2}, \quad 75\% = \frac{3}{4}$$

Օրինակ՝ քաղաքում տեղի ունեցան քաղաքապետարանի ընտրություններ, որին մասնակցեց ընտրողների 75 տոկոսը: Ընտրողների միայն 10 տոկոսը իրենց ձայնը տվեցին «կանաչների» օգտին: Քանի՞ ձայն ստացավ այդ կուսակցությունը, եթե քաղաքն ուներ մեկ միլիոն ընտրող:

Լուծում՝ Այստեղ մենք երկու անգամ պետք է կիրառենք K1 հարցի պատասխանը տվող բանաձևը: Ըստ պայմանի ընտրությունների մասնակցել է $\frac{75}{100} \times 1000000 = 750000$ մարդ: Նրանց 10 %-ը կլինի՝ $\frac{10}{100} \times 750000 = 75000$

Հարց K2: Ո՞րն է այն քանակությունը, որի p %-ը կազմում է A:

Պատասխանը ստացվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$A \times \frac{100}{p}$$

Օրինակ՝ Յորենը աղալիս ստացվում է 80 % այուր: Ինչքա՞ն ցորեն պետք է աղալ, որպեսզի ստացվի 480 կգ այուր:

$$\frac{100}{80} \times 480 = 600 \text{ կգ:}$$

Հարց K3: Ո՞րն է այն քանակությունը, որը A –ից ավելի է p %-ով:

Պատասխանը ստացվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$A \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

K3 հարցը կարելի է դիմել մի քիչ այլ կերպ, օրինակ՝ գտնել A –ն p%-ով զերազանցող քանակությունը:

Հարց K4: Ո՞րն է այն քանակությունը , որը A –ից պակաս է p %-ով :

Պատասխանը ստացվում է հետևյալ բանաձևով `

$$A \times \left(1 - \frac{p}{100} \right)$$

Եթե K4 հարցի պատասխանը հանգեցնում է բացասական պատասխանի , ապա պետք է համարել , որ որոնելի քանակությունը գոյություն չունի , իսկ հարցը ` ոչ ճշգրիտ :

Որպեսզի ուսուցանել K1 - K4 հարցերի լուծման ուղղությամբ կայուն ունակություններ , կարելի է աշակերտներին առաջարկել ինքնուրույն լրացնել հետևյալ աղյուսակները : Յուրաքանչյուրը նշում է ժամանակը և գործողությունները կատարում է մտքով :

p%	A	Քանակը ,որը կազմում է A-ի p%-ը	Քանակը ,որի p%-ը A-ն է	Քանակը ,որը A-ից ավելի է p%-ով	Քանակը,որը A-ից պակաս է p%-ով
5	80				
10	60				
20	120				
25	36				
50	42				
75	12				
90	90				
150	30				

Հարց P1: A-ն B-ի $n\%$ տոկոսն է կազմում :Место для формулы.

Պատասխանը ստացվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\frac{A}{B} \times 100\%$$

Օրինակ՝ Կանադայի մի քաղաքում բնակիչների 70%-ը տիրապետում է ֆրանսերենին, իսկ 80%-ը անգլերենին : Այդ քաղաքի բնակիչների $n\%$ տոկոսն է միաժամանակ տիրապետում երկու լեզուներին :

Հանրահաշվական լուծում : Ելնենք այն բանից, որ քաղաքի յուրաքանչյուր բնակիչ տիրապետում է առնվազն մեկ լեզվի՝ անգլերենի կամ ֆրանսերենի : Դիցուք x բնակիչ տիրապետում է միայն անգլերենին, y -ը՝ միայն ֆրանսերենին, իսկ z -ը երկուսին էլ: Այդ դեպքում երկու անգամ տալով P1 հարցը կստանանք՝

$$\frac{x+z}{x+y+z} = 0.8 \qquad \frac{y+z}{x+y+z} = 0.7$$

Գումարելով այս հավասարումները կստանանք՝

$$1 + \frac{z}{x+y+z} = 1 + 0.5 \Leftrightarrow \frac{z}{x+y+z} 100\% = 50\%$$

Ինչը տալիս է խնդրի պատասխանը՝ 50%:

Երկրաչափական լուծումը : Քաղաքի բոլոր բնակիչներին դասավորակենք 100 %-անոց հատվածի վրա այնպես, որ անգլերեն իմացողները կանգնեն ձախից, իսկ ֆրանսերեն իմացողները՝ աջից : Այդ դեպքում նշված բազմությունների ընդհանուր մասը կլինի [30%, 80%] հատվածը, որը հավասար՝ 50%-ի:

Հարց P2: Քանի՞ տոկոսով է ավել A-ն B-ից :

Պատասխանը ստացվում է հետևյալ բանաձևով`

$$\frac{A+B}{B} \times 100\%$$

Օրինակ՝ Արդյունաբերական և տնտեսական ապրանքների գները իջեցրին 25 %-ով : Քանի՞ տոկոսով բարձրացավ ռեալ աշխատավարձը :

Հարց P3: Քանի՞ տոկոսով է A-ն փոքր B-ից :

Պատասխանը ստացվում է հետևյալ բանաձևով`

$$\frac{B-A}{B} \times 100\%$$

Նախընտրական շրջանում հասարակական հարցումների << Ձեվս >> կենտրոնը հասարակական հետազոտությունների գները բարձրացրեց 300 %-ով : Սակայն պահանջարկի բացակայության պատճառով որոշեց վերադառնալ նախկին գներին: Դրա համար քանի՞ տոկոսով պետք է իջեցնեն գները :

