«ԻՆՏԵՐԱԿՏԻՎ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԶԱՐԳԱՑՈՒՄ»
ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2022

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ Ֆունկցիա թեմայից ստացած գիտելիքների և հմտությունների կատարելագործումը հետազոտական աշխատանքում

ԱՌԱՐԿԱ Մաթեմատիկա

ՀԵՂԻՆԱԿ Զարուհի Պետրոսյան

ՄԱՐԶ Շիրակ

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ Չորակապի միջն. դպրոց

Բովանդակություն

Ներածություն

Հետազոտական ստեղծագործական աշխատանքների միջոցով կատարելագործվում է ուսուցչի մասնագիտական և առարկայական գիտելիքները ու հմտությունները: Նրանք հնարավորություն են տալիս ուսումնասիրվող թեման ընդլայնել, դարձնել ավելի պատկերավոր,կարողանալ օգտվել լրացուցիչ գրականությունից, օգտվել համացանցից և ամենակարևորը , ստեղծագործական միտքը զարգացնել:Շատ թեմաներ չպետք է սահմանափակվել միայն դասագրքերով, պետք է այն հասցնել կրիտիկական գաղափարների:Օրինակ

Ֆունկցիայի ուսումնասիրությունը մաթեմատիկայի ուսուցման դպրոցական դասընթացում սկսվում է միջին դպրոցում: Յոթերրորդ դասարանում ուսումնասիրում են Y=KX, Y=KX+B, Y=K/X, Y=√X ֆունկցիաները, կառուցում են գրաֆիկներ: Սակայն այն դժվար է ընկալվում աշակերտների կողմից: Այնուհետև ուսումնասիրում են ութերրորդ և իներրորդ դասարաններում: Սակայն ֆունկցիայի խորը ուսումնասիրությունը սկսվում է տասներրորդ դասարանում: Տասնմեկերորդ դասարանում էլ ածանցյալի ուսումնասիրումը հնարավորություն է տալիս հետազոտել ֆունկցիաներ:

Այս հետազոտական աշխատանքով կներկայացնեմ ֆունկցիայի ավելի խորը ուսումնասիրությունը:Ոչ միայն դասագրքերից պետք է օգտվել այլ սեփական դատողությունների,ուսումնասիրությունները պետք է կատարել: Ֆունկցիայի հատկություններից ուսումնասիրենք.՝

1. Ֆունկցիայի որոշման և արժեքների տիրույթների գտնելը
2. Ֆունկցիայի պարբերականությունը
3. Ֆունկցիայի զույգությունը
4. Ֆունկցիայի գրաֆիկի և կոոդինատային առանցքների հետ հատման կետերի կոորդինատների գտնելը
5. Որոշել ֆունկցիայի նշանապահպանման միջակայքերը
6. Որոշել ֆունկցիայի մոնոտոնության միջակայքերը
7. Գտնել ֆունկցիայի էքստրեմումի կետերը և էքստրեմումները
8. Եթե ֆունկցիայի որոշման տիրույթը բաղկացած է մեկ կամ մի քանի միջակայքերից, պարզել ֆունկցիայի վարքն այդ միաջակայքերի ծայրակետերին մոտենալիս
9. Գտնել խզման կետերը
10. Որոշել ֆունկցիայի ուռուցիկության կամ գոգավորության միջակայքերը
11. Պարզել ֆունկցիայի անընդհատությունը
12. Ֆունկցիայի ասիմպտոտների որոշումը

Ֆունկցիաների հատկությունները առավել ուսումնասիրելով   գրաֆիկորեն   կարող ենք լուծել համակցված, պարամետր պարունակող հավասարումներ և անհավասարումներ, որոնք շատ դժվար է լուծել սովորական եղանակներով: Կուսումնասիրենք նախ ինչ է ֆունկցիան, նրա 12 հատկությունները, նրա ձևափոխությունները, այնուհետև աշխատանքը շարունակելով որոշակի օրինակներով կստանանք հետաքրքիր լուծումներ գռաֆիկական եղանակով:

Նմնօրինակ թեմաները ուղիղ կապ են ստողծում կյանքի և առօրիայի հետ:Երեխաներին պետք է կարևորել տրված նյութը, թեման, այն կապել միջավայրի, բնության հետ:Այսպիսի հետազոտությունների արդյունքում զարգանում է միտքը :

Հիմնական մաս

Ուսումնասիրելով դպրոցում ուսումնասիրվող թեմաները , աշխատրլով մաթեմատիկայի շտեմարաններով, առաջացել է ցանկություն գտնել լուծման տարբեր մեթոդներ: Գրաֆիկական եղանակով լուծել հավասարումներ կամ անհավասարումներ, գտնել լուծումների քանակ, միջակայքներ, կամ ապացուցել , որ լուծում չունի: Օգտագործելով բարձրագույն մաթեմատիկայի դասընթացից որոշ թեմաներ , լրացնում են այն բացը , որը կա դասագրքերում: Աշակերտներին էլ է պետք այս թեմաներից նախագծային կամ հետազոտական աշխատանքներ հանձնարարել:

Նախ կուսումնասիրեք ֆունկցիայի հատկությունները, գրաֆիկի կառուցման կարևորագույն դետալները, դրանց ձևափոխությունները:

Ամբողջացնելով վերը նշվածները, վերլուծել մի քանի օրինակներ:

ՖՈՒՆԿՑԻԱ , ՆՐԱ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ, ԳՐԱՖԻԿՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ՕԳՆՈՒԹՅԱՄԲ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԸ

Ի՞նչ է ֆունկցիան

Բնության տարբեր երևույթներ ուսումնասիրելիս ու տեխնիկական խնդիրներ լուծելիս հարկ է լինում մաթեմատիկայում դիտարկել մի մեծության փոփոխությունը, կախված մի այլ մեծության փոփոխությունից: Օրինակ` շարժումն ուսումնասիրելիս անցած

Ճանապարհը դիտվում է որպես ժամանակի փոփոխությունից կախված փոփոխական: Այստեղ անցած ճանապարհը ժամանակի ֆունկցիա է:

Սահմանում 1:Եթե որևէ տիրույթին պատկանող x փոփոխականի յուրաքանչյուր արժեքին համապատասխանում է մի այլ y փոփոխականի մեկ որոշակի արժեք, ապա y-ը հանդիսանում է x-ի ֆունկցիա կամ գրվում է y=f(x), y=g(x) և այլն գրությամբ:

x փոփոխականը կոչվում է անկախ փոփոխական կամ արգումենտ, x և y փոփոխականների կախումը կոչվում է ֆունկցիոնալ: Իսկ այն ֆունկցիաները որոնք որոշված են թվային բացմությունում և ընդունում են թվային արժեքներ անվանում են թվային:

Սահմանում 1′ X թվային բազմությունում որոշված է f թվային ֆունկցիա, եթե X բազմության ամեն մի x թվի համապատասխանում է մի որևէ y թիվ:

Սահմանում 2: x-ի այն արժեքների բազմությունը, որոնց համար որոշվում են y ֆունկցիայի արժեքները f(x) կանոնի համաձայն, կոչվում է ֆունկցիայի որոշման տիրույթ(կամ գոյության տիրույթ) և այն նշանակում են D(f):

Սահմանում 3:x € D(f) համար արժեքների տիրույթը կամ արժեքների բազմությունը դա ֆունկցիայի ընդունած արժեքների բազմությունն է:

Ֆունկցիայի տրման եղանակները

1. Ֆունկցիայի տրման աղյուսակային եղանակ
2. Ֆունկցիայի տրման գրաֆիկական եղանակ
3. Ֆունկցիայի տրման բանաձևային եղանակ

Բանաձևային է նաև մի քանի արտահայտությամբ տրվող ֆունկցիան: Օրինակ՝

$$f(x)=\begin{cases} -x, \text{ եթե } x<0 \\ x, \text{ եթե } x\ge 0 \end{cases}$$

Հիմնական տարրական ֆունկցիաներ

1. Աստիճանային ֆունկցիա՝ $y=x^n$, որտեղ n-ը իրական թիվ է
2. Ցուցչային ֆունկցիա՝ $y=a^x$, a>0, a≠1
3. Լոգարիթմական ֆունկցի՝ $y=\log_a x$, որտեղ a>0, a≠1
4. Եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ՝ $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$,$y=\sec x$, $y= \csc x$
5. Հակադարձ եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ
6. Բարդ ֆունկցիաներ՝ y=f(g(x)) կամ y=f◦g, որտեղ f և g տարրական ֆունկցիաներ են

Սահմանում: Տարրական ֆունկցիա կոչվում է այն ֆունկցիան, որը կարող է լինել y=f(x) տեսքի մեկ բանաձևով, որտեղ աջակողմյան արտահայտությունը կազմված է հիմնական տարրական ֆունկցիաներից և հաստատուններից՝ վերջավոր թվով գումարման, հանման, բազմապատկման, բաժանման և համադրույթ գործողությունների օգնությամբ:
Օրինակ՝ y=n! ֆունկցիան տարրական չէ, քանի որ այն սահմանափակ չէ:

Հանրահաշվական ֆունկցիաներ

Հանրահաշվական ֆունկցիա է հետևյալ տեսքի տարրական ֆունկցիան՝
Y=$a_0.x^n$+$a_1.x^{n-1}$+$a_2.x^{n-2}$+…+a_n
Որտեղ a_0, a_1,.. a_n հաստատուններ են n≥0:
Կոտորակային ռացիոնալ ֆունկցիան, որը սահմանվում է որպես երկու բազմանդամների հարաբերություն:
Իռացիոնալ ֆունկցիան՝y=f(x), որի աջ մասում կա ոչ ամբողջ ցուցիչով աստիճան բարձրացնելու գործողություններ:

Ֆունկցիայի գրաֆիկ

Սահմանում: f ֆունկցիայի գրաֆիկ է կոչվում կոորդինատային հարթության այն (x,y) կետերի բազմությունը որոնց համար y=f(x):
Որպեսզի կոորդինատային հարթության վրա գտնվող գիծը լինի որևէ ֆունկցիայի գրաֆիկ, անհրաժեշտ է և բավարար, որ կոորդինատների առանցքին զուգահեռ ցանկացած ուղիղ կամ չհատվի այդ գծի հետ կամ հատվի միայն մեկ կետում:

Ֆունկցիայի հետազոտումը

Ֆունկցիայի հետազոտման ուրվագիծը բաղկացած է հիմնականում որոշակի քայլերից , որոնք շարադրված են ներածությունում: Այժմ յուրաքանչյուր բնութագրիչ հատկությանը անդրադառնանք առանձին առանձին:

1. Y=f(x) ֆունկցիայի որոշման տիրույթը գտնելու համար պետք է որոշվի f(x) արտահայտության ԹԱԲ-ը, իսկ արժեքների տիրույթը ճշգրիտ գտնելու համար անհրաժեշտ է նաև մեծագույն և փոքրագույն արժեքները գտնել և սահմանափակություն կամ անսահմանափակություն որոշել:
2. Պարբերականությունը.

Սահմանում: 0-ից տարբեր T թիվը անվանում են f ֆունկցիայի պարբերություն, եթե $x \in D(f)$ պայմանից հետևում է $x \pm T \in D(f)$ և $f(x+T)=f(x)$: Այդ դեպքում f ֆունկցիան անվանում ենք պարբերական ֆունկցիա:

Սահմանում:Եթե պարբերական ֆունկցիան ունի փոքրագույն դրական պարբերություն, այն անվանում են հիմնական պարբերություն: Եթե T-ն f ֆունկցիայի հիմնական պարբերությունն է, ապա ասում են որ f ֆունկցիան T պարբերական է:

$Y=c.f(kx+b)+a$ տեսքի ֆունկցիաների հիմնական պարբերությունը, եթե f-ը պարբերական ֆունկցիա է, հաշվվում է հետևյալ բանաձևով՝ $T'=T/|k|$, որտեղ T-ն f-ի հիմնական պարբերությունն է: Կան նաև ֆունկցիաներ, որոնք պարբերական են սակայն չունեն հիմնական պարբերություն: Օրինակ՝ Դիրիխլեի ֆունկցիան

$$D(x)=\begin{cases} 1, \text{ եթե } x\text{-ը ռացիոնալ է} \\ 0, \text{ եթե } x\text{-ը իռացիոնալ է} \end{cases}$$

Ցանկացած ռացիոնալ դրական թիվ պարբերություն է, իսկ քանի որ չկա ամենափոքր դրական ռացիոնալ թիվ ուրեմն չկա հիմնական պարբերություն:

Թեորեմ 1:Եթե $f_1(x)$ և $f_2(x)$ ֆունկցիաները պարբերական են, նրանց պարբերություններին համապատասխանող հատվածները համաչափելի են և $Df_1 \cap Df_2 \neq \emptyset$, ապա $f(x)=f_1(x) \pm f_2(x)$ ֆունկցիան պարբերական է, և $f_1(x)$ ու $f_2(x)$ ֆունկցիաների հիմնական պարբերությունների ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը նրա համար պարբերություն է:

Թեորեմ 2: Եթե $f_1(x)$ և $f_2(x)$ ֆունկցիաները պարբերական են, նրանց պարբերություններին համապատասխանող հատվածները համաչափելի են և $Df_1 \cap Df_2 \neq \emptyset$, ապա $f(x)=f_1(x) \cdot f_2(x)$ ֆունկցիան պարբերական է, և $f_1(x)$ ու $f_2(x)$ ֆունկցիաների պարբերությունների ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը նրա համար պարբերություն է:

Զույգ և կենտ ֆունկցիաներ

Սահմանում: f ֆունկցիան անվանում են զույգ, եթե $x \in D(f)$ համար $f(-x)=f(x)$ և կենտ՝ եթե $x \in D(f)$ համար $f(-x)=-f(x)$:

Շատ կարևոր է իմանալ ,որ զույգ ֆունկցիայի գրաֆիկը համաչափ է օրդինատների առանցքի նկատմամբ, իսկ կենտ ֆունկցիայինը `կոորդինատների սկզբնակետի նկատմամբ:

Զույգ ֆունկցիաների գումարը, արտադրյալը և քանորդը զույգ ֆունկցիաներ են: Կենտ ֆունկցիաների գումարը կենտ է, իսկ արտադրյալը և քանորդը՝ զույգ:

Ֆունկցիայի մոնոտոնությունը

Սահմանում 1:y=f(x) ֆունկցիան անվանում են X բազմության վրա աճող, եթե այդ բազմությանը պատկանող արգումենտի ավելի մեծ արժեքին համապատասխանում է ֆունկցիայի ավելի մեծ արժեք, այսինքն եթե ցանկացած $x_{1,}x_2$ ∈ X համար x_1<x_2 => f(x_1) <f(x_2):

Սահմանում 2: y=f(x) ֆունկցիան անվանում են X բազմության վրա նվազող , եթե այդ բազմությանը պատկանող արգումենտի ավելի մեծ արժեքին համապատասխանում է ֆունկցիայի ավելի փոքր արժեք, այսինքն $x_{1,}x_2$ ∈ X համար x_1<x_2 => f(x_1) >f(x_2):

Սահմանում 3: Ֆունկցիան անվանում են աճող(նվազող), եթե այն աճող է (նվազող է) իր ամբողջ որոշման տիրույթում: Աճող կամ նվազող ֆունկցիաներն ունեն ընդհանուր անվանում՝ մոնոտոն ֆունկցիաներ:
Առանձնակի ուշադրության է արժանի հետևյալ օրինակը՝ y=2/x ֆունկցիան, նվազող է թե ոչ:
Ֆունկցիան նվազում է (-∞; 0) և (0; +∞)

Սակայն նվազող չէ D(f) –ի վրա, քանի որ -1 և 1 պատկանում է D(f)-ին (-1<1) համար f(-1)<f(1):
Հետևաբար y=k/x տեսքի ֆունկցիաները ամբողջ որոշման տիրույթում եթե k<0 աճող չէ և k>0 նվազող չէ: Մոնոտոնությունը ավելի հեշտ է ապացուցել ֆունկցիայի ածանցյալի միջոցով:
Թեորեմ: Եթե [a;b] հատվածում f(x) ֆունկցիան անընդհատ է և դիֆերենցելի, ընդ որում f'(x)>0, 0<x<b համար, ապա այդ ֆունկցիան [a;b] միջակայքում աճող է և եթե f'(x)<0, նվազող է:

Ֆունկցիայի սահմանափակությունը

Սահմանում 1: y=f(x) ֆունկցիան անվանում են վերևից սահմանափակ, եթե գոյություն ունի այնպիսի M թիվ, որ ցանկացած x∈ D(f) համար f(x)≤M:

Սահմանում 2: y=f(x) ֆունկցