

## Բովանդակություն

Ներածություն .....	3
Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդները միջին դպրոցում .....	5
Եզրակացություն .....	14
Օգտագործված գրականության ցանկ .....	15

## Ներածություն

**Թեմայի արդիականությունը և հրատապությունը:** Ժամանակակից կրթական հայեցակարգերում ավելի է կարևորվում սովորողների բարձրակարգ մտածողության զարգացման խնդիրը: Աշխարհում տեղի ունեցող արագընթաց զարգացումները իրենց անմիջական ներգործությունն են ունենում կրթական համակարգերի վրա առաջադրելով գիտելիքահեն տնտեսության և տեղեկատվական հասարակության պայմաններում գործող և ապրող մարդու ձևավորման նոր պահանջ: Եվ դա իր հերթին առաջ է բերում կրթության բովանդակության վերանայման ու արդիականացման խնդիր: Հանրահայտ է, որ հանրակրթության առանցքային նպատակներից մեկը աշակերտին մտածել սովորեցնելն է: Առանձնացվում են այդ նպատակին հասնելու երկու հիմնական ուղիներ. մտածողության մասին գիտության տրամաբանության տարրերի իմացությունը և մաթեմատիկայի ուսումնասիրությունը, ինչը բոլոր ժամանակներում դիտվել է որպես սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման լավագույն միջոց:

**Հետազոտության նպատակը:** Հետազոտության նպատակը հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկա ուսումնական բնագավառի առարկաների ուսուցման գործընթացում ապացուցման տարրերի ներառման հիմնավորումն է:

**Հետազոտության հիմնական խնդիրները:** Հետազոտության նպատակին հասնելու համար անհրաժեշտ է եղել լուծել հետևյալ խնդիրները.

1. Տեսական հետազոտության միջոցով վեր հանել հանրակրթության համակարգում ապացուցման առանձին առարկայի և մաթեմատիկայի ուսումնական առարկայի շրջանակներում ապացուցման ուսուցման ուղղությամբ կատարված համաշխարհային և հայրենական փորձը, դրա նշանակությունը սովորողների լեզվատրամաբանական մտածողության զարգացման, արժեհամակարգի ձևավորման և մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում:
2. Բացահայտել ՀՀ Հանրակրթության պետական չափորոշչում, մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշիչներում, ծրագրերում և դասագրքերում ապացուցման տարրերի ներառման փորձը:
3. Մշակել և մատնանշել մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ապացուցման տարրեր ներառելու և դրա միջոցով սովորողների

լեզվատրամաբանական մտածողության զարգացումը ապահովող տեսական  
և գործնական արդյունավետ ուղիներ և դրանց իրականացմանն ուղղված,  
մեթոդապես մշակված և փորձարկված համապատասխան նյութեր և  
երաշխավորություններ:

**Հետազոտության օբյեկտը:** Հետազոտության օբյեկտը մաթեմատիկայի դպրոցական  
դասընթացի բովանդակությունն է և ուսուցման մեթոդական համակարգը:

**Հետազոտության առարկան:** Հետազոտության առարկան մաթեմատիկայի  
դպրոցական դասընթացում ապացուցման տարրերի ներառման և ուսուցման  
գործընթացն է:

## Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդները միջին դպրոցում

Հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ուսուցման կարևոր բաղադրամաս է համարվում տրամաբանական արտաձման կամ ապացույցի իրականացումը և նրա ներկայացումը:

Ապացուցման հիմնախնդիրը վերաբերում է ճանաչողության հիմնական «ինչու» հարցադրմանը:

Ապացուցումը տրամաբանական գործողություն է, որի միջոցով ցույց է տրվում որևէ դատողության ճշմարիտ լինելը այն բխեցնելով ուրիշ այնպիսի դատողություններից, որոնց ճշմարտությունն արդեն ընդունված է (ապացուցված է, հայտնի է, տրված է, գիտենք)<sup>1</sup>:

Ապացուցումը կազմված է երեք մասից՝ ապացուցման թեզիս, ապացուցման հիմքեր, ապացուցման եղանակ:

Ապացուցման թեզիսը այն դատողությունն է, որի ճշմարտությունը ցույց է տրվում տվյալ ապացուցման մեջ:

Ապացուցման հիմքերը (փաստարկները, ապացույցները) այն դատողություններն են, որոնց ճշմարիտ լինելն արդեն ընդունված է և որոնց կապակցությունից բխեցվում է (արտածվում է) ապացուցվող թեզիսը:

Ապացուցման եղանակը, որը կոչվում է նաև փաստարկում կամ դեմոնստրացիա, բուն բխեցումն է, որը կատարվում է մտահանգման կամ մի քանի մտահանգումների կապակցված շարքի միջոցով: Ապացուցման թեզիսը դրանց վերջնական եզրակացությունն է դառնում:

Ապացուցումը լինում է երկու տեսակի՝ ուղղակի և անուղղակի: Ուղղակի կոչվում է այն ապացուցումը, որի մեջ թեզիսի ճշմարիտ լինելը ցույց տալու համար այն բխեցվում է փաստարկներից անմիջականորեն: Բայց երբեմն դժվար է գտնել փաստարկներ, որոնցից թեզիսը բխեր անմիջականորեն, և այդ դեպքում դիմում են անուղղակի ապացուցմանը:

Անուղղակի ապացուցման դեպքում օգտագործվում են թեզիսի նկատմամբ

---

<sup>1</sup> Գևորգյան Հ. Ա., Դասական ձևական տրամաբանության հարաբերությունը ժամանակակից տրամաբանական ուսմունքների և մաթեմատիկական տրամաբանության հետ//Գիտության և մշակույթի փիլիսոփայության և մեթոդաբանության հարցեր, Եր., ՀՀ ԳԱԱ, Էդիթ Պրինտ, 2013 թ., 7-48 էջեր

այլընտրական դրույթ կամ դրույթներ, որոնց կեղծ լինելը ցույց տալու միջոցով բխեցվում է թեզիսի ճշմարիտ լինելը: Անուղղակի ապացուցման մի տեսակը, որ կոչվում է ապացուցում հակառակից կամ հանգեցում անհեթեթության, դպրոցական դասընթացներում հայտնի է հակասող ենթադրության մեթոդով ապացուցում անվանումով:

Իսկ ի նչ հասկանալ ապացուցման ուսուցման տակ: Հարցն այն է, թե ինչպես ենք մենք ապացուցում, ինչպես ս է ապացուցվող թեզիսը ստացվում տրված տեսության արդեն հայտնի ճշմարիտ պնդումներից, ուսուցման պրակտիկայում մնում է ոչ լիարժեք պարզաբանված: Հաճախ է հանդիպում պատասխան «ակնհայտ է», որը ոչինչ չի պարզաբանում:

Պարզվում է, որ մաթեմատիկայի ուսուցման մեթոդիկայի տարբեր շրջաններում ապացուցման ուսուցմանը վերագրվել են տարբեր իմաստներ: Մոտավորապես 20-րդ դարի 60-ական թվականներին այն նույնացվում էր պատրաստի ապացույցների ուսուցման հետ: Քանի որ սովորողները չէին տիրապետում արտաձման կանոններին, ապա ապացուցման ուսուցման տակ կարելի էր հասկանալ միայն մաթեմատիկայի դասագրքերում տեղադրված ապացուցումները անգիր սովորելը և վերարտադրելը: Այդ միտքը շատ վառ արտահայտված էր այդ ժամանակների աշխատանքներում<sup>2</sup>:

Ջ. Ի. Սլեպկանը նշում էր. «Ապացույցի ուսուցման տակ անհրաժեշտ է հասկանալ սովորողներին պատրաստի ապացույցների ուսուցումը, որը առաջարկվում է ուսուցչի կամ դասագրքի կողմից, և ապացուցման ինքնուրույն որոնման ուսուցումը»<sup>3</sup>: Պատրաստի ապացույցները, ընդգծում է Ջ. Ի. Սլեպկանը, պետք է որպես մոդել հանդես գան, որոնց վրա աշակերտները սովորում են մտավոր գործունեության այնպիսի գործողություններ, որոնք ընկած են ապացուցելու կարողությունների հիմքում (ապացույցների տարբեր մեթոդների կիրառումը, ապացուցման ինքնուրույն փնտրտուք և այլն)<sup>4</sup>: Սակայն այս մտքերը պրակտիկայում չիրականացվեցին:

Ջարմանալի է, որ շատ տարիներ մնում էր և, հավանաբար, կմնա աննկատ Ի. Լակատոսի «Ապացուցում և հերքում» գիրքը, որում արտահայտվում են կարևոր

<sup>2</sup> Гоноболин Ф. Н., К вопросу о понимании геометрических доказательств учащимися, Известия АПН РСФСР, 1954 г., стр. 175-192

<sup>3</sup> Саранцев Г. И., Методика обучения математике в средней школе, Москва, Просвещение, 2002 г., с., 87

<sup>4</sup> Слепкань З.И., Психолого-педагогические основы обучения математике. Метод. пособие. - К., Рад. Школа, 1983 г., 190 с.

դրույթներ ապացուցման ուսուցման վերաբերյալ<sup>5</sup>: Մասնավորապես, հեղինակը առանձնացնում էր ապացուցման տիրապետման հետևյալ մակարդակները.

- պատրաստի ապացույցների հասկացում և վերարտադրություն,
- պատրաստի ապացույցների ինքնուրույն վերլուծություն,
- ապացույցների ինքնուրույն իրականացում,
- առաջարկված թվային ապացույցների հերքումը:

Պետք է նշել, որ 20-րդ դարի 40-60-ական թվականներին ի հայտ եկավ աշխատանքների մի շարք, որոնցում դիտարկվում էր դպրոցականներին պատրաստի ապացույցների հերքում սովորեցնելու խնդիրը (Վ Մ. Բրադիս, Յա. Ս. Դուբնով, Վ Լ. Մինկովսկի և այլն)<sup>6</sup>: Հիմնականում նրանցում բովանդակվում էին հետևյալ տիպի զանազան սովորություններ. «Ուղղանկյան մակերեսը հավասար է 0-ի», «Բոլոր եռանկյունները հավասարամեծ են» և այլն: Դրանցում ապացուցվող պնդման անհեթեթությունը դիտարկվում է արդեն ձևակերպման մեջ, որը ստիպում է մասնակցին փնտրել «խարդախությունը»: Սովորությունների ապացուցումներում օգտագործվում են այնպիսի հնարքներ, ինչպիսիք են ուղիղ թեորեմի փոխարեն հակադարձի կիրառումը, մասնավոր դեպքի դիտարկումը, դեռ չապացուցված պնդման օգտագործումը, թեզիսի զադտնափոխումը և այլն: Սակայն մաթեմատիկական դատողություններում սխալների դիտարկումը, որը դուրս էր հանած դպրոցականներին ապացուցել սովորեցնելու ընդհանուր համատեքստից, չառաջացրեց բավարար հետաքրքրություն այդ աշխատանքների հանդեպ:

Թեզիսի հերքման առավել տարածված տեսակը հակաօրինակի կառուցման կամ վկայակոչման գործողությունն է: Հակաօրինակի տակ հասկանում են այնպիսի օբյեկտը, որի համար պնդման պայմանը ճշմարիտ է, իսկ եզրակացությունը՝ կեղծ:

Պարզ է, որ ապացուցման կարողության նշված մակարդակին հասնելը անհնար է առանց տրամաբանական գործողությունների իմացության: Հատուկ նշենք Ա. Ա. Ստոյարի աշխատանքները ապացույցի տրամաբանական կազմակերպման իրականացման վերաբերյալ<sup>7</sup>:

<sup>5</sup> Лакатос И. Доказательства и опровержения, изд. М., Наука, 1967 г., 152 с.

<sup>6</sup> Брадис В. М., Минковский В., Л., Харчева А., К., Ошибки в математических рассуждениях, М., Учпедгиз, 1959 г., 178 с.

<sup>7</sup> Тимофеева И. Л., " Как устроено доказательство?"/Математика в школе, 2004 г., N8, стр. 74-81.

Ժ. Պիաժեն համարում էր, որ դպրոցականների մաթեմատիկական մտածողության զարգացման պայման է հանդիսանում մաթեմատիկայի այնպիսի դասընթացը, որը կառուցված է ավելի ընդհանուր և վերացական հասկացությունների վրա, որոնց առաջին հերթին վերաբերում են բազմությունների տեսության և մաթեմատիկական տրամաբանության տարրերը<sup>8</sup>:

Սակայն, չնայած հետազոտողների մեծ ջանքերին, դպրոցականներին տրամաբանական գործողություններ ուսուցանելու խնդիրը չէր ստանում բավարար լուծում: Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացը ներառում էր որոշ մաթեմատիկական տեսությունների (հանրահաշվի, երկրաչափության, մաթ. անալիզի) սկզբնական հատվածներ բովանդակային շարադրանքով:

Այդ պատճառով մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում ապացուցումը հիմնականում կառուցվում է որպես բովանդակային ապացույց, որում օգտագործվում են սովորական դատողությունները, իսկ տրամաբանական հետևության կանոնները չեն ֆիքսվում: Ապացուցման գործընթացը հիմնվում է ոչ միայն մաթեմատիկական օբյեկտների վրա. նրանում օգտագործվում են և սովորական, բնական լեզվի հասկացությունները: Ինտուիտիվ պահերից հրաժարվելը կպահանջեր բարձրացնել ապացուցման մակարդակը, որը շատ գիտնականների կարծիքով հնարավոր չէ դպրոցականների տարիքային առանձնահատկությունների պատճառով:

Նախքան ապացուցման ուսուցման ընդհանրացված ըմբռնման ձևակերպումը, առանձնացնենք մի շարք հոգեբանական դրույթներ, որոնք դրա հետ անմիջական կապ ունեն: Գիտնականների կարծիքով ուղեղի կառուցվածքը, որը ղեկավարում է վերլուծական գործունեությունը, ձևավորվում է 13-14 տարեկան հասակում, իսկ ապացուցողական մտածողության զարգացումը անցնում է երկու փուլ: Դեռահասության տարիքում աշակերտը ավելի շուտ յուրացնում է ապացույցները, քան ինքնուրույն օգտվում է դրանցից: Իսկ պատանեկության տարիքում արդեն երևան են գալիս պատրաստի ապացույցների նկատմամբ քննադատական վերաբերմունք<sup>9</sup>:

Ապացուցման ուսուցման մեջ առանձնացնենք երկու հիմնական մակարդակներ: Առաջին մակարդակում (4-7-րդ դասարաններ) ապացուցումների մեջ օգտագործվող

<sup>8</sup> Пиаже Ж., Речь и мышление ребёнка. М., Педагогика-Пресс, 1994 г., 528с.

<sup>9</sup> Колягин Ю. М., Оганесян В. А. и др., Методика преподавания математики в средней школе, Общая методика, Учеб. Пособие для студентов физ. – мат. фак. пед. Институтов, Москва, Просвещение, 1975 г., 462 с.

տրամաբանական արտածումները երևան չեն բերվում, չեն բացատրվում, հիմնական ուշադրությունը դարձվում է այն բանի պարզաբանմանը, թե «ի նչ է ապացուցվում», «ինչից է այդ բանը բխում», բայց ոչ՝ «ինչպե՞ս է դա հետևում»: Այդ մակարդակում ապացուցումը դիտարկվում է ընդհանրապես որպես դատողություն, որի միջոցով մի պնդման ճշմարտությունը հաստատվում է այլ պնդումների ճշմարտության հիման վրա:

Երկրորդ մակարդակում (բարձր դասարաններում, նախասիրական պարապմունքների ժամանակ, կամ դպրոցներում, որտեղ մաթեմատիկան ուսուցանվում է խորացված կերպով) սովորողներին կարելի է բացատրել պարզագույն արտածման կանոնները և դրա հիման վրա ճշգրտել ապացուցման հասկացությունը: Այս մակարդակում սովորողներին հասանելի է դառնում ապացուցման վերլուծությունը, նրա տրամաբանական կառուցվածքի հայտնաբերումը, նրանում օգտագործվող արտածման կանոնները, բովանդակային ապացուցման գրառումը տրամաբանական ձևերով, այսինքն նրա ֆորմալացումը:

70-ականների սկզբից, Դ. Պոլյայի, Յու. Մ. Կոլյազինի, Զ. Կրիգովսկու, Պ. Մ. Էրդինիի և այլոց աշխատանքների ազդեցության ներքո, փոխվում է ապացույցի ուսուցման մասին պատկերացումները<sup>10</sup>: Շեշտը դրվում է ապացույցի էվրիստիկական բաղադրիչի վրա: Ա. Ա. Ստայարը հետևյալ կերպ է արտահայտում այդ միտքը. «Ապացուցման ուսուցման տակ մենք հասկանում ենք փնտրման մտավոր գործընթացների սովորեցում, ապացույցի հայտնագործում և կառուցում, այլ ոչ թե սովորեցնել վերարտադրել և անգիր անել պատրաստի ապացույցները»<sup>11</sup>:

Ապացուցման ուսուցման սկզբնական մակարդակը բնութագրվում է սովորողների կողմից տրամաբանական հիմնավորումների հասկացման անհրաժեշտությամբ, որը պահանջում է ընդամենը պարզագույն արտածումների իրականացման հմտություններ, այն բանի հասկացում, որ մի շարք պնդումներից տրամաբանական գործողություններով կարելի է դուրս բերել նոր պնդումներ:

Իսկ հաջորդ մակարդակը ներառում է դպրոցականների կողմից դեդուկտիվ մտահանգումների շղթաներ իրականացնելու կարողությունը, ինչպես նաև հետևության արտածման գործողությունների տիրապետումը, խնդրի պահանջների վերարտադրումը նորի մեջ, օգնող խնդիրների կազմումը: Այդ գործողությունները առաջացնում են խնդրի

<sup>10</sup> Курант Р., Робинсон Г., Что такое математика?, М., Просвещение, 1967 г., 558 с.

<sup>11</sup>Саранцев Г. И., Методика обучения математике в средней школе, Москва, Просвещение, 2002 г., с., 87



լուծման մեթոդի որոնման հիմք, ինչպես նաև գիտական ճանաչողության մեթոդների (անալոգիա, վերլուծում, ընդհանրացում և այլն) կիրառում տարբեր իրադրություններում, և այդ իմաստով ունեն էվրիստիկական բնույթ: Այդ մակարդակն իր բովանդակությամբ վերաբերում է երկրաչափության և հանրահաշվի առաջին բաժինների համակարգված շարադրանքներին:

Ապացուցման մեջ տրամաբանական քայլերի շղթա կազմելու կարողությունների ուսուցումը և նշված էվրիստիկական գործողությունների կիրառումը կազմում է ուսուցման բովանդակությունը ապացուցման դիտարկվող մակարդակի մեջ: Իսկ ապացուցման վերլուծությունը տրամաբանական քայլերի առանձնացումը, տրամաբանական բացթողումների փնտրտուքը և վերացումը, ապացուցման գաղափարների առանձնացումը և նրա վերարտադրումը կազմում են ըմբռնման բովանդակությունը: Դասագրքերի, հատկապես երկրաչափության դասագրքերի, հնարավորությունները նշված էվրիստիկական եղանակների ձևավորման համար բավականին շատ են: Երկրաչափության դասընթացի առաջին թեորեմների ուսուցումը, օրինակ, եռանկյունների հավասարության հայտանիշները, նպաստում են սովորողների մոտ անալոգիայի, իսկ խնդրի հետ աշխատելու վերջնական փուլը՝ ընդհանրացման և կոնկրետացման մեթոդների կիրառման կարողությունների ձևավորմանը:

Փաստերի ինքնուրույն բացահայտման, ձևակերպումների, ապացույցների կառուցման մեջ աշակերտների մասնակցությունը, բնականաբար, առաջացնում է տարբեր բնույթի սխալներ, այդ պատճառով կարևոր է սեփական աշխատանքի և իր ընկերների աշխատանքների արդյունքները քննադատաբար գնահատելու կարողությունը, որոնք և ձևավորվում են առաջարկվող պնդումների ժխտման և ապացուցման գործընթացի մեջ: Ապացուցելու այդ առավել բարձր ուսուցման մակարդակը հիմնավորված է նաև հոգեբանական հետազոտությունների արդյունքներով: Հիշենք, օրինակ, Պ. Պ. Բլոնսկու աշխատանքները, որոնցում նշվում է դեռահասության տարիքում շրջապատի և ուսուցանվող նյութի հանդեպ քննադատական կարողությունների առկայություն, որոնց զարգացումը նպաստում է պատրաստի ապացույցների հերքման գործունեությունը: Ապացույցի ուսուցման այդ մակարդակը կարելի է իրականացնել 8-9-րդ դասարաններում:

Ուսուցչի աշխատանքի մեջ կարևոր է տրամաբանական հիմնավորումների ձևավորման պահանջների իրականացումը: Կարևոր խնդիր է դպրոցականներին

սովորեցնել տրամաբանորեն դատելու ունակություն: Լավ կազմակերպված դասավանդման պայմաններում սովորողները արդեն 7-րդ դասարանում առաջին դասերից տիրապետում են այնպիսի դատողությունների, որոնց հիմքը կազմում են հետևության և ժխտման կանոնները, և հետագայում օգտագործում են այդ կանոնները որպես ճանաչողության գործողություններ կատարելու կողմնորոշիչ հիմք:

Հիմնական դպրոցում հարկավոր է իրականացնել ապացույցի վերլուծություն առանձնացնել նրանում տրամաբանական քայլեր, դիտարկել տարբեր դեպքեր և այլն: Ապացուցման խնդրի լուծման վերաբերյալ Դ. Պոյան խորհուրդ է տալիս վարվել այսպես լուծման պլան իրականացնելով կոնկրետացրեք սեփական ամեն մի քայլ<sup>12</sup>:

Իսկ դրա համար օգտակար են հետևյալ հարցերը ձեզ պա րզ է, որ ձեր կողմից ձեռնարկվող քայլը ճիշտ է, կարո՞ղ եք ապացուցել, որ դա ճիշտ է: Պարզ է, որ այդ հարցերի պատասխանը ենթադրում է տրամաբանական գործողությունների և առաջին հերթին արտաձման կանոնների տիրապետում:

Անդրադառնալով ապացուցումների և արտաձումների ուսուցման խնդրին նշենք, որ արտաձման պարզագույն կանոնների յուրացումը դեռևս չի նշանակում, որ դրանք յուրացնողը անհրաժեշտության դեպքում կարող է եզրակացությունը արտաձել տրված նախադրյալներից, մտաձել համապատասխան արտաձման կանոնի մասին, այնպես, ինչպես քերականական կանոնների յուրացումը դեռևս չի նշանակում, թե այն իմացողը կարող է յուրաքանչյուր անգամ որոշել, թե իր մտքերը շարադրելու համար ի նչ կանոն պետք է կիրառել:

Ինտուիցիան և առողջ բանականությունը երբեմն բավարար չեն լինում ճիշտ դատելու համար, այնպես, ինչպես իր մտքերը լեզվի միջոցներով ճիշտ շարադրելու համար: Բայց ինտուիցիան ինքը, կարող է մշակվել ու ձեռք բերվել որոշակի կանոններով կատարվող բազմակի փորձերի արդյունքում: Մանկավարժական փորձը ցույց է տալիս, որ արտաձման պարզագույն կանոնների ուսուցումը և դրանց կիրառման ուղղությամբ մշակված խնդիրների համակարգը հանգեցնում են ճիշտ կառուցված դատողությունների կազմման ուղղությամբ ինտուիցիայի զարգացմանը: Եվ դրա շնորհիվ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում սովորողների մոտ ձևավորվում ու զարգանում են այնպիսի կարողություններ, որոնք օգնում են կշռադատություններ կատարելիս հանգել հիմնավոր

<sup>12</sup> Пойа Д., Как решать задачу? — М., Учпедгиз, 1969 г., 208 с.

եզրակացությունների ինչպես մաթեմատիկայի և մյուս առարկաների ուսումնառության ընթացքում, այպես էլ առօրյա կյանքում:

Կարևոր է նշել նաև այն հանգամանքը, որ մինչև վերջին տասնամյակները տարածում էր գտել այն տեսակետը, համաձայն որի ապացուցողական կարողությունների զարգացման գործառույթը իրականացվում էր առավելապես երկրաչափության դասընթացում: Սակայն անբացատրելի էր մնում այն հարցը, թե տրամաբանական կառուցվածքի տեսակետից ինչու պետք է եսկան տարբերություններ լինեն զուգահեռաբար ուսուցանվող մաթեմատիկական երկու առարկաների հանրահաշվի և երկրաչափության միջև, մի թե դա չի հակասում մաթեմատիկայի ամբողջական ընկալմանը: Ինչպես արդեն նշել ենք, նախորդ դարի վերջին այդ հիմնահարցի հաղթահարման ուղղությամբ մեզանում կատարվեցին լուրջ աշխատանքներ, որոնց արդյունքում ստեղծվեցին հանրահաշվի ուսումնական նոր ձեռնարկներ: Եվ ուշագրավ է այն փաստը, որ, ինչպես ցույց են տալիս վերլուծությունները, նոր հայեցակարգի հիման վրա մշակված հանրահաշվի դասընթացի կառույցն ու նրանում գործող տրամաբանական ձևերը նույնիսկ ավելի պարզ և ընկալելի են, քան երկրաչափության մեջ: Ավելին, հանրահաշվի դասընթացի հիմքում ընկած տրամաբանական կառույցը հնարավորություն է տալիս նրա միջոցով իրականացնել սովորողների տրամաբանական մտածողության ձևավորման ու զարգացման ամբողջական ու բացառիկ մի գործառույթ: Ինչպես նշում է Հ. Ս. Միքայելյանը. «Մինչ այդ գործող դասընթացներում կարևորագույն ու նպատակային այս պահանջը ամբողջությամբ մոլված էր երկրորդական պլան: Դրանք, ըստ էության, զուրկ էին համակարգված ապացուցողական կառույցից: Զնչին բացառություններով, հանրահաշվական կարևորագույն փաստերը տրվում էին առանց ապացույցի: Մինչդեռ երկրորդական նշանակություն կամ արժեք ունեցող, մեծ մասամբ զանազան վարժություններ, հանգամանորեն լուծվում էին: Այսինքն շեշտը դրվում էր ոչ թե գաղափարական-բովանդակային հիմնավորումների, այլ տեխնիկական-վարժանքային հարցերի վրա, որոնք որևէ կապ չունեին սովորողների տրամաբանական զարգացման խնդրի հետ»<sup>13</sup>:

<sup>13</sup> Միքայելյան Հ. Ս., Մկրտչյան Ա. Ս., Մաթեմատիկական ապացուցումների ներկայացման մի եղանակի մասին//Մաթեմատիկական կրթություն: Հանրապետական գիտաժողով: 24-25 հոկտեմբերի, 2013 թիվ (նյութերի ժողովածու), Եր., Էդիթ Պրինտ, 2013 թ., 113-122 էջեր

Նշված դասընթացում հանրահաշվի տեսական նյութի շարադրանքը, ինչպես որ երկրաչափության պարագայում, կրում է դեդուկտիվ բնույթ: Առկա են հիմնական հանրահաշվական հասկացությունները, որոնց միջոցով կառուցվում է հանրահաշվի լեզուն: Առկա են աքսիոմները, որոնցից հետևում են թեորեմները (դրանք դասընթացում կոչվում են հատկություններ) յուրաքանչյուրն իր ապացուցումով<sup>14</sup>: Առկա են նաև արտաձման կանոնները: Ընդ որում ապացուցումների ներկայացման մեջ կիրառվում են նոր մոտեցումներ, որոնց հետ կապված մեթոդական հարցերը արժանի են հատուկ քննարկման:

---

<sup>14</sup> Մկրտչյան Ա. Տ., Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի ապացուցումների համակարգի մասին//Մաթեմատիկական դպրոցում, N 3 (90), Եր., 2013 թ., 23-43 էջեր

## Եզրակացություն

Ինչպես տեսնում ենք, միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ներմուծումը, այդ ընթացքում նաև աքսիոմատիկ մեթոդի ուղեկցությամբ դասընթացի առանձին հատվածների շարադրանքը լիովին տեղավորվում են Սարանցևի մոտեցումների շրջանակներում: Ավելին, ապացուցման Հենցենյան սխեմաների կիրառումը թույլ է տալիս սովորողին հստակորեն պատկերացնել ապացույցի սխեման, դրանով հնարավորություն ստեղծելով կատարելու դրա կառուցվածքի վերլուծություն՝ ունակություն, ինչին, Սարանցևի տեսակետով, պետք է տիրապետեն արդեն վեցերորդ դասարանի աշակերտները:

Ապացուցումների ներկայացման հենցենյան սխեմաները ուսուցման ընթացքում կարող են կատարել բազմաթիվ դիդակտիկական գործառնություններ կամ էլ օգնել մանկավարժական այլ գործառնությունների իրականացմանը: Օրինակ, դասավանդվող նյութի կրկնությունների կազմակերպման գործառնությունից մեջ դրանք կարող են խաղաղ շատ կարևոր և օգտակար դեր, քանի որ ապացուցման «ծառի ճյուղերի» համար փաստարկներ նշելիս շարունակ ակտիվորեն վերարտադրվում է այն ողջ գիտելիքների համակարգը, որը ներառում է նախկինում ուսումնասիրված օրենքները, հատկությունները, բանաձևերը, և միաժամանակ նպաստավոր պայմաններ են ստեղծում դրանց միջև կապերի բացահայտման համար:

Այսպիսով, երբ ապացուցումների ուսուցումը կազմակերպվում է հենցենյան ծառի տեսքով, ապա դրանք, մի կողմից աշակերտներին հնարավորություն էին տալիս նորովի մոտենալ ապացուցումներին, ընկալել դրանց հիմքում ընկած մեխանիզմը: Մյուս կողմից, ապացուցմանը զուգահեռ տրված փաստարկուների համակարգը թույլ է տալիս նշել ապացուցման մեջ կիրառվող հատկությունները կամ թեորեմները՝ հնարավորություն տալով վերհիշել դրանք, իսկ հաճախակի կիրառությունը ամրապնդում է դրանց իմացությունը՝ դրանք դարձնելով աշակերտների սեփականությունը: Ընդ որում, ապացուցումների նման ուսուցումը հաճախ հնարավոր է իրականացնել խաղերի միջոցով, ինչը էականորեն բարձրացնում է սովորողների ակտիվությունը, դասին հաղորդում առանձին դինամիկա:

## Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Գևորգյան Հ. Ա., Դասական ձևական տրամաբանության հարաբերությունը ժամանակակից տրամաբանական ուսմունքների և մաթեմատիկական տրամաբանության հետ/Գիտության և մշակույթի փիլիսոփայության և մեթոդաբանության հարցեր, Եր., ՀՀ ԳԱԱ, Էդիթ Պրինտ, 2013 թ.,
2. Միքայելյան Հ. Ս., Մկրտչյան Ա. Ս., Մաթեմատիկական ապացուցումների ներկայացման մի եղանակի մասին//Մաթեմատիկական կրթություն: Հանրապետական գիտաժողով: 24-25 հոկտեմբերի, 2013 թիվ (նյութերի ժողովածու), Եր., Էդիթ Պրինտ, 2013 թ.,
3. Մկրտչյան Ա. Ս., Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի ապացուցումների համակարգի մասին//Մաթեմատիկական դպրոցում, N 3 (90), Եր., 2013 թ.
4. Гोनоболин Ф. Н., К вопросу о понимании геометрических доказательств учащимися, Известия АПН РСФСР, 1954 г.
5. Саранцев Г. И., Методика обучения математике в средней школе, Москва, Просвещение, 2002 г.
6. Слепкань З.И., Психолого-педагогические основы обучения математике. Метод. пособие. - К., Рад. Школа, 1983 г.
7. Лакатос И. Доказательства и опровержения, изд. М., Наука, 1967 г.
8. Брадис В. М., Минковский В., Л., Харчева А., К., Ошибки в математических рассуждениях, М., Учпедгиз, 1959 г.
9. Тимофеева И. Л., " Как устроено доказательство?"//Математика в школе, 2004 г., N8.
10. Пиаже Ж., Речь и мышление ребёнка. М., Педагогика-Пресс, 1994 г.
11. Колягин Ю. М., Оганесян В. А. и др., Методика преподавания математики в средней школе, Общая методика, Учеб. Пособие для студентов физ. – мат. фак. пед. Институтов, Москва, Просвещение, 1975 г.
12. Курант Р., Робинсон Г., Что такое математика?, М., Просвещение, 1967 г.
13. Саранцев Г. И., Методика обучения математике в средней школе, Москва, Просвещение, 2002 г
14. Пойа Д., Как решать задачу? — М., Учпедгиз, 1969 г.