

«ԻՆՏԵՐԱԿՏԻՎ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ

ՉԱՐԳԱՑՈՒՄ» ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ



# ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2022

## ՀԵՏԱՉՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ውይሀገ	եմկով-Կունիկեի մոդելը ատոմական Բոզե			
Էյնշտեյնյան  կոնդենսատների մագնիսա- և ֆոտո-ասոցիացիայում				
ԱՌԱՐԿԱ	Ֆիզիկա			
<u> </u>	Գոհար Մարգսյան			
ຊາມບ	Արմավիր			
ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ	Վաղարշապատի Խ. Աբովյանի անվան թիվ 4 հ/դպրոց			

Բովանդակություն

Ներածություն3						
Գիսադասական երկվի <b>ձակ խնդիր։ Դե</b> մկով-Կունիկեի մոդել						
Հաշվարկն ու արդյունքները					8	
Ատոմական	բոզե-կոնդենսատների	երկմոդ	ֆոտոասոցիացիայի	ուժեղ	ոչգծային	
ռեժիմներ		••••••		•••••	12	
Ամփոփում և	եզրակացություն	•••••			20	
Գրականությս	սն ցանկ	•••••		•••••	21	

## Ներածություն

Ֆոտո- կամ մագնիսական ասոցիացիայի միջոցով Բոզե-Էյնշտեյնյան կոնդենսատներում և վերասերված Ֆերմի-գազերում նախապես առկա գերսառն աատոմներից սառը մոլեկուլների ստացումը վերջին տարիներին նկատելի հետաքրքրության է արժանացել (տես, օրինակ, [1,2] և դրանցում բերված հղումները)։ Տեսականորեն, այս բնագավառում առաջացող խնդիրներից մեկը՝ ժամանակային կախում ունեցող օպտիկական և մագնիսական դաշտերով ոչգծային քվանտային համակարգերում ոչադիաբատ անցումների արդյունավետ կառավարումն է [3,4]։

Այս հարցը ուսումնասիրելու նպատակով դիտարկվել են իմպուլսների մի քանի կոնֆիգուրացիաներ։ Պարզագույն և լայն տարածում ստացած մոդելը Լանդաու-Զեների կոնֆիգուրացիան է [5,6] (որը ենթադրում է փոխազդող դաշտի հաստատուն ամպլիտուդ և էներգետիկ մակարդակների գծային հատում)։ Օգտվելով այս մոդելից, ինչպես գծային, այնպես էլ ոչգծային դինամիկաների համատեքստում ուսումնասիրված են ոչադիաբատ անցումների բազմաթիվ որակական, և քանակական բնութագրեր (տե՛ս, օրինակ, [3-18])։ Մակայն, այս մոդելը ֆիզիկայի տեսանկյունից ունի մի քանի թերություն. դաշտը երբեք չի անջատվում, մոդելը ենթադրում է դաշտի էներգիայի անսահման աձ, երբ  $t \to \pm \infty$ , իսկ ապալարքը ժամանակի ողջ ընթացքում փոփոխվում է խստորեն գծային օրենքով։ Եվ չնայած նրան, որ այս մոդելը լավ մոտեցում է հանդիսանում ռեզոնանսի հատման կետի շրջակայքում, ֆիզիկորեն այն իրագործելի չէ։ Ուստի, նշված թերություններից զերծ մոդելների դիտարկումը կարևոր է քվանտային համակարգի վարքի ավելի իրական

Այդպիսի մի մոդել է Դեմկով-Կունիկեի առաջին մոդեյը [19,20], որը հանդիսանում է վերջավոր տևողությամբ իմպույս և ռեզոնանսի գրեթե գծային կոնֆիգուրացիայի անցում ունեցող դաշտի փորձնականորեն իրագործելի տարբերակ։ Սա բազմազան հնարավորություններով հարուստ մոդել է, որն աչքի է րնկնում Լանդաու-Զեների մոդելում բացակայող մի քանի առանձնահատկությունատոմների ներով։ Օրինակ, խիստ ոչգծային պայմաններում սառն ֆոտոասոցիացիայի տիպիկ հնարավոր դեպքերը քննարկելիս՝ ցույց է տրված, որ, րնդհանուր դեպքում, գոլություն ունեն երկու որակապես տարբեր ռեժիմներ [21,22]։ Համախության մեծ ապայարքների և դաշտի բարձր ինտենսիվությունների դեպքում մոլեկուլի ձևավորման պրոցեսը տեղի է ունենում ատոմական և մոլեկուլային բնակեցվածությունների միջև տեղի ունեցող, միայն թույլ արտահայտված տատանումների տեսքով, այնինչ մյուս՝ ապալարքը փոքր լինելու դեպքում, համակարգը բնակեցվածությունների միջև դրսևորվում է Ռաբիի տիպի մեծ ամպլիտուդով տատանումներ [21,22]։ Հարկ է ընդգծել, որ Լանդաու-Զեների մոդելի պարագայում այս երկու ռեժիմներից միայն մեկն է առկա. այդ դեպքում համակարգի զարգացումը ընդհանում է ըստ թույլ տատանողական սցենարի։

Մենք քննարկում ենք մոլեկուլի ձևավորման հավանականությունը *t* → +∞ սահմանում։ Մենք դուրս ենք բերում խորանարդային բազմանդամային մի հավասարում, որը կիրառելի է Ռաբիի հաձախության կամայական արժեքի դեպքում, եթե փոխազդեցության ընթացքում պահպանվում է մեծ ապալարքի ռեժիմը։ Այս հավասարումը ցույց է տալիս, որ, ի տարբերություն գծային դեպքի, ոչգծային դեպքում ռեզոնանսի հատման Դեմկով-Կունիկեի սխեմայով իրականացվող պրոցեսով անհնար է բոլոր ատոմներն ամբողջությամբ մոլեկուլների փոխակերպել։

*Թեմայի նպատակն է*՝ որոշել սառն ատոմական բոզե-կոնդենսատներում ֆոտոասոցիացիայի եղանակով մոլեկուլների ձևավորման հավանականությունը՝ փոխազդեցության ինչպես ուժեղ, այնպես էլ թույլ տատանողական ռեժիմներում։

Հիմնական խնդիրներն են.

- 🗸 🔹 Դիտարկել ասոցիացիայի թույլ արտահայտված տատանողական ռեժիմը
- Դիտարկել ասոցիացիայի ուժեղ արտահայտված տատանողական ռեժիմը
- Դուրս բերել անցման հավանականության հավասարումներ երկու ռեժիմների համար
- ✓ Որոշել անցման հավանականության t → +∞ սահմանը: *U*շխատանքի նորույթն այն եզրակացությունն է, որ<sup>`</sup>

 Դեմկով-Կունիկեի սխեմայով իրականացվող պրոցեսով անհնար է բոլոր ատոմներն ամբողջությամբ մոլեկուլների փոխակերպել։

*Աշխատանքը կազմված է*՝ ներածությունից, երեք գլուխներից, եզրակացությունից և գրականության ցանկից։ Աշխատանքում կա 7 նկար և 29 հղում։

Առաջին գլխում ներկայացված է կիսադասական երկվիՃակ խնդիրը և Դեմկով-Կունիկեի մոդելը։

Երկրորդ գլխում դիտարկված է հաշվարկի մաթեմատիկական ապարատը։

Երրորդ գլխում դիտարկված է ֆոտոասոցիացիայի ուժեղ ոչգծային դեպքերը՝ ինչպես ուժեղ, այնպես էլ թույլ արտահայտված տատանողական ռեժիմներում։

Վերջում կատարված է ամփոփում և եզրակացություն։

#### 1. Կիսադասական երկվիձակ խնդիր։ Դեմկով-Կունիկեի մոդել

Ոչգծային քվանտային համակարգերում ռչադիաբատ անցումներ դիտարկելու համար ընդունելի մոտարկում է հանդիասանում կիսադասական երկվիձակ խնդիրը։ Վերջին տասնամյակների ընթացքում՝ կապված, օրինակ, ոչգծային օպտիկայում երկրորդ հարմոնիկի գեներացման, Բոզե-կոնդենսատների փոխազդեցության ֆիզիկայի, Բոզե-կոնդենսատներում և վերասերված Ֆերմի գազերում սառն ատոմների ասոցիացիայի և այլ խնդիրների հետ, ձևավորվել և քննարկվում են հայտնի գծային երկվիձակ խնդրի մի քանի տարբեր ոչգծային ընդլայնումներ։ Մենք դիտարկում ենք երկվիձակ խնդրի հիմնական ընդլայնումը՝ *քառակուսային* ոչգծայնությամբ տարբերակը [23-25], որն ընդհանուր է դաշտի 2։1 Ֆերմի-ռեզոնանս ընդգրկող տեսությունների համար.

$$i\frac{da_{1}}{dt} = U(t)e^{-i\delta(t)}\overline{a}_{1}a_{2}, \quad i\frac{da_{2}}{dt} = \frac{U(t)}{2}e^{+i\delta(t)}a_{1}a_{1}.$$
(1.1)

Ատոմական Բոզե- կոնդենսատի ֆոտոասոցիացիայի համատեքստում՝ սա Գրոս-Պիտաևսկու միջինացված դաշտի փոխկապակցված ոչգծային հավասարումների մի մոդելային համակարգ է, որն ատոմական և մոլեկուլային կոնդեսատները նկարագրում է որպես դասական դաշտեր։ Այստեղ  $a_1$  -ը և  $a_2$  -ը ատոմական և մոլեկուլային վիձակների հավանականությունների ամպլիտուդներն են, U(t) -ն ատոմներից մոլեկուլներ կազմավորող լազերային դաշտի Ռաբիի հաձախությունն է,  $\delta(t)$ –ն ապալարքի մոդուլացման ֆունկցիան է, որը սահմանվում է որպես լազերային հաձախության և «2ատոմ → 1մոլեկուլ» անցման հաձախության միջև եղած  $\delta_i$ տարբերության (ապալարքի) ինտեգրալ։

Քննարկվող Դեմկով- Կունիկեի մոդելն ունի հետևյալ տեսքը [19,20]

$$U(t) = U_0 \operatorname{sech}(t), \quad \delta_t(t) = 2\delta_0 \tanh(t).$$
(1.2)

Դաշտի այս կոնֆիգուրացիան բնորոշվում է զանգակաձև լազերային իմպուլսով, որի վերջավոր տիրույթում փոփոխվող ապալարքը ժամանակի t = 0 պահին, երբ  $\delta_t = 0$ (qծ.1.1), գրեթե գծայնորեն հատում է ռեզոնանսը։ Այս մոդելը նախկինում քննարկվել է մի քանի աշխատություններում։ Մոդելի թույլ փոխազդեցության սահմանը, որը համապատասխանում է Ռաբիի հաձախության փոքր արժեքներին, քննարկված է [26,27]-ում։ Կիրառելով Պիկարի հաջորդական մոտարկումները Վոլտերայի մի Ճշգրիտ ոչգծային ինտեգրալային հավասարման նկատմամբ [26], կամ էլ մի հատուկ վարիացիոն մոտեցում, որն ընդգրկում է ոչգծային ինդրի հետ փոխկապակցված գծային խնդրի լուծումը [27], փոխազդեցության վերջում, երբ  $t \rightarrow +\infty$ , մոլեկուլային վիճակին անցնելու հավանականության համար ստացվել են մոտավոր անալիտիկ արտահայտություններ։ Ուժեղ կապի սահմանը, որը համապատասխանում է Ռաբիի հաճախության մեծ արժեքներին, դիտարկված է [21,22,28,29]–ում։ [21,22]–ում ցույց է տրված, որ փոխազդեցության այս սահմանն ինքնին ստորաբաժանվում է երկու տարբեր ռեժիմների, որոնք համապատասխանում են ռեզոնանսի դանդաղ և արագ հատումներին (այսինքն, համապատասխանաբար, փոքր և մեծ ապալարքներին)։ Երբ ռեզոնանսի անցումը դանդաղ է ( $\delta_0 < 1$ ), համակարգը դրսևորում է մեծ ամպլիտուդով Ռաբիի տիպի տատանումներ ատոմական և մոլեկուլային վիճակների բնակեցվածությունների միջև (qծ.1.2, a)։



Գծ. 1.1. Դեմկով-Կունիկեի կոնֆիգուրացիան (կետագծերը՝ Լանդաու-Զեների մոդելը)



Գծ. 1.2. Անցման հավանականության ժամանակային կախումը. a) ուժեղ կապի սահմանի փոքր ապալարքի ռեժիմ ( $^{U_0} = 8$ ,  $\delta_0 = 0.1$ ), b) ուժեղ կապի սահմանի մեծ ապալարքի ռեժիմ ( $^{U_0} = 8$ ,  $\delta_0 = 8$ ):

Հակառակ ռեժիմում, այսինքն, ռեզոնանսի բավականաչափ արագ հատման դեպքում ( $\delta_0 > 1$ ) նշված երկու վիճակների միջև տեղի են ունենում միայն թույլ, մարող տատանումներ (գծ.1.2, b):

Փոխազդեցության այս երկու խիստ ոչգծային ռեժիմներում, որոնք ի հայտ են գալիս փոքր և մեծ ապալարքների դեպքերում, անցման հավանականության ասիմպտոտիկ արժեքները ( $t \rightarrow +\infty$  սահմանում) դրսևորում են իրարից որակապես տարբերվող կախվածություն խնդրի  $U_0$  և  $\delta_0$  մուտքային պարամետրերից։ Սա արտացոլված է գծ. 1.3-ում։ Երևում է, որ փոքր  $\delta_0 < 1$  արժեքների դեպքում  $p(+\infty, U_0)$ կախվածությունը տատանողական է, մինչդեռ մեծ ապալարքի ( $\delta_0 > 1$ ) դեպքում կախվածությունը գրեթե մոնոտոն է։

Մեծ ապալարքի ռեժիմում ուժեղ փոխազդեցության սահմանը ուսումնասիրված է [28, 29]-ում։ [28]-ում կառուցված է մեր երկվիձակ ոչգծային խնդրի մոտավոր լուծումներից մեկը, որը հանդիսանում է մի առաջին կարգի ոչգծային դիֆերենցիալ հավասարման լուծումը և պարունակում է *fitting* պարամետր, վերջինս որոշվում է վարիացիոն եղանակի կիրառմամբ։

Մակայն այս մոտավորությունը բաց է թողնում մոլեկուլների կազմավորման մի քանի կարևոր առանձնահատկություններ, օրինակ, ատոմական և մոլեկուլային բնակեցվածությունների միջև տեղի ունեցող կոհերենտ տատանումները, որոնք գրգռվում են այն բանից հետո, երբ համակարգը անցում է ռեզոնանսով։



Գծ. 1.3. Անցման վերջնական ( $t \to +\infty$ սահմանում) հավանականության կախվածությունը  $\delta_0$  և  $\lambda = U_0^2$  մուտքային պարամետրերից։

Շարունակելով զարգացնել կիրառված մոտեցումը, [29]-ում կառուցվել է հաջորդ կարգի մոտավորությունը՝ օգտագործելով նախորդ լուծումը որպես զրոյական մոտավորություն։ Արդյունքում ստացված երկթերմ մոտավորությունը, որն այս անգամ արդեն ի զորու է նկարագրել հիշատակված տատանումները, պարունակում է ևս երկու *fitting* պարամետր, որոնց հաջողվում է որոշել համադրելով անալիտիկ և թվային մեթոդները։ Եզրափակելով ասենք, որ ներգրավված վարիացիոն պարամետրերի համար առաջարկված են ընդհանուր անալիտիկ մոտարկումներ։ Նման կերպ ընտրելով պարամետրերը, մոտավորության կառուցման ընթացակարգը մեծ ապալարքի ռեժիմի դեպքերում դառնում է կիրառելի հավասարապես թե՛ թույլ, թե՛ միջին, և թե՛ ուժեղ կապերով պրոցեսների համար։

Ներկա աշխատանքում խնդիրը դիտարկվում է կիրառելով մեկ այլ մոտեցում, որի հիմքում ոչգծային համակարգի ասիմպտոտիկ, այսինքն, *t* → +∞ սահմանում վարքի վերլուծությունն է և ապա այն համապատասխան գծային լուծման ասիմտոտիկ վարքի հետ համեմատելը։ Այս մոտեցումը թույլ է տալիս ատոմներից մոլեկուլների ստացման արդյունավետությունը գնահատելու համար դուրս բերել մի խորանարդային բազմանդամային հավասարում։ Հավասարումն իր կառուցվածքով պարզ է և, իբրև պարամետր, պարունակում է համապատասխան գծային խնդրում արդեն իսկ ստացված անցման հավանականությունը։ Առաջարկված խորանարդային հավասարման արմատը Ճշգրտության մեկ կարգով բարելավում է նախկինում ստացված արդյունքը։

#### 2. Հաշվարկն ու արդյունքները

[21,22] աշխատանքներում ցույց է տրված, որ մոլեկուլային վիձակի  $p = \left|a_2\right|^2$ հավանականության ժամանակային դինամիկան նկարագրվում է հետևյալ ձշգրիտ ոչգծային սովորական երրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարմամբ

$$\left(\frac{d}{dt} - \frac{1}{\delta_t}\frac{d\delta_t}{dt}\right) \left[\frac{1}{U}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{U}\frac{dp}{dt}\right) - \frac{1}{2}(1 - 8p + 12p^2)\right] + \delta_t^2 \frac{dp}{dt} = 0.$$
(2.1)

Նշանակելով

$$F = \frac{1}{U} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{U} \frac{dp}{dt} \right) - \frac{1}{2} (1 - 8p + 12p^2), \qquad (2.2)$$

արտագրենք սկզբնական հավասարումը հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{F}{\delta_t}\right) + \delta_t \frac{dp}{dt} = 0$$
(2.3)

(2.4)

(2.6)

կամ

Մյուս կողմից, 
$$F / \delta_t$$
 -ով բազմապատկելուց հետո, (2.3) հավասարումը դառնում է

 $\left(\frac{F}{\delta_{t}}\right)^{2} + 2\int F \frac{dp}{dt} dt = 0.$ 

 $\frac{F}{\delta_t} + \int \delta_t \frac{dp}{dt} dt = 0.$ 

$$\frac{F}{\delta_t} \frac{d}{dt} \left( \frac{F}{\delta_t} \right) + F \frac{dp}{dt} = 0.$$
(2.5)

Այսպիսով,

Այժմ, համադրելով (2.4) և (2.6) բանաձևերը, կստանանք

$$2\int Fdp = \left(\int \delta_t \frac{dp}{dt} dt\right)^2.$$
 (2.7)

Հավասարման ձախ կողմում իրականացնելով պարզ ինտեգրում, ստանում ենք

$$\left(\frac{1}{U}\frac{dp}{dt}\right)^2 - p(1-2p)^2 = \left(\int \delta_t \frac{dp}{dt}dt\right)^2.$$
(2.8)

Այս ինտեգրալ-դիֆերենցիալ հավասարումը հանդես է գալիս որպես հիմք հետագա մշակման համար։

Հաջորդ քայլով մենք ուսումնասիրում ենք կախյալ փոփոխականններիի $|a_{1L}|^2 + |a_{2L}|^2 = I$ նորմավորմամբ և փոխված Ռաբիի  $U_1(t)$ հաձախականությամբ օժանդակ մի գծային խնդիր (համեմատել (1.1), (1.2) հավասարումների հետ)

$$i\frac{da_{1L}}{dt} = U_1(t)e^{-i\delta(t)}a_{2L},$$
(2.9)

$$i\frac{da_{2L}}{dt} = U_1(t)e^{+i\delta(t)}a_{1L}.$$
 (2.10)

Այս համակարգի երկրորդ վիճակի  $p_L = \left|a_{2L}\right|^2$  հավանականությունը բավարարում է հետևյալ հավասարմանը (համեմատել (2.1) հավասարման հետ)

$$\left(\frac{d}{dt} - \frac{1}{\delta_t}\frac{d\delta_t}{dt}\right) \left[\frac{1}{U_1}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{U_1}\frac{dp_L}{dt}\right) - \frac{1}{2}(4I - 8p_L)\right] + \delta_t^2 \frac{dp_L}{dt} = 0.$$
(2.11)

Վերջին հավասարումից մենք ստանում ենք մեկ այլ հավասարում, որը (2.9)-(2.10) գծային խնդրի համար հանդիսանում է (2.8) հավասարման նմանակը (անալոգը)։

$$\left(\frac{1}{U_1}\frac{dp_L}{dt}\right)^2 - p_L(4I - 4p_L) = \left(\int \delta_t \frac{dp_L}{dt}dt\right)^2.$$
(2.12)

Ոչգծային խնդրի նորմավորման  $|a_1|^2 + 2|a_2|^2 = 1$  պայմանին բավարարելու համար մենք ընտրում ենք I = 1/2, հետևաբար,  $|a_{2L}|^2 \in [0, 1/2]$ : Այնուհետև տեղադրում ենք  $U_1(t) = C_0 U(t)$  և դիտարկում մի հատուկ գծային խնդիր, որը բավարարում է ոչգծային խնդրի սկզբնապայմաններին և, բացի այդ, պրոցեսի  $t \to +\infty$  սահմանում, տալիս է անցման այն նույն  $p_L(+\infty) = p(+\infty)$  հավանականությանը, որին գալիս է նաև ոչգծային խնդիրը։ Վերջին պայմանը առաջացնում է սահմանային արժեքի խնդիր, որի սեփական արժեքով որոշվում է  $C_0$ -ի համապատասխան արժեքը։ Հիմա հասկանալի է, որ ոչգծային և այդ օժանդակ գծային լուծումների ասիմպտոտները նույնն են։

Այժմ դիտարկենք անցման հավանականությունը  $t \to +\infty$  սահմանում։ Քանի որ  $p_L(+\infty) = p(+\infty) \equiv p_{inf}$ , ապա, (2.12) հավասարումը (1.2)-ի վրա բաժանելով և հանելով (2.8) հավասարումը, կստանանք

$$2p_{\inf}^{2}(1-2p_{\inf}) = \left\{ \left( \left( \int_{-\infty}^{t} \delta_{t} \frac{dp}{dt} dt \right)^{2} - \frac{1}{2} \left( \int_{-\infty}^{t} \delta_{t} \frac{dp_{L}}{dt} dt \right)^{2} \right) - \left( \left( \frac{1}{U} \frac{dp}{dt} \right)^{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{U_{1}} \frac{dp_{L}}{dt} \right)^{2} \right) \right\} \right|_{+\infty} (2.13)$$

Քանի որ ոչգծային p(t) լուծումը և օժանդակ  $p_L(t)$  գծային լուծումը ունեն միննույն ասիմպտոտները  $t \to +\infty$  սահմանում, ապա կարելի է ակնկալել, որ հավասարման աջ կողմը փոքր է։ Մյուս կողմից, այն ուղիղ համեմատական է  $1/U_0^2$ -ին։ Ուստի,  $U_0^2 \to 0$  սահմանում՝ այսինքն, դաշտի ինտենսիվության անհետացման հետ մեկտեղ այն կտարամիտի, եթե չլինի ուղիղ համեմատական ( $p_{inf} - p_L/2$ )-ին։ Մրա պատձառն այն է, որ նշված սահմանում  $p_{inf} \sim p_L/2$  [12]։ Ընդգծենք, որ դիտարկվող հատուկ գծային լուծման համար կիրառված է I = 1/2 նորմավորումը։ Այնպես որ,  $p_L/2 = p_{DK}/4$ , որտեղ  $p_{DK}$ -ն՝ I = 1 նորմավորմամբ Դեմկով-Կունիկեի գծային խնդրի ծանոթ լուծումն է.

$$p_{DK} = 1 - \cos^2 \left( \pi \sqrt{U_0^2 - \delta_0^2} \right) \operatorname{sech}^2(\pi \delta_0).$$
 (2.14)

Այսպիսով, պրոցեսի վերջում անցման հավանականությունը փնտրելիս՝ մենք հանգում ենք հետևյալ խորանարդային հավասարմանը.

$$2p_{\inf}^{2}(1-2p_{\inf}) = \frac{a}{U_{0}^{2}} \left( p_{\inf} - \frac{p_{DK}}{4} \right), \qquad (2.15)$$

որտեղ *a* -ն *O*(1) -ի կարգի հաստատուն է։ Մա բավական կատարյալ մոտավորություն է։ Թվային մոդելավորումը ցույց է տալիս, որ այս հավասարման արմատն անցման հավանականության ասիմպտոտիկ արժեքը  $t \rightarrow +\infty$  -ում նկարագրում է 10<sup>-4</sup> ձշգրտությամբ։ Այս արդյունքը մեկ կարգով բարելավում է նախորդ (տես [29]) անալիտիկ մոտավորության ձշգրտությունը։ Համեմատման կարգով, այս լուծմանը համապատասխանող գրաֆիկները թվային արդյունքի հետ մեկտեղ, բերված են գծ.1.4-ում, որտեղ՝ տարբեր  $\delta_0 > 1$  արժեքների համար, ներկայացված են գծ.1.3-ի իրար հաջորդող հատվածները։ Այս գրաֆիկներից բխող մի կարևոր դիտողությունն այն է, որ անցման հավանականությունը ոչզրոյական  $\delta_0$  –ի դեպքերում երբեք չի հասնում 1/2-ի, այլ սահմանափակված է  $p = p_{sat} < 1/2$  սահմանային արժեքով։ Այսպիսով, ի տարբերություն գծային խնդրի դեպքի, Դեմկով-Կունիկեի սխեմայով ընթացող ռեզոնանսի հատման ոչգծային խնդրում ատոմների ամբողջովին անցումը մոլեկուլային վիճակի անհնար է։



Գծ. 1.4. Անցման հավանականության ասիմպտոտիկ ( $t \to +\infty$ ) արժեքների կախվածությունը  $U_0^2$ -ից  $\delta_0 = 2$ ; 3.5; 6; 10; 18; 35 դեպքերում (ձախից աջ)։ Կետերը ներկայացնում են թվային արդյունքները, հոծ գիծը՝ (2.15) հավասարման արմատն է։ Անցման ոչգծային հագեցումը պատկերված է  $p = p_{sat}$  կետագծով։

### 3. Ատոմական բոզե-կոնդենսատների երկմոդ ֆոտոասոցիացիայի ուժեղ ոչգծային ռեժիմներ

Այս բաժնում ուսումնասիրում ենք ատոմական Բոզե-Էնշտեյնյան կոնդենսատի և լազերի օպտիկական դաշտի կոհերենտ փոխազդեցության ընթացքում մոլեկուլի ձևավորման դինամիկան։ Դիտարկվում է միագույն երկմոդ ֆոտոասոցիացիայի հիմնական դեպքը, որը նկարագրվում է ատոմական և մոլեկուլային կոնդենսատները դասական դաշտերի տեսքով ներկայացնող` առաջին կարգի փոխկապված ոչգծային հավասարումների հետևյալ համակարգով [1]

$$i\frac{da_1}{dt} = Ue^{-i\delta}\overline{a}_1a_2, \quad i\frac{da_2}{dt} = \frac{U}{2}e^{+i\delta}a_1a_1$$
(3.1)

Այստեղ  $a_1$  և  $a_2$  -ը՝ համապատասխանաբար, ազատ ատոմական և կապված մոլեկուլային վիճակների ամպլիտուդներն են,  $\overline{a_1}$  -ը  $a_1$  -ի կոմպլեքս համալուծն է, U(t) -ը Ռաբիի հաճախությունն է, իսկ  $\delta(t)$  -ը ապալարքի մոդուլյացիոն ֆունկցիան է, որը սահմանվում է որպես հաճախության ապալարքի ինտեգրալ։ Մեր խնդրում սկզբնական պայմաններն են  $|a_2(-\infty)|^2 = 0$ ,  $|a_1(-\infty)|^2 = 1$ : Համակարգ (3.1)-ի երկու ինտեգրալներից առաջինը վերաբերում է մասնիկների քանակի պահպահմանը.  $|a_1|^2 + 2|a_2|^2 = \text{const} = I_N$ : Այսուհետ, հստակության համար, մենք կընդունենք՝  $I_N = 1$ :

Ներկա հետազոտության մեջ մենք կենտրոնանում ենք ուժեղ փոխազդեցության ոչգծայնությունը է դեպքի վրա, երբ առավելագույնս արտահայտված։ Ենթադրելով, որ դաշտի կոնֆիգուրացիաները կամայական են, մենք քննարկում ենք հնարավորինս ընդհանուր սահմանային դեպքեր։ Պարզվում է, որ հնարավոր են երկու առանձին ոեժիմներ։ Առաջին դեպքում, npp համապատասխանում է հաձախության ապայարքի մեծ արժեքներին և դաշտի բարձր ինտենսիվություններին, ատոմների անցումը դեպի մոյեկույային կապված վիճակ ժամանակի ընթացքում տեղի է ունենում համարյա առանց տատանումների (երկու մոդաների բնակեցվածությունների միջև գրանցվում են միայն թույլ արտահայտված օսցիլյացիաներ)։ Հակառակը, փոքր ապալարքի ռեժիմում ատոմա-մոլեկուլային խառնուրդային համակարգի բնակեցվածությունների դինամիկայում դիտվում են մեծ տատանումներ։ Այս Ռաբիի տիպի ամայիտուդով երկու ռեժիմների

առանձնահատկութունները պարզաբանելու նպատակով մենք օգտվում ենք հատումներից զուրկ Ռոզեն-Զեների մոդելից [2]

$$U(t) = \frac{U_0}{\operatorname{ch}(t/\tau)}, \ \delta_t(t) = 2\delta_1$$
(3.2)

և մակարդակների հատում ունեցող Դեմկով-Կունիկեի քվազի-գծային առաջին մոդելից [3]

$$U(t) = \frac{U_0}{\operatorname{ch}(t/\tau)}, \ \delta_t(t) = 2\delta_1 \operatorname{th}(t/\tau)$$
(3.3)

(առանց ընդհանրության կորստի մենք վերցնում ենք *τ* =1 )։ Մակարդակների բազմակի հատումներով մոդելները չեն դիտարկվում։

Նախկինում ցույց է տրվել, որ մոլեկուլային վիճակի  $p(t) = |a_2|^2$ հավանականության դինամիկան նկարագրվում է երրորդ կարգի հետևյալ ոչգծային սովորական դիֆերենցիալ հավասարմամբ [4].

$$p_{ttt} - \left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_{t}} + 2\frac{U_{t}}{U}\right)p_{tt} + \left[\delta_{t}^{2} + 4U^{2}(1-3p) - \left(\frac{U_{t}}{U}\right)_{t} + \frac{U_{t}}{U}\left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_{t}} + \frac{U_{t}}{U}\right)\right]p_{t} + \frac{U^{2}}{2}\left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_{t}} - \frac{U_{t}}{U}\right)(1-8p+12p^{2}) = 0$$
(3.4)

Ինչպես երևում է, խնդրի ոչգծայնությունը որոշվում է p(t) -ի ընթացիկ արժեքով։ Հետևաբար, ուժեղ ոչգծայնության ռեժիմը կարելի է սահմանել որպես այնպիսի մի ռեժիմ, որում համակարգի էվոլյուցիայի ընթացքում p(t) հավանականությունն ընդունում է (համեմատաբար) մեծ արժեքներ (նշենք, որ նորմավորման սահմանափակմա հետևանքով p -ն չի կարող գերազանցել 1/2-ը)։

Հավասարում (3.4)-ը բավական խրթին է, այնուամենայնիվ, հաստատուն ամպլիտուդով դաշտի դեպքում այն նկատելիորեն պարզեցվում է։ Բարեբախտաբար, փոփոխական ամպլիտուդով դաշտ պարունակող ցանկացած մոդելի համար (3.1) համակարգը կարող է բերվել դաշտի հաստատուն ամպլիտուդով` մի համարժեք համակարգի՝ անկախ փոփոխականի հետևյալ ձևափոխությամբ [5]

$$z(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{U(t')}{U_0} dt'$$
(3.5)

(սովորաբար մենք ընտրում ենք  $U_0 = Max[U(t)]$ )։ Այս ձևափոխությունը (3.4) հավասարումը բերում է հետևյալ՝ շատ ավելի պարզ տեսքին.

$$p_{zzz} - \frac{\delta_{zz}^{*}}{\delta_{z}^{*}} p_{zz} + \left[\delta_{z}^{*2} + 4U_{0}^{2}(1-3p)\right] p_{z} + \frac{U_{0}^{2}}{2} \frac{\delta_{zz}^{*}}{\delta_{z}^{*}} \left(1-8p+12p^{2}\right) = 0, \qquad (3.6)$$

որտեղ արդյունավետ ապալարք  $\delta^*_z$ -ը սահմանվում է որպես

$$\delta_z^*(z(t)) = \delta_t(t) \frac{U_0}{U(t)}.$$
(3.7)

Ոչգծային անդամները (3.6) հավասարման մեջ ուղիղ համեմատական են դաշտի  $U_0^2$  ինտենսիվությանը։ Հետևաբար, կարելի է ակնկալել, որ ուժեղ ոչգծայնության ռեժիմը համապատասխանում է դաշտի լարվածության մեծ արժեքներին, և, այսպիսով, ենթադրվում է, որ  $U_0^2$ -ն մեծ պարամետր է։ Ապա նշենք, որ մեծ արժեքներ կարող է ընդունել նաև  $\delta_z^{*2}$  ֆունկցիան (օրինակ, Լանդաու-Զեների մոդելում  $\delta_z^{*2} \sim t^2$  [6])։ Հետևաբար, ենթադրելով, որ (3.6) հավասարման մեջ որոշիչ անդամներ են հանդիսանում վերջին երկուսը, մենք, միառժամանակ անտեսելով առաջին երկուսը, կգանք առաջին կարգի հետևյալ ոչգծային հավասարմանը.

$$\left[\delta_{z}^{*2} + 4U_{0}^{2}(1-3p_{0})\right]p_{0z} + \frac{U_{0}^{2}}{2}\frac{\delta_{zz}^{*}}{\delta_{z}^{*}}\left(1-8p_{0}+12p_{0}^{2}\right) = 0.$$
(3.8)

Այս հավասարումն ունի տրիվիալ ստացիոնար լուծումներ՝  $p_0 = 1/2$  և  $p_0 = 1/6$ , որոնք, ինչպես ցույց կտրվի ստորև, նշանակալի դեր են խաղում (3.6) հավասարման լուծման ասիմպտոտները որոշելիս։

Չնայած իր բարդությանը, սահմանային (3.8) հավասարումն ունի Ճշգրիտ լուծում կամայական  $\delta_z^*$  ֆունկցիայի համար։ Իրոք, անկախ փոփոխականի համար հնարավոր է գտնել մի այնպիսի ձևափոխություն  $z \to s$ , որի շնորհիվ ոչգծային (3.8) հավասարումը բերվում է գծային հավասարման նոր s փոփոխականի համար, որն այժմ պիտի դիտարկվի որպես կախյալ փոփոխական, իսկ անկախ փոփոխականի դերը կստանձնի  $p_0$ -ն։ Սա տեղի է ունենում  $s = U_0^2 / \delta_z^{*2}$  ընտրությամբ։ Կատարելով մի շարք պարզ ձևափոխություններ, մենք գալիս ենք հետևյալ հավասարմանը.

$$\frac{U_0^2}{\delta_z^{*2}} = \frac{C + p_0(p_0 - 1/2)^2}{9(p_0 - 1/6)^2(p_0 - 1/2)^2},$$
(3.9)

որտեղ *C*-ն հաստատուն է (գտնվում է սկզբնական պայմաններից)։ Այս հավասարումը բերում է կարևոր մի ընդհանուր եզրահանգման, այն է՝ մոլեկուլային վիձակի հավանականությունը հաձախության ռեզոնանսի հատման կետում ձշգրիտ հավասար է 1/6 -ի (սահմանային (3.8) հավասարման սահմանափակումների շրջանակներում)։ Դրանից բխում է, որ հատումներից զուրկ մոդելների համար մոլեկուլային վիձակի հավանականությունը չի կարող գերազանցել 1/6 արժեքը, հետևաբար, ռեզոնանսով անցնելը հանդիսանում է անհրաժեշտ պայման նկատելի մոլեկուլային բնակեցվածություն ստանալու համար։

Թռուցիկ զևնումը ցույց է տալիս, որ (3.9) հավասարման մեջ *C* հաստատունը գտնելու համար անհրաժեշտ է ուսումնասիրել  $\delta_z^{*2}$  ֆունկցիայի վարքը  $t \to -\infty$ տիրույթում։ Դժվար չէ համոզվել, որ Ռոզեն-Զեների և Դեմկով-Կունիկեի առաջին (3.2)-(3.3) մոդելների համար տեղի ունի  $\lim_{t\to\infty} \left| \delta_z^* \right| = \infty$ : Ներառելով նաև  $p_0(t = -\infty) = 0$ սկզբնական պայմանը, ստանում ենք C = 0: Բայց նույնիսկ այս դեպքում  $p_0$ -ն չի որոշվում միարժեք։ Ճիշտ ընտրություն կատարելու համար անհրաժեշտ է  $p_0$ -ն համեմատել Ճշգրիտ (3.4) հավասարման թվային լուծման հետ։ Արդյունքում ստացվում է, որ անհրաժեշտ է վերցնել (3.9) հավասարման լուծման հետևյալ Ճյուղը.

$$p_{0} = \frac{1}{6} + \frac{\delta_{z}^{*}}{18U_{0}} \left( \frac{\delta_{z}^{*}}{U_{0}} - S \sqrt{\left(\frac{\delta_{z}^{*}}{U_{0}}\right)^{2} + 6} \right),$$
(3.10)

npıntη  $S = \text{sgn}\left(\lim_{t \to -\infty} \delta_t(t)\right)$  (3.11)

Նշենք, որ, եթե (3.10) սահմանային լուծումն իր էվոլյուցիայի ընթացքում գերազանցի 1/2 գերագույն թույլատրելի արժեքը, ապա այն պետք է համադրվի  $p_0=1/2$  տվյալ լուծման հետ։ Սա տեղի է ունենում, օրինակ, Դեմկով-Կունիկեի առաջին մոդելի համար (տես Նկ. 3.1)։



Նկ. 3.1. Մոլեկուլային վիձակի հավանականության կախվածությունը ժամանակից։ Հոծ գիծը թվային լուծումն է, րնդհատ գիծը՝ (3.10) սահմանային լուծումը։

Մտացած (3.10) սահմանային լուծումը բավականին մշգրիտ մոտավորություն է։ Սա երևում է Նկ. 3.1-ից, որտեղ այս լուծումը համեմատվում է (3.4) հավասարման թվային լուծման հետ։ Ավելին, այս լուծումը թույլ է տալիս անել գործնական արժեք ունեցող մի քանի ընդհանուր որակական եզրակացություններ։



Նկ. 3.2. Մոլեկուլային վիճակի հավանականությունը Ռոզեն-Զիների մոդելի ղեպքում, երբ  $U_{\scriptscriptstyle 0}=\!10$  ,  $\delta_{\scriptscriptstyle 1}=\!0.2$ ։ Հոծ գիծը թվային լուծումն է, ընդհատ գիծր՝ (3.10) սահմանային լուծումը։

Դիցուք,  $p_0$  սահմանային լուծումը միշտ մնում է 1/2-ից փոքր, ինչը համարժեք է հետևյալ բանին.  $\delta_{_{t}}\,/\,U \leq \sqrt{2}$ , եթե S=-1, և  $\delta_t \, / \, U \geq -\sqrt{2}$ , եթե S = 1։ Այս դեպքում, եթե  $\lim_{t\to\infty}\delta_z^*(z(t))=\lim_{t\to+\infty}\delta_z^*(z(t))\,,$ (3.12)

համակարգը՝ փոխազդեցությունը ապա ավարտվելուն պես, հայտնվում F իր սկզբնական մաքուր ատոմային վիձակում։ Սա տեղի է ունենում, օրինակ, երբ արտաքին դաշտի կոնֆիգուրացիան որոշվում է Ռոզեն-Զեների (3.2) մոդելով։ Դիցուք դրա հետ մեկտեղ  $t = +\infty$  -ի մոտակայքում  $\delta_z^*$  -ն մնում է սահմանափակ՝  $U_0 = \max[U(t)]$ ապալարքի և Ռաբիի համախության ցանկացած վերջավոր արժեքների համար։ Այս

պարագայում, -ը անվերջությանը ձգտեցնելու դեպքում, վերջնական անցման



Նկ. 3.3. Մոլեկուլային վիճակի հավանականությունը Ռոզեն-Չիների մոդելի դեպքում։ Հոծ գիծը թվային լուծումն է, ընդհատ գիծը՝ - (3.14) մոտավոր լուծումը։  $U_0 = 7.2$ ,  $\delta_1 = 0.004$ ,  $\tilde{\delta}_0 \approx 0.0524$ .

հավանականությունը կձգտի 1/6 -ի։ Այս արդյունքն ապացույց է այն բանի, որ դաշտի բարձր ինտենսիվություններ կիրառելը միշտ չէ, որ արդյունավետ է մոլեկուլների մեծ վերջնական բնակեցվածություն ստանալու համար։

Ռոզեն-Զեների և Դեմկով-Կունիկեի առաջին մոդելների սահմանային լուծումների ընդհանուր բնութագիրն է՝ նրանց ոչտատանողական վարքը։ Նման վարք ապահովող պայմանները գտնելու համեմատվում են թվայինների հետ։  $U_0$ -ն փոքրացնելիս, սահմանային լուծման

նպատակով մոտավոր լուծումները համեմատվում են թվայինների հետ։ Վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ,  $\delta_1$ -ն և  $U_0$ -ն փոքրացնելիս, սահմանային լուծման տարբերությունը թվայինից ուժեղանում է (Նկ. 3.2). Վերջնական եզրակացությունն այն է, որ (3.10) բանաձևով տրվող լուծումը հանդիսանում է լավ մոտավորություն  $U_0 >> 1$  և  $\delta_1 > 1$  պարամետրական տիրույթների համար։

Այսպիսով, U<sub>0</sub> >> 1 և δ<sub>1</sub> > 1 պարամետրերի փոփոխման տիրույթների դեպքում մոտավոր լուծում կառուցելու համար անհրաժեշտ է մշակել այլ մոտեցում։ Թվային արդյունքների զննումը ցույց է տալիս, որ այս իրավիճակում համակարգի վարքը շատ ավելի «անկայուն» է. մոլեկուլային վիճակի հավանականության ժամանակային էվոլյուցիան ի հայտ է բերում մեծ ամպլիտուդով և փոփոխվող հաճախությամբ օսցիլյացիաներ։ Այնպես որ այս սահմանային դեպքը հանդիսանում է ավելի բարդ խնդիր։ Այս դեպքի համար ընդունելի մոտավորություն կառուցվում է, ֆակտորիզացնելով մոլեկուլային վիճակի համար գրված երրորդ կարգի ճշգրիտ (3.6) հավասարումը հետևյալ կերպ.

$$\left(\frac{d}{dz} - \frac{\delta_{zz}^*}{\delta_z^*}\right) \left(p_{zz} - \frac{U_0^2}{2}\left(1 - 8p + 12p^2\right) + \delta_z^{*2}p\right) - \delta_z^* \delta_{zz}^* p = 0.$$
(3.13)

Փոքր ապալարքների դեպքում այս հավասարման վերջին անդամը բավականին փոքր է։ Ավելին, պետք է նկատի ունենալ, որ համակարգի դինամիկայում հիմնական փոփոխությունը տեղի է ունենում ռեզոնանսի շրջակայքում։ Ուրեմն, վերջին անդամի դերակատարումը (3.13) հավասարման մեջ բավականին սահմանափակ է և այն կարելի է անտեսել։ Ապա, մեկ անգամ ինտեգրելով կրձատված հավասարումը, *z* = 0 կետի շուրջ մենք վերածում ենք դրա գործակիցները աստիձանային շարքի և պահպանում միայն զրոյական կարգի անդամները։ Արդյունքում գալիս ենք հետևյալ մոտավոր լուծմանը՝ գրված Յակոբիի էլիպտիկ սինուսի տեսքով [7].

$$\tilde{p} = p_1 \operatorname{sn}^2[\sqrt{p_2}U_0(z - z_0);m], \qquad (3.14)$$

$$p_{1,2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0^{*2}}{4U_0^2} + 1 \right) \mp \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{\delta_0^{*2}}{4U_0^2} + 1 \right)^2 - \frac{1}{4}}, \quad \delta_0^* = \lim_{z \to 0} \delta_z^*, \quad m = \frac{p_1}{p_2}.$$
(3.15)

Ֆունկցիա (3.14)-ը պարբերական է հետևյալ պարբերությամբ

$$T(m) = \frac{\pi}{\sqrt{p_2}U_0} \cdot {}_2F_1(1/2, 1/2; 1; m).$$
(3.16)

Ստացված լուծման համեմատությունը թվայինի հետ ցույց է տալիս, որ դրանք բավական լավ են համընկնում միայն փոխազդեցության սկզբում։ Բայց, (3.14)-(3.15) լուծման մեջ ներգրավված  $\delta_0^*$  պարամետրը պատշաձ կերպով կարգավորելով, արդյունքը հնարավոր է էապես լավացնել։ Նախ, թվային եղանակով մենք ցույց ենք տալիս, որ միշտ կարելի գտնել պարամետրի այնպիսի արժեք  $\delta_0^* = \tilde{\delta}_0$ , որի համար մոտավոր լուծումը համարյա կատարյալ կերպով համընկնում է թվայինի հետ (Եկ. 3.3)։ Ապա, կիրառելով Լինշտեդտ-Պուանկարեի մեթոդը [8],  $\tilde{\delta}_0$ -ի համար հնարավոր է գտնել մի անալիտիկ արտահայտություն՝ ապալարքից և Ռաբիի հաձախությունից որպես պարամետրերից կախված ֆունկցիայի տեսքով (մասնավորապես, Ռոզեն-Ձեների մոդելի համար դա ստացվում է  $\tilde{\delta}_0 = 1.2U_0\delta_1$ )։

Լուծում (3.14)-ը նման է Ռաբբիի ոչգծային լուծմանը [9]։ Անմիջապես երևում է, որ այն ունիվերսալ տեսքի է՝ ցանկացած ձևի իմպուլսների և ապալարքի մոդուլյացիոն ֆունկցիաների համար (լազերային դաշտի կոնֆիգուրացիայի փոփոխումը ազդում է միայն  $\tilde{\delta}_0$  -ի համար գրված արտահայտության և դրա արգումենտի վրա, ինքը՝ ֆունկցիան թողնելով անփոփոխ)։ Հետևաբար, այս ռեժիմում համակարգի որակական վարքը ավելի քիչ է զգայուն լազերային գրգոման կոնկրետ տեսքի նկատմամբ։ Մեկ այլ հետաքրքիր առանձնահատկություն է մոլեկուլային վիձակի հավանականության տատանումների հաձախության թույլ կախվածությունը լազերային դաշտի մոդուլյացիայի պարամետրերից [տես (3.16) հավասարումը]։ Մասնավորապես, հաձախության կախվածությունը դաշտի ամպլիտուդից ոչգծային է, և ավելին՝ տատանողական։

Այսպիսով, մենք վերյուծեցինք ատոմական բոզե-էյնշտեյնյան կոնդենսատի երկմոդ միագույն ֆոտոասոցիացիայի ուժեղ փոխազդեցության սահմանը ( $U_0 >> 1$ ) և մշակեցինք ընդհանուր ռազմավարություն՝ ցանկացած տեսքի իմպույսներով և ապալարքի մոդուլյացիոն ֆունկցիաներով խնդիր լուծելու համար։ Ցույց է տրված, որ գոյություն ունեն համակարգի դինամիկայի երկու առանձին սցենարներ՝ մեծ և փոքր ապալարքներով ռեժիմներ։ Մեծ ապալարքների ռեժիմում ֆոտոասոցիացիոն պրոցեսի հիմնական առանձնահատկությունն է՝ համարյա ոչտատանողական վարքը, այսինքն, ատոմական և մոլեկույային բնակեզվածությունների միջև գրանցվում են միայն թույլ արտահայտված օսցիլյացիաներ։ Այս ռեժիմի համար բավարար մոտարկում է ոչտատանողական (3.10) սահմանային յուծումը։ Հակառակը, փոքը ապալարքների ռեժիմում համակարգի էվոլլուցիան էապես տատանողական է՝ այս դեպքում մոտավոր յուծումը արտահայտվում է Յակոբիի-սինուս օսցիլյացիոն ֆունկցիայով [հավասարում (3.14)]։ Տատանումների առաջազման պատձառները կարելի որակապես հասկանալ, դիտարկելով ուսումնսիրվող (3.2)-(3.3) մոդելներին բնորոշ փոխազդեցության արդյունավետ ժամանակը։ Ապալարքի ծլ պարամետրը մեծ լինելու դեպքում՝ t=0 կետից հեռու ժամանակային տիրույթներում, որտեղ դաշտի ամպլիտուդը մոտավորապես զրո է, փոխազդեցությունը բավական թույլ է և համակարգը նկատելիորեն չի փոխում իր վիճակը։ Սակայն  $\delta_1$ -ի փոքր արժեքների դեպքում փոխազդեցության արդյունավետ ժամանակը, որն ուղիղ համեմատական է  $1/\delta_1$ -ին, մեծ է, հետևաբար, այս ժամանակահատվածում համակարգը նկատելիորեն փոխում է իր վիմակը և, չնայած Ռաբիի համախությունը փոքը լինելուն, սկսվում են մեծ ամպլիտուդով Ռաբիի տիպի տատանումներ։

#### Եզրակացություն

Այսպիսով, դիտարկված է Դեմկով-Կունիկեի սխեմայով (ռեզոնանսի քվազիգծային հատմամբ) ընթացող՝ գերսառն ատոմներից ֆոտո- կամ մագնիսական ասոցիացիայի եղանակով սառը մոլեկուլների ստացման պրոցեսը։ Դեմկով-Կունիկեի մոդելը, որը բնութագրվում է վերջավոր տևողություն ունեցող զանգակաձև իմպուլսով և վերջավոր տիրույթում փոփոխվող հաձախության ապալարքով (եթե կիրառվում է ֆոտո-ասոցիացիայի տերմինաբանությունը), հանդիսանում է դաշտի կոնֆիգուրացիայի փորձնականորեն իրագործելի տարբերակ, որը զերծ է Լանդաու-Զեների մոդելում առկա հայտնի թերություններից (այսինքն, թերմերի հատման ժամանակային վարքը չի նկարագրվում գծային օրենքով ժամանակի փոփոխման ողջ տիրույթում, այլ ունի փոփոխման վերջավոր տիրույթ)։

Անցումների հավանականությունը  $t \rightarrow +\infty$  սահմանում քննարկելիս, մեր կողմից առաջարկված է խորանարդային բազմանդամային մի հավասարում, որը համախության կամայական կիրառելի է Ռաբիի արժեքի դեպքում, եթե փոխազդեզության ընթացքում պահպանվում է մեծ ապայարքի ռեժիմը։ Այսպիսով, այս խորանարդային հավասարումը ռեզոնանսի արագ անցման ռեժիմում` նախորդ աշխատություններում առանձնացրած թույլ, չափավոր և ուժեղ կապի սահմանային վարքագծերի համար առաջարկում է միասնական նկարագրություն։ Ուշգրավ է, որ կարգով բարեյավում է հավասարումը մեկ նախորդ արդյունքների այդ մշգրտությունը։

Առաջարկված մոտավորությունը ցույց է տալիս, որ, ի տարբերություն գծային դեպքի, ոչգծային դեպքում ռեզոնանսի հատման Դեմկով-Կունիկեի սխեմայով իրականացվող պրոցեսով անհնար է բոլոր ատոմներն ամբողջությամբ մոլեկուլների փոխակերպել։

20

#### Գրականություն

- 1. Kohler, T., Goral, K. and Julienne P. S., "Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances", Rev. Mod. Phys. 78, 1311-1361 (2006).
- 2. Chin, C., Grimm, R., Julienne, P. and Tiesinga, E., "Feshbach resonances in ultracold gases", Rev. Mod. Phys. 82, 1225-1286 (2010).
- 3. H. Nakamura, [Nonadiabatic Transition], World Scientific, Singapore, 2002.
- 4. Stenholm, S., "Topics in adiabaticity", Laser Physics 15(10), 1421-1427 (2005).
- Landau, L., "Zur Theorie der Energieubertragung", Phys. Z. Sowjetunion 2, 46-51, (1932).
- 6. Zener, C., "Non-adiabatic crossing of energy levels", Proc. R. Soc. London A, 137, 696-702, (1932).
- Witthaut, D., Graefe, E. M., and Korsch, H. J., "Towards a generalized Landau-Zener formula for an interacting Bose-Einstein condensate in a two-level system", Phys. Rev. A 73, 063609 (2006).
- 8. Liu, J., Fu, L., Ou, B.-Y., Chen, S.-G., Choi, D.-Il, Wu, B., and Niu, Q., "Theory of nonlinear Landau-Zener tunneling", Phys. Rev. A 66, 023404 (2002).
- 9. Ishkhanyan, A., Mackie, M., Carmichael, A., Gould, P. L., and Javanainen, J., "Landau-Zener problem for trilinear systems", Phys. Rev. A 69, 043612 (2004).
- 10. Altman, E. and Vishwanath, A., "Dynamic Projection on Feshbach Molecules: A Probe of Pairing and Phase Fluctuations", Phys. Rev. Lett. 95, 110404 (2005).
- 11. Barankov, R. A. and Levitov, L. S., "Dynamical projection of atoms to Feshbach molecules at strong coupling", cond-mat/0506323 (2005).
- Ishkhanyan, A., Javanainen J., and Nakamura, H., "A basic two-state model for bosonic field theories with a cubic nonlinearity", J. Phys. A 38, 3505-3516 (2005); Ishkhanyan, A., Javanainen, J., and Nakamura, H., "LZ transition in photoassociation of cold atoms: strong interaction limit", J. Phys. A 39, 14887-14893 (2006).
- 13. Dobrescu, B. E. and Pokrovsky, V. L., "Production efficiency of Feshbach molecules in fermion systems", Phys. Lett. A 350, 154-158 (2006).
- Tikhonenkov, I., Pazy, E., Band, Y. B., Fleischhauer, M., and Vardi, A., "Many-body effects on adiabatic passage through Feshbach resonances", Phys. Rev. A 73, 043605 (2006).
- 15. Altland, A. and Gurarie, V., "Many body generalization of the Landau-Zener problem", Phys. Rev. Lett. 100, 063602 (2008).
- 16. Itin A. P. and Törmä, P., "Dynamics of a many-particle Landau-Zener model: Inverse sweep", Phys. Rev. A 79, 055602 (2009).
- 17. Ishkhanyan, A.M., "LZ transition in quadratic-nonlinear two-state systems", Phys. Rev. A 81, 055601 (2010).
- Ishkhanyan, A.M., "Generalized formula for the Landau-Zener transition in interacting Bose-Einstein condensates", Eur. Phys. Lett. 90, 30007 (2010).
- 19. Demkov Yu., N. and Kunike, M., Vestn. Leningr. Univ. Fis. Khim. 16, 39 (1969).
- 20. Suominen K.-A. and Garraway, B. M., "Population transfer in a level-crossing model with two time scales", Phys. Rev. A 45, 374-386 (1992).
- 21. Ishkhanyan, A., Joulakian, B., and Suominen, K.-A., "Two strong nonlinearity regimes in cold molecule formation", Eur. Phys. J. D 48, 397-404 (2008).

- Sokhoyan, R., Joulakian B., and Ishkhanyan, A., "Strong nonlinearity regimes of twomode photoassociation of atomic Bose-condensates", J. Contemp. Physics (Armenian Ac. Sci.), 41 (3), 23-28 (2006).
- 23. Javanainen, J. and Mackie, M., "Coherent photoassociation of a BEC", Phys. Rev. A 59, R3186 (1999).
- 24. Drummond, P.D., Kheruntsyan, K.V., and He, H., "Coherent Molecular Solitons in Bose-Einstein Condensates", Phys. Rev. Lett. 81, 3055-3058 (1998).
- 25. Armstrong, J. A., Bloembergen, N., Ducuing, J., and Pershan, P. S., "Interaction between light waves in a nonlinear dielectric", Phys. Rev. 127, 1916-1939 (1962).
- 26. Ghazaryan, V. R., "First Demkov-Kunike model in the theory of photoassociation of cold atoms", J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.) 40(1), 14-18 (2005).
- Sokhoyan, R., Azizbekyan, H., Leroy, C., and Ishkhanyan, A., "Demkov–Kunike Model for Cold Atom Association: Weak Interaction Regime", J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.) 44 (6), 272-277 (2009).
- Sokhoyan, R., "Demkov-Kunike model in cold molecule formation: the fast resonance sweep regime of the strong interaction limit", J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.) 45(2), 51-57 (2010).
- 29. Azizbekyan, H., Shahverdyan, T., Ishkhanyan, H., Sokhoyan, R., and Ishkhanyan, A., "A physically realizable term-crossing model for cold atom association", Proc. Conf. Laser Physics-2009, Ashtarak, 54-57 (2010).