ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ, ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ԵՎ ՍՊՈՐՏԻ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ԳՈՐԻՍԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ	«Եռանկյունաչափական անհավասարումներ» թեմայի ուսուցման առանձնահատկությունները
ԱՌԱՐԿԱ	Մաթեմատիկա
ՀԵՂԻՆԱԿ	Դանիելյան Արտակ
ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ	Վաղատուրի միջնակարգ դպրոց

Աշխատանքը թույլատրված է պաշտպանության

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԳԻՏ. ՂԵԿԱՎԱՐ՝ ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ա. Դինունց

ԳՈՐԻՍ 2022

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Արդիականությունը: Եռանկյունաչափական անհավասարումները լուծելու համար սովորողների հմտությունների ձևավորման անհրաժեշտությունը և թեմայի վերաբերյալ ալգորիթմական ուսուցման կազմակերպման համար նյութերի բացակայությունը:

Նպատակը: Ընդհանրացնել եռանկյունաչափական անհավասարումների տեսակները, դրանց լուծման հիմնական և հատուկ մեթոդները, ընտրել սովորողների կողմից եռանկյունաչափական անհավասարումների լուծման խնդիրների շարք:

Խնդիրները: Եռանկյունաչափական անհավասարումների լուծման ուղղությամբ փորձի վերհանում:

Գործնական նշանակությունը: Եռանկյունաչափական անհավասարումների լուծումներին վերաբերող մեթոդական մշակումները կարող են ավագ դպրոցի մաթեմատիկայի բնագավառի բովանդակության մաս կազմել:

Կառուցվածքը: Աշխատանքը կազմված է ներածությունից, երկու բաժիններից, գրականության ցանկից և եզրակացությունից:

1. «ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ» ԹԵՄԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Եռանկյունաչափական անհավասարումները լուծելիս սովորողների հմտությունների ձևավորման գործընթացում առանձնացվում է 3 փուլ՝

1. նախապատրաստական,

2.ամենապարզ եռանկյունաչափական անհավասարումները լուծելու հմտությունների ձևավորման,

3. այլ տեսակների եռանկյունաչափական անհավասարումների ներդրում:

Նախապատրաստական փուլի նպատակն այն է, որ անհավասարումները լուծելու համար սովորողների մոտ անհրաժեշտ է ձևավորել միավոր շրջանագիծ օգտագործելու հմտություն, մասնավորապես.

1. *sinx > 1, sinx < -1, cosx > 1, cosx < -1* ձևի ամենապարզ անհավասարումները լուծելու հմտությունը՝ օգտագործելով sinx և cosx ֆունկցիաների հատկությունները.
2. Միավոր շրջանագծի աղեղների կամ ֆունկցիաների գրաֆիկների համար կրկնակի անհավասարումներ կազմելու ունակություն.
3. եռանկյունաչափական արտահայտությունների տարբեր ձևափոխություններ կատարելու հմտություն:

Այս փուլն առաջարկում եմ իրականացնել եռանկյունաչափական ֆունկցիաների հատկությունների վերաբերյալ սովորողների գիտելիքների ամրապնդման գործընթացից: Հիմնական գործիքը կարող է լինել սովորողներին առաջարկվող առաջադրանքները, որոնք կատարվում են կամ ուսուցչի ուղղորդմամբ, կամ ինքնուրույն, եռանկյունաչափական հավասարումների լուծման ընթացքում ձեռք բերված հմտությունների միջոցով:

Եռանկյունաչափական անհավասարումների լուծման ուսուցման երկրորդ փուլում կարող են առաջադրվել հետևյալ առաջարկությունները՝ կապված սովորողների գործունեության կազմակերպման մեթոդաբանության հետ: Այս դեպքում մենք կկենտրոնանանք այն հմտությունների վրա, որոնք սովորողներն արդեն ստիպված են օգտագործել միավոր շրջանագծի հետ աշխատելիս, որոնք ձևավորվել են ամենապարզ եռանկյունաչափական հավասարումների լուծման ընթացքում:

Ցանկալի է աշխատանքներ տանել եռանկյունաչափական ֆունկցիաների գումարի (տարբերության) ձևափոխության մեթոդների ամրապնդման ուղղությամբ, սովորողների ուշադրությունը հրավիրել այդ մեթոդների դերին եռանկյունաչափական անհավասարումների լուծման գործում:

Սովորողներից պետք է պահանջվի պատկերել յուրաքանչյուր ամենապարզ եռանկյունաչափական անհավասարման լուծումը՝ օգտագործելով միավոր շրջանագիծ: Անպայման պետք է ուշադրություն դարձնել դրա նպատակահարմարությանը, հատկապես շրջանագծի օգտագործմանը, քանի որ եռանկյունաչափական անհավասարումները լուծելիս համապատասխան պատկերումը ծառայում է որպես այս անհավասարման լուծումների շարքը ամրագրելու շատ հարմար միջոց:

Եռանկյունաչափական անհավասարումները լուծելու համար սովորողների հմտությունների ձևավորման գործընթացի երրորդ փուլի իրականացման հետ կապված՝ մենք ընդամենը երկու դատողություն ենք կատարելու:

Նախ ցանկալի է սովորողներին ծանոթացնել հետևյալ սխեմային.

I. հղում կատարելով համապատասխան եռանկյունաչափական հավասարմանը
II. համատեղ (ուսուցիչ - սովորողներ) լուծման որոնում
III. գտնված մեթոդի կիրառումը նմանատիպ այլ անհավասարումներ լուծելիս:

Երկրորդ, սովորողների եռանկյունաչափության գիտելիքները համակարգելու համար խորհուրդ ենք տալիս հատուկ ընտրել այնպիսի անհավասարումներ, որոնց լուծումը պահանջում է տարբեր ձևափոխություններ, որոնք կարող են իրականացվել դրանց լուծման գործընթացում՝ սովորողների ուշադրությունը կենտրոնացնելով դրանց առանձնահատկությունների վրա:

2. ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԻՋԱԿԱՅՔԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ

Իմ աշխատանքային փորձը ցույց է տալիս, որ սովորողները հաճախ լուրջ դժվարություններ են ունենում աշխատանքի հիմնական մասը կատարելուց հետո, երբ լուծում են եռանկյունաչափական անհավասարումները՝ թույլ տալով շատ սխալներ վերջնական որոշումների ընտրության ժամանակ: Սխալները հայտնվում են անուշադրության կամ այն պատճառով, որ սովորողները չեն հասկացել անհավասարման լուծման որոշակի առանձնահատկությունները: Հաճախ չի օգնում նաև ստուգումը: Մեկ-երկու միջակայքերով պատասխանի առկայության դեպքում ստուգումը լինում է հոգնեցուցիչ, իսկ միջակայքերի մեծ քանակի դեպքում ստուգման տեխնիկական բարդությունը բազմակի անգամ մեծանում է:

Այս կապակցությամբ մշակվել է հատուկ մեթոդական մոտեցում եռանկյունաչափական անհավասարման լուծման վերջնական փուլի համար, որը հարմար է սովորողներին բացատրել հատուկ կազմված ալգորիթմի օգնությամբ:

Դիտարկենք եռանկյունաչափական անհավասարումների լուծման միջայքերի մեթոդը: Միջակայքերի մեթոդը հատկապես արդյունավետ է եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ պարունակող անհավասարումները լուծելու համար: Այս մեթոդով զուտ եռանկյունաչափական անհավասարումները լուծելիս, թվային առանցքի փոխարեն, օգտագործվում է միավոր շրջան, որը համապատասխան եռանկյունաչափական հավասարումների արմատներով բաժանվում է աղեղների, որոնք նույն դերն են խաղում, ինչ թվային առանցքի դեպքում միջակայքերը: Այս աղեղների վրա լուծվող անհավասարմանը համապատասխանող եռանկյունաչափական արտահայտությունն ունի նշաններ, որոնք որոշելու համար, կարելի է օգտագործել առանձին «հարմար» կետի կանոնը և արմատների բազմազանության հատկությունը: Հաճախ, աղեղները ինքնուրույն որոշելու համար բոլորովին էլ անհրաժեշտ չէ գտնել համապատասխան հավասարումների արմատների անվերջ բազմություն. բավական է այս հավասարումներից գտնել հիմնական եռանկյունաչափական ֆունկցիաների արժեքները (սինուս, կոսինուս, տանգենս, կոտանգենս) և թվային շրջանի վրա նշել այդ արժեքներին համապատասխան կետերը:

Հնարավոր է ուղղակիորեն օգտագործել միավոր շրջան՝ սկզբնական եռանկյունաչափական անհավասարումը միջակայքերի մեթոդով լուծելու համար, եթե բոլոր ֆունկցիաները, որոնց միջոցով գրվում է անհավասարումը, ունեն ամենափոքր դրական 2π պարբերությունը, կամ $\frac{2\pi}{m}$, երբ m- ը ինչ-որ դրական ամբողջ թիվ է:

Եթե այս ֆունկցիաների հիմնական պարբերությունն մեծ է 2π –ից, ապա կամ պետք է օգտագործեք թվային առանցքը, կամ նախ փոփոխականի փոխարինումով սկզբնական անհավասարումը հանգեցնեք նոր անհավասարման, որը բերված է այնպիսի ֆունկցիաների, որոնք ունեն 2π կամ $\frac{2\pi}{m}$ պարբերություն, և ապա օգտագործենք միավոր շրջանը:

Եթե անհավասարումը պարունակում է ինչպես եռանկյունաչափական, այնպես էլ այլ ֆունկցիաներ, ապա այն միջակայքերի մեթոդով լուծելու համար պետք է օգտագործել թվային առանցքը:

Օրինակ 1. Լուծենք $\cos 3x + \cos x > 0$ անհավասարությունը:

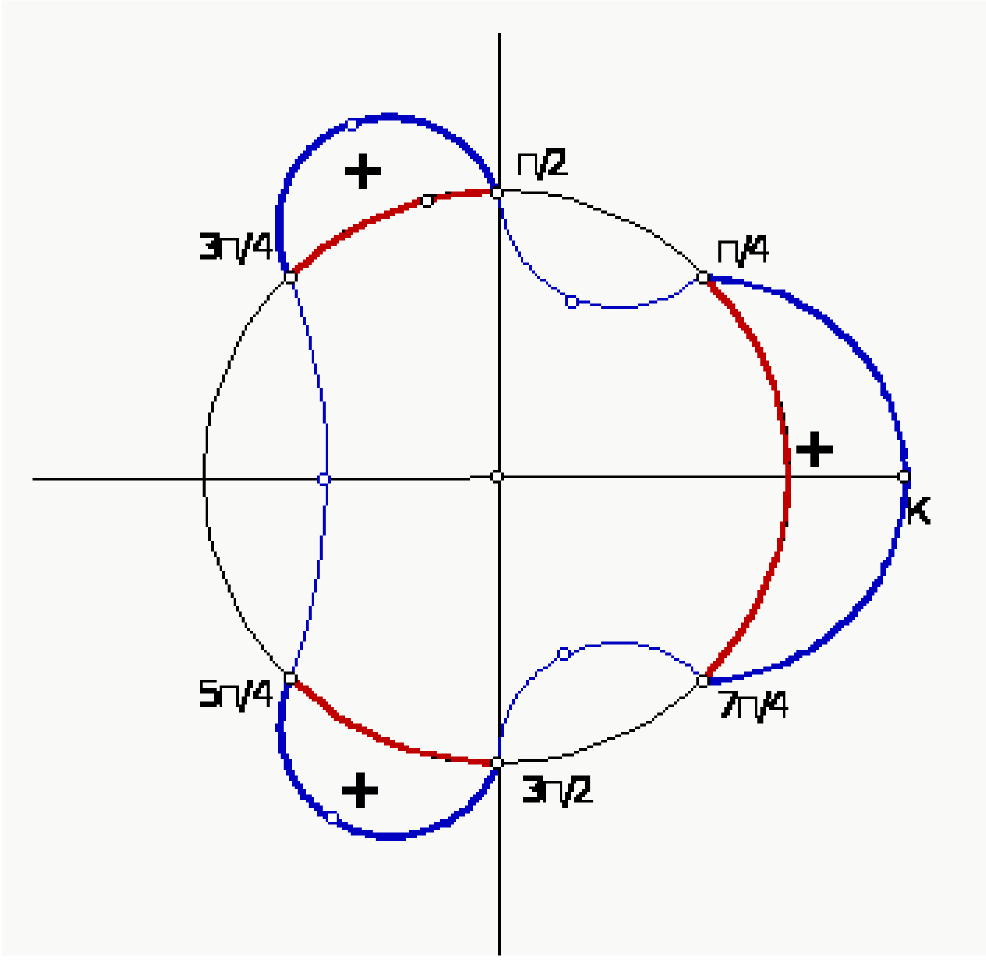
Լուծում:

Անհավասարաման ձախ մասը բերենք $2\cos 2x \cdot \cos x$ տեսքի՝ օգտվելով կոսինուսների գումարի բանաձևից, և դիտարկենք $2\cos 2x \cdot \cos x = 0$ հավասարումը, որը համարժեք է $\left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \cos x = 0\end{array}\right.$ հավասարումների համախմբին:

Այս հավասարումներից առաջինն ապահովում է հավասարման արմատներից մեկի տեսքը՝ $x_1=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}$, իսկ երկրորդ հավասարումը՝ $x_2=\frac{\pi}{2}+\pi n$:

Ապա տրոհենք միավոր շրջանագիծը համապատասխան կետերով: x_i համար բավարար է վերցնել n=0,1,2,3; այնուհետև համապատասխանաբար ստացվում են $\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}$.

արժեքները (մնացած n-երի դեպքում կկրկնվեն): $\frac{\pi}{2}$ և $\frac{3\pi}{2}$ արմատները, ստացվում են մյուս տեսքի արմատի մեջ տեղադրելով n=0 և n=1: Որտեղից հերթականորեն ստանում ենք անհավասարման լուծումների միջակայքը /միավոր շրջանագծի վրա նշված է + նշանով/.



Նկ. 1

Օրինակ 2. Լուծենք հետևյալ անհավասարումը.

$$\frac{\sin x \sin 3x}{\cos x \sin 2x} > 0$$

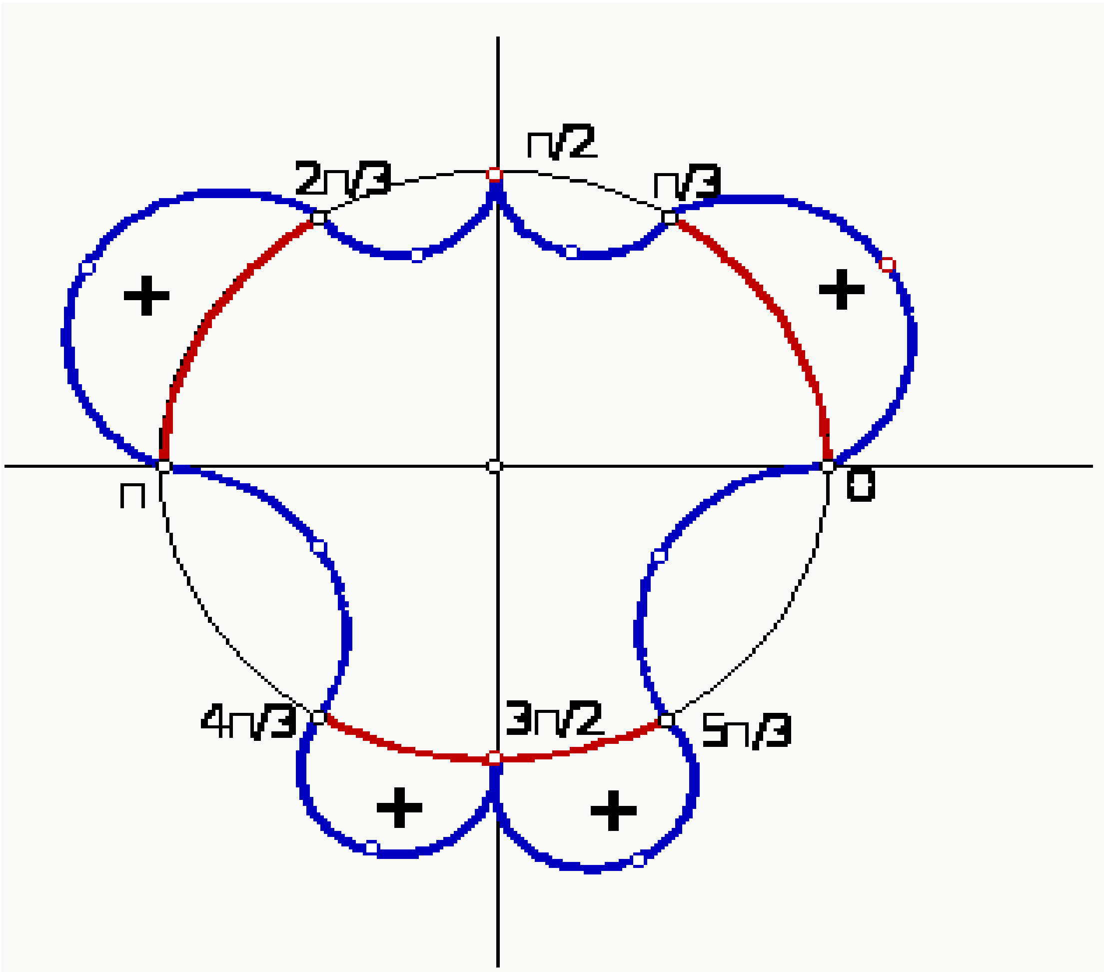
Այն համարժեք է ստորև բերված հավասարումների համախմբին

$$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin 3x = 0 \\ \cos x = 0 \\ \sin 2x = 0 \end{array}\right.$$

Որտեղից հերթականորեն ստանում ենք անհավասարման լուծումների միջակայքը /միավոր շրջանագծի վրա նշված է + նշանով/.

$$\left[\begin{array}{l} x = \pi n, n \in Z \\ x = \frac{\pi k}{3}, k \in Z \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in Z \\ x = \frac{\pi m}{2}, m \in Z \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{c} 0,\pi \\ 0,\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\pi,\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3} \\ \frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2} \\ 0,\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},\pi \end{array}\right.$$



Նկ. 2

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Եռանկյունաչափական անհավասարումներն արժանի տեղ են գրավում մաթեմատիկայի և ընդհանրապես անհատականության զարգացման գործընթացում:

Իմ կարծիքով, մշակված առաջադրանքների ամբողջությունը նպաստում է ալգորիթմական մոտեցման միջոցով եռանկյունաչափական անհավասարումների լուծման հմտությունների ձևավորմանը:

ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Առաքելյան Կ.Գ. «Հանրահաշիվ և Մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» Ուսումնական օժանդակ ձեռնարկ.- Երևան, «Զանգակ 97», 360 էջ
2. https://kpfu.ru/docs/F2017077195/metodichka.pdf Учебно-методическое пособие для студентов педагогического отделения Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского, КАЗАНЬ – 2013, 78 страниц, 15.03.2021
3. Մաթեմատիկա առարկայի չափորոշիչ և օրինակելի ծրագրեր