Հանդիպում են խնդիրներ որոնց թվաբանական և երկրաչափական բովանդակությունները հստակ չեն տարանջատվում :

Օրինակ՝ Լատունի երկու կտորներ ունեն 30 կգ զանգված : Առաջին կտորը պարունակում է 5 կգ մաքուր պղինձ , իսկ երկրորդը՝ 4 կգ : : Քանի՞ տոկոս պղինձ է պարունակում առաջին կտորը , եթե երկրորդը պարունակում է 15 %-ով ավել պղինձ , քան առաջինը :

Պատասխան՝ 25 %:

Լուծում՝ եթե ելնենք << տոկոս >> եզջի նորմատիվային բառագործածությունից ,
 ապա խնդրի դրվածքը ճիշտ չէ \square 4 կգ-ը չի կարող լինել ավել 5 կգ-ից ավել
 15 % -ով :

Խնդիրը լուծելու համար ձևափոխենք պահանջը :

I-ին տարբերակ՝ Լատունի երկու կտորներ ունեն 30 կգ զանգված : Առաջին
 կտորը պարունակում է 5 կգ մաքուր պղինձ , իսկ երկրորդը՝ 4 կգ : Ք՜ւնի
 տոկոս պղինձ է պարունակում առաջին կտորը , եթե երկրորդում պղնձի
 պարունակությունը 15 % -ով ավել է առաջինում պղնձի պարունակությունից :

Դիցուք լատունի առաջին և երկրորդ կտորները համապատասխանաբար ունեն
 x և y զանգվածները : Այդ դեպքում ըստ պայմանի կստանանք գծային հավա-
 սարումների հետևյալ համակարգը՝

$$\begin{cases} x+y=30 \\ \frac{\frac{4}{y} 100\% - \frac{5}{y} 100\%}{\frac{5}{x} 100\%} = 0.15 \end{cases}$$

Լուծելով այս համակարգը կստանանք՝

$$x = 17 \frac{9}{13}$$

Որտեղից որոնելի տոկոսը կլինի՝

$$\frac{5}{x} 100\% = 28 \frac{6}{23} \%$$

2-րդ տարբերակ՝ Լատունի երկու կտորներ ունեն 30 կգ զանգված : Առաջին
 կտորը պարունակում է 5 կգ մաքուր պղինձ , իսկ երկրորդը՝ 4 կգ :

Քանի՞ տոկոս պղինձ է պարունակում առաջին կտորը, եթե երկրորդում պղինձի պարունակությունը 15 տոկոսային կարգով ավել է, քան առաջինում :

Դիցուք լատունի առաջին և երկրորդ կտորները համապատասխանաբար ունեն x և y զանգվածները :

Այդ դեպքում ըստ պայմանի կստանանք գծային հավասարումների հետևյալ համակարգը՝

$$x+y=30$$

$$\frac{4}{y}100\% - \frac{5}{x}100\% = 15$$

Լուծելով այս համակարգը կստանանք՝

$$x = 20$$

Որտեղից որոնելի տոկոսը կլինի՝

$$\frac{5}{x}100\% = 25\%$$

Այսպիսով ,որպեսզի ստանանք խնդրի ենթադրվող պատասխանը, նրա պայմանները պետք է ճշգրտենք երկրորդ տարբերակով :

Ե Ջ Ր Ա Կ Ա Ց Ո Ի Թ Յ Ո Ի Ն

Մաթեմատիկայի տեսանկյունից տոկեսների վերաբերյալ բաժինը դպրոցական մաթեմատիկայում պարզագույնն է :

Սակայն տեքստային խնդիրներում << տոկոսների վերաբերյալ >> խնդիրները առանձնանում են նաև այլ ցուցանիշով \square տիպական հարցերի նորմատիվային հոմանիշների լեզվական բազմազանությամբ :

Սովորեցնել տոկոսները առաջին հերթին նշանակում է սովորեցնել արագ տոկոսների վերաբերյալ բառային արտահայտությունները վերածել K1-K4 ,

P1-P3 տեսքի մաթեմատիկական ձևակերպումների : Նման ունակություն պահանջվում է ժամանակակից մարդուց՝ անկախ նրա գործունեության ոլորտից և կրթության մակարդակից , օրինակ բանկային ծառայություններում :

Տոկոսների ուսուցումը միջնակարգ դպրոցում պահանջում է որոշակի նորարարական մոտեցում : Բացարձակ արդարացի է այն , որ տոկոսի գաղափարը որպես մաթեմատիկական հասկացություն ներմուծվում է արդեն վեցերորդ դասարանում : Սակայն այդ կենսական նշանակություն ունեցող գաղափարը հետագայում չի ամրապնդվում բարձր դասարաններում , և հաճախ գործածվում է ոչ նորմատիվային ձևով , ինչը հանգեցնում է հասարակության անդամների գործարքային փոխհարաբերությունների մեջ որոշակի դժվարությունների :

Қ Р У Ч У Ы П Ы Ө З П Ы Ы

Дорофеев В. Г. , Кузнецова Л. В. , Минаева С. С. , Суворова С. Б. << Изучение процентов в основной школе >>.

Пойа Д. << Математическое открытие >> .

<< Квант >> для младших школьников

