



**«ԻՆՏԵՐԱԿՏԻՎ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԶԱՐԳԱՑՈՒՄ»  
ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ**



**ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ  
ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ  
ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2022**

**ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ**

**ԹԵՄԱ**

**« Հավանականության տեսությունն մաթեմատիկական  
վիճակագրություն » թեմայի ուսումնասիրման  
անհրաժեշտությունը դպրոցում**

**ԱՌԱՐԿԱ**

**Մաթեմատիկա**

**ՀԵՂԻՆԱԿ**

**Արմենուհի Մանուկյան**

**ՄԱՐԶ**

**Կոտայք**

**ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ**

**Հրազդանի թիվ 14 հիմնական դպրոց**

## Բովանդակություն

1. Ներածություն.....	2
2. «Հավանականության տեսություն և մաթեմատիկական վիճակագրություն» թեմայի ուսումնասիրման անհրաժեշտությունը դպրոցում.....	4
3. Հավանականության տեսություն.....	5
4. Վիճակագրություն.....	7
5. Միացությունների (կոմբինատորիկայի) տարրերը.....	11
6. Դեկարտյան արտադրյալ.....	13
7. Եզրակացություն .....	18
8. Օգտագործված գրականության ցանկ .....	19

## Ներածություն

Հետազոտության հիմնահարցը հավանականությունների տեսության ուսումնասիրմանը և իմաստավորմանը, մարդու բազմակողմանի զարգացման համար վիճակագրական խնդիրների հետազոտման անհրաժեշտությանը ինֆորմացիայով զերհագեցած մեր աշխարհում:



### Հետազոտության արդիականությունը.

Առանց հավանականավիճակագրական մեթոդների ու հասկացությունների իմացության հնարավոր չէ մրցունակ և արդյունավետ արտադրության կազմակերպումը, բուժման նոր մեթոդների ներմուծումը բժշկության մեջ,

ապահովագրական պաշտպանության ապահովումը, հիմնական սոցիալական քաղաքականության իրականացումը:

### **Հետազոտության խնդիրները**

- Ուսումնասիրել զանգվածային պատահական իրադարձությունների օբյեկտիվ օրինաչափությունները:
- Ուսումնասիրել պատահական երևույթները (իրադարձությունները) և բացահայտել օրինաչափությունները, երբ դրանք զանգվածաբար կրկնվում են:

### **Հետազոտության նպատակը.**

- Ուսուցանել գիտության համարյա բոլոր բնագավառները ներթափանցած հավանականության տեսության հիմունքները, ուսանողների մոտ ձևավորել հավանականային մտածելակերպ ու հավանականային մոդելներ կառուցելու ունակություն, որոնք նկարագրում են տվյալ պատահական երևույթը:
- Ձևավորել պրոբլեմային մտածողություն աշակերտների մոտ՝ առաջարկելով պարադոքսներ:
- Ձևավորել սեփական աշխարհայացք:

**«Հավանականության տեսության եւ մաթեմատիկական վիճակագրություն»  
թեմայի ուսումնասիրման անհրաժեշտություն դպրոցում**

Շատ բաներ մեզ անհասկանալի են ոչ նրա համար,  
որ մեր գիտելիքները թույլ են, այլ նրա համար,  
որ դրանք չեն մտնում մեր իմացությունների շրջանակ:  
Կ. Պրուտկով

Գիտությունների պատմությունում 18-րդ դարն համարվում է առանձնահատուկ: Գալիլեյը կատարեց իր հանրահայտ փորձերը, որոնց արդյունքում կատարվեց մեծագույն բացահայտում. «Բնության գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով»: Այս պնդումն իր լրիվ հիմնավորումը գտավ Նյուտոնի կողմից:

Մաքսվելը գրում է. «Մեր աշխարհի իրական տրամաբանությունը հավանականությունների ճիշտ հաշվարկն է»:

Գիտությունների պատմության մեջ 17-րդ դարը համարվում է առանձնահատուկ: Հենց այդ դարում Գալիլեյը կատարեց իր հանրահայտ փորձերը, որոնց արդյունքում կատարվեց մեծագույն բացահայտում. «Բնության գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով», որն էլ լրիվ հիմնավորեց Նյուտոնը: Դրանով փաստորեն սկիզբ դրվեց բնագիտության պատմության նոր դարաշրջանին՝ գիտությունների համատարած մաթեմատիկանացմանը: Մաքսվելը գրել է. «Մեր աշխարհի իրական տրամաբանությունը հավանականությունների ճիշտ հաշվարկն է»: Հետնյուտոնյան բնագիտությունն առաջնությունը տալիս էր այնպիսի գիտափորձերին, որոնց արդյունքը կայուն է, այսինքն՝ որոնցում հետազոտվող իրադարձությունը միշտ հանդես է գալիս

կամ հանդես չի գալիս: Սակայն հասնել դրան, որ ապահովվեն անհրաժեշտ բոլոր պայմանները, որոնց դեպքում այդ իրադարձությունը տեղի կունենա, հնարավոր է միայն մակրոսկոպական մակարդակում: Բայց որոշակի պայմանների դեպքում վիճակագրական կայունություն կարելի է ստանալ նաև միկրոսկոպական պայմաններում: [7]

Հենց վիճակագրական կայունության հասնելու պայմանների հետազոտման հարցերով էլ զբաղվում է դիսկրետ մաթեմատիկայի հետաքրքիր բաժիններից մեկը՝ պատահական իրադարձությունների օրինաչափություններն ուսումնասիրող հավանականությունների տեսությունը: Հավանականությունների տեսության բաժնի ուսումնասիրման նպատակներից է աշակերտներին տեղափոխության, կարգավորության և զուգորդության հասկացություններին ու դրանց հաշվարկման համար անհրաժեշտ բանաձևերին ծանոթացնելը, հարաբերական հաճախության և պատահական իրադրության հավանականության հասկացությունները ներմուծելը:

Դպրոցում հավանականությունների տեսության որոշ տարրերի և վիճակագրության ուսուցման անհրաժեշտության մասին խոսվում է արդեն երկար ժամանակ: Հոգեբանների հետազոտությունները ցույց են տվել, որ մարդն իսկզբանե վատ է հարմարվում հավանականության գնահատմանը:

### **Հավանականությունների տեսություն**

Սա մաթեմատիկայի այն բաժինն է, որտեղ ուսումնասիրվում են պատահական երևույթները (իրադարձությունները), և բազմաթիվ փորձերի կրկնության

դեպքում բացահայտվում են օրինաչափություններ: Տեսության հիմքում պատահական փորձի գաղափարն է: Այն բազմիցս կրկնելի գործողությունների համալիր է և տեսական հիմքն է մաթեմատիկական վիճակագրության, որը զբաղվում

է մեթոդների հավաքագրմամբ, մշակմամբ, նկարագրմամբ և արդյունքների ուսումնասիրությամբ:

Ուսումնասիրությունների ճանապարհով (փորձեր, տեսություններ) տեղի է ունենում իրական աշխարհի երևույթների ճանաչում:

Հավանականությունների տեսության հիմնական նպատակը դպրոցում աշակերտներին մի շարք մաթեմատիկական գիտելիքներ և հմտություններ տալն է,

որոնք անհրաժեշտ են ծրագրային այլ կանոնների յուրացման համար, որպեսզի սովորողը կարողանա գործնական հաշվարկներ կատարել տրամաբանական մտածողության զարգացման համար:

Պատահույթ և նրա հավանականությունը

Կյանքում հանդիպում են երևույթներ (իրադարձություններ), որոնց ելքը հնարավոր չէ գուշակել, և արդյունքը կախված է պատահականությունից: Պատահական փորձի հետ կապված որևէ իրադարձություն (երևույթ), որը միննույն

պայմաններում կատարված փորձի արդյունքում կարող է տեղի ունենալ կամ չունենալ, կոչվում է պատահույթ:

Պատահույթը կարելի է բնութագրել պատահույթին նպաստող ելքերի  $m$  թվի

և բոլոր հնարավոր ելքերի  $n$  թվի հարաբերությամբ, որը կոչվում է պատահույթի հավանականություն՝

$$P = m/n, \text{ որտեղ } 0 \leq P \leq 1:$$

Պատահույթի օրինակներ են.

- կրակում թիրախին,

- մետաղադրամի կամ խաղոսկրի նետումը,
- ծնողներից որոշակի հատկանիշների ժառանգումը,
- որոշակի սեռի երեխայի ծնունդը,
- տարրական մասնիկների բրոունյան շարժումը,
- երկու հակառակորդների միջեւ որեւէ խաղի արդյունքը եւ այլն:

Եթե պատահույթին նպաստող էլքեր չկան՝  $m=0$ , ապա  $P=0/n=0$ : Այն պատահույթը, որի հավանականությունը 0 է, անվանում են անհնար պատահույթ:

Պատահույթը, որի նպաստավոր էլքերի քանակը համընկնում է բոլոր հնարավոր էլքերի թվին

( $n=m$ ), կոչվում է հավաստի պատահույթ.

$P=n/n=1$ :

Օրինակներ. ա) հավաստի պատահույթներ

- զարնանը ծառերը ծաղկում են,
- սառույցը արեւի տակ հալվում է,
- Կար 10 խնձոր: Ավելացրին եւս 1-ը, դարձավ 11 խնձոր եւ այլն:

բ) անհնար պատահույթներ

- դուրս գալով փողոց՝ Դուք հանդիպել եք Տիգրան Ա արքային,
- գիշերը ծագել է արեւը,
- ուժգին քամի է փչում, իսկ ծառերի տերեւները չեն շարժվում եւ այլն:[3]

6-րդ դասարանի դասագրքում տրվում է պատկերացում հաճախականության,

հարաբերական հաճախականության գաղափարների մասին: Այնուհետեւ բերվում է



հավասարահավանական պատահույթների մասին, պատահույթի հավանականության մասին եւ ներկայացվում է հավանականության տեսության դասական սահմանումը:

Այս ամենը ուսումնասիրելուց հետո կարելի է աշակերտներին հանձնարարել

«Հավանականությունները մեր շուրջը» թեման: Այն ներառում է հավանականության տեսության մի քանի ճյուղերի օրինակներ: Կարելի է խմբային աշխատանք հանձնարարել հետազոտական մեթոդով: Բնական է, որ սովորողները 2-3 օր պետք է տրամադրեն այս աշխատանքին: Կարող են օգտվել համացանցից:

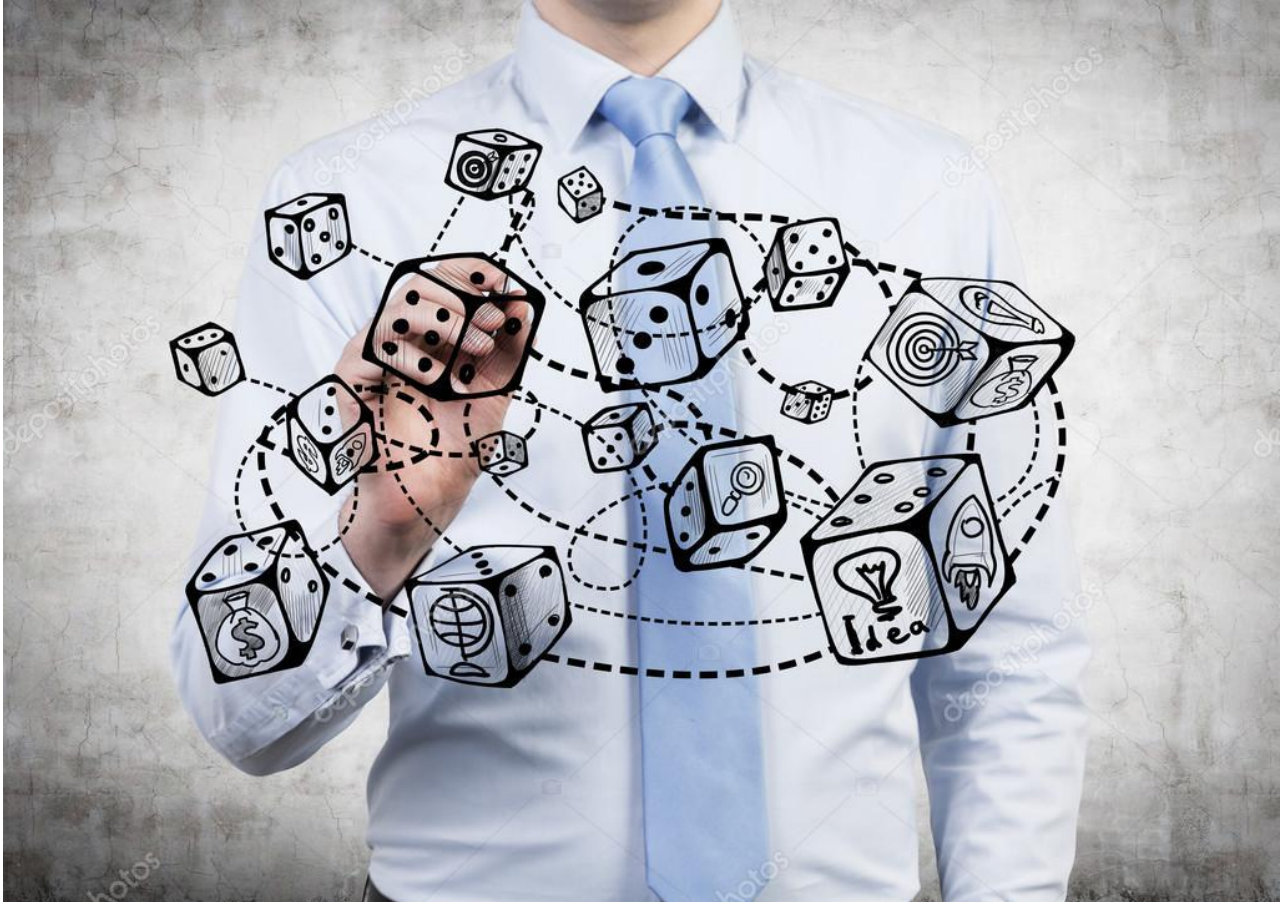
Ե՛վ 6-րդ, եւ՛ 9-րդ դասարանների դասագրքերում բերվում են խաղոսկրի նետման վերաբերյալ խնդիրներ: Այս խնդիրների ուսումնասիրությունից եւ լուծումից հետո կարելի է աշակերտներին ուշադրությանը ներկայացնել, օրինակ, Ջառերով խաղի պարադոքսը: Ավելի արդյունավետ կլինի, եթե ուսուցիչն օգտվի ուսուցման խնդրահարույց եղանակից, քանի որ այն գիտելիքները, որոնք աշակերտը ձեռք է բերում ինքնուրույն, զերծ են մնում մոռացությունից: Քանի որ պարադոքսները իրենց բնույթով շատ հետաքրքիր են, այդ իսկ պատճառով նրանք հետաքրքրում են նաեւ թույլ աշակերտներին:

Կարելի է առաջարկել նաև Ծննդյան օրերով պարադոքսը: Էլեկտրոնային ցուցադրումներով լուծվող խնդիրները ամրապնդում են ստացած գիտելիքները: Այս եղանակով կարելի է հետազոտել և լուծել հետևյալ խնդիրը:

Ջառը նետելիս 1,2,3,4,5,6 թվերից յուրաքանչյուրի բացվելու հավանականությունները հավասար են: Երկու զառերի նետման դեպքում դուրս եկած թվերի գումարը կարող է փոփոխվել 2-ից մինչև 12: 1,2,3,4,5,6 թվերից ինչպես 9, այնպես էլ 10 կարելի է ստանալ տարբեր եղանակներով՝  $9=3+6=4+5$  եւ  $10=4+6=5+5$ : 3 զառի դեպքում եւ՛ 9, եւ՛ 10 ստացվում է 6 եղանակով: Այդ դեպքում ինչու՞ 2 զառերի նետման դեպքում դուրս եկած

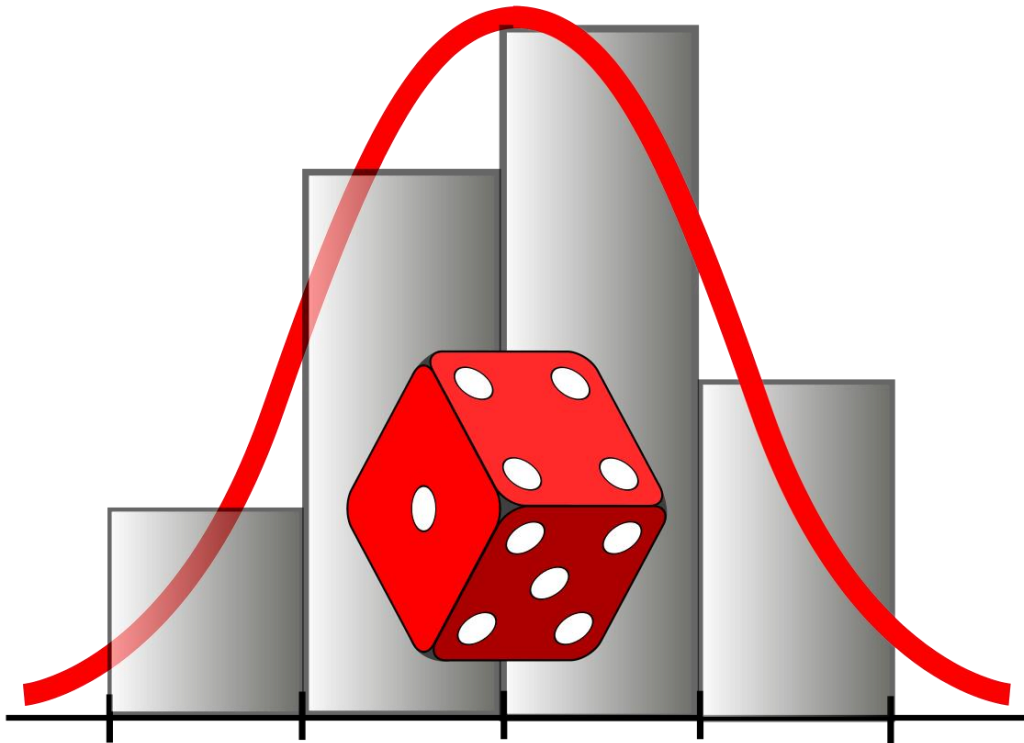
Թվերի գումարն ավելի հաճախ ստացվում է 9, իսկ 3 զանոթերի նետման դեպքում՝ ավելի հաճախ 10:

Նմանօրինակ խնդիրները հետաքրքրում են նաև թույլ աշակերտներին:



## Վիճակագրություն

Վիճակագրությունը գիտության բնագավառ է, որն ուսումնասիրում է զանգվածային վիճակագրական (քանակական) տվյալների հավաքման, չափման եւ վերլուծության ընդհանուր հարցերը: Վիճակագրությունը զբաղվում է երևույթների ուսումնասիրությամբ՝ զանգվածային վիճակագրական դիտարկումներ, խմբավորումներ, միջին մեծություններ, գրաֆիկական պատկերումներ եւ այլն:



Դրանցից է վիճակագրական տարածված գնահատականներից մեկը՝ միջին մեծությունը կամ միջինը՝ այն թիվը, որը ստացվում է հավաքածուի տվյալների միջինացումով եւ գործածվում այդ հավաքածուն ներկայացնելու համար: Օրինակ՝ երեխաների որեւէ խմբի

միջին տարիքը որոշվում է նրանց բոլորի տարիքներն իրար գումարելով եւ ստացված գումարը երեխաների թվի վրա բաժանելով:

Յուրաքանչյուր վիճակագրական հետազոտություն բաղկացած է հետեւյալ փուլերից.

1. վիճակագրական դիտարկում,
2. դիտարկման նյութերի ամփոփում եւ խմբավորում,
3. վերլուծություն:

Բնական գիտություններում վիճակագրություն հասկացությունը նշանակում է զանգվածային երեւույթների վերլուծություն եւ հիմնված է հավանականությունների տեսության վրա: Վիճակագրությունը դարձել է նաեւ առանձին ճշգրիտ գիտությունների բնագավառ:

Վիճակագրական մաթեմատիկայի նպատակը վիճակագրական դիտարկման մեթոդների մշակումը եւ վիճակագրական տվյալների համակարգումն ու վերլուծությունն է:

Մաթեմատիկայի այս բաժնի հիմնական խնդիրներից է պատահական մեծությունների թվային բնութագրիչների գնահատման մեթոդների մշակումը:

Վիճակագրական ֆիզիկական նկարագրում է մեծ թվով մասնիկներից(մոլեկուլներ, ատոմներ, տարրական մասնիկներ) բաղկացած համակարգերի(գազեր, հեղուկներ, պինդ մարմիններ, պլազմա) վարքը՝ հիմնվելով մեխանիկական շարժման օրինաչափությունների վրա: Ֆիզիկայի այս բաժնում նույնպես կիրառվում են հավանականությունների տեսության վրա հիմնված վիճակագրական մեթոդներ: Վիճակագրական լեզվաբանությունն ուսումնասիրում է տեքստերում ի հայտ եկող բնական լեզվի քանակական օրինաչափությունները:

## Վիճակագրության պատմություն

Վիճակագրության սկիզբը, գործնականում, համարվում է մոտավորապես այն ժամանակաշրջանը, երբ առաջացել է պետությունը. տվյալներ են պահպանվել պետության բնակչության եւ հողերի՝ մի քանի հազարամյակեր առաջ անցկացված տարրական հաշվարկների վերաբերյալ: Այնուհետեւ, կենտրոնացված պետությունների առաջացմանը զուգընթաց, վիճակագրական կիրառությունը նշանակալիորեն աճել է. պարբերաբար կազմակերպվել են մարդահամարներ, առաջացել վիճակագրական հաշվարկի տարրական ձևի տեսակներ նաեւ հասարակական կյանքի այլ բնագավառներում:

Վիճակագրությունը՝ որպես գիտություն, սկզբնավորվել է XVII դարի անգլիացի գիտնականներ Ռ. Պետիի ստեղծած քաղաքական թվաբանությունից եւ Ջ.Գրաունթի՝ բնակչության շարժի օրինաչափություններին վերաբերող ուսումնասիրություններից: Ժամանակակից վիճակագրությանը նախորդող պատմական մյուս գիտությունը գերմանացի գիտնական Գ. Կոնգինգի՝ պետության մասին գիտությունն էր, որը վիճակագրությունը դիտում էր որպես աշխարհագրության, ազգագրության, իրավաբանական տեղեկությունների հետ մի ամբողջություն: XIX դարի կեսին բելգիացի Լ. Կետլին եւ նրա հետեւորդները վիճակագրական ուսումնասիրություններում օգտվում են մաթեմատիկական մեթոդներից:

XIX դարի 2-րդ դարի կեսին եւ XX դարի սկզբին վիճակագրությունը զարգացավ մեծ թափով. կատարելագործվեցին վիճակագրության պետական մարմինները, ձեւավորվեց մաթեմատիկական վիճակագրությունը: Ներկայումս դժվար է պատկերացնել մի բնագավառ, որտեղ չօգտագործվեն վիճակագրության մոտեցումներն ու

եղանակները:

**Վիճակագրության տարրերը**

Կա ստի երեք տեսակ՝ սովորական սուտ, հանդուգն սուտ եւ վիճակագրական:

**Դիզրայել**

Վիճակագրական տվյալներ ասելով՝ հասկանում ենք թվերի համախումբ, որը ներկայացնում է ուսումնասիրվող օբյեկտների՝ մեզ հետաքրքրող հայտանիշների քանակական նկարագրությունը: Վիճակագրական տվյալները ստացվում են հատուկ կատարված փորձերի, դիտումների արդյունքում: Ըստ էության դրանք կախված են բազմաթիվ պատահական գործոններից, ուստի եւ մաթեմատիկական սերտ կապված է հավանականության տեսության հետ, որը եւ հանդիսանում է նրա տեսական հիմքը: Վիճակագրական տվյալները չպետք է «հանգստացնեն» մեր գիտակցությունը, քայց եւ չպետք է առանց պատճառի վախեցնեն: Անհրաժեշտ է կարողանալ թվերի հետեւում տեսնել երեւույթի օբյեկտիվ բնութագիրը, կարողանալ քննադատաբար գնահատել վիճակագրական տվյալները եւ այն եզրահանգումները, որոնք կատարված են այդ տվյալների հիման վրա:

**Վիճակագրական տվյալների հավաքագրում եւ խմբավորում**

Օրինակ: Սովորողների (40 աշակերտ) մաթեմատիկական պատրաստվածությունը թեմայից:

Հարաբերական հաճախությունների եւ հաճախությունների աղյուսակներ:

Ճիշտ լուծված	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
խնդիրների քանակ										

	1	1	1	2	5	6	8	7	5	4
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Հարաբերական հաճախություն										
-----------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Տվյալները ներկայացվում են նաև դիագրամներով, գրաֆիկներով:

### Եզրակացություն

Հավանականության և վիճակագրության աշխարհը զարգացնում, կատարելագործում է յուրաքանչյուր մարդու, քանի որ կյանքի ցանկացած իրավիճակի լուծում կարող է ընդունել միայն այն ժամանակ, երբ կա անհրաժեշտ ինֆորմացիա: Ինչ զբաղմունք էլ մարդ ունենա, հաճախ ստիպված է որոշումներ ընդունել՝ հաշվի առնելով շատ հանգամանքներ, չունենալով լիարժեք և ստույգ տեղեկություն: Ցանկացած հասանելի ինֆորմացիա հարկավոր է օգտագործել որքան հնարավոր է լիարժեք:

Հավանականությունների տեսությունը շատ հետաքրքիր և կիրառելի է մեր առօրյա կյանքում, ուստի հավանականություն տեսությունը և օրինակները մեզ ծանոթ են թվում, սա իրականում ամբողջական տեսություն է, որն այժմ օգտագործվում է բազմաթիվ տեխնոլոգիաներում և կիրառություններում: Աշխատանքս պարզապես մի հայացք էր հավանականության հայեցակարգին, որին հաջորդող հոդվածները կզբաղվեն Հավանականության մանրամասն հայեցակարգով և արդյունքներով:

Վիճակագրությունը օգնում է ստանալ տեղեկություններ եղած տվյալների հիման վրա և գնահատել այդ տեղեկությունների որակը: Հավանականությունը թույլ է տալիս գնահատել ռիսկերը, պատահականության ազդեցությունը, զարգացնում և ապահովում է

տարբեր հնարավոր արդյունքների ճշմարտանման գնահատականների ստացումը: Ուսումնասիրությանս հիմնական նշանակությունը կայանում է նրանում, որ մարդիկ ավելի լավ հասկանան պրոբլեմները, որոնց հետ առնչվում են:

Հավանականության և վիճակագրության տեսությունների հիմունքները պետք է մտնեն յուրաքանչյուր կրթված մարդու գիտելիքների պաշարների մեջ, ուստի հիմնական դպրոցում տեսությունը ավելի խորը պետք է ուսումնասիրել, քան նախատեսված է:





## Օգտագործված գրականության ցանկ

- Մ.Յ. Կելբերգ, Յու. Մ. Սուխով, Հավանականության տեսության եւ մաթեմատիկական վիճակագրության հիմնական հասկացությունները, Մոսկվա, 2007
- Վ.Ե.Գմուրման, Հավանականության տեսություն եւ մաթեմատիկական վիճակագրություն, Բարձրագույն դպրոց, 9-րդ հրատարակություն, 2003
- Նիկոլսկի Ս.Մ. եւ ուրիշներ, Հանրահաշիվ 9, «Անտարես» 2013
- Գ.Գեւորգյան, Ա.Սահակյան, Հանրահաշիվ եւ մաթեմատիկական անալիզի տարրեր, Էդիթ Պրինտ, Երեւան, 2001
- Հ. Ս. Միքայելյան, Հանրահաշիվ-9, Հանրակրթական դպրոցի դասագիրք, Էդիթ Պրինտ, Երեւան, 2008
- Բ. Նահապետյան, Ա. Աբրահամյան, Մաթեմատիկա 6, ՄԱՆՄԱԸ, Երեւան, 2012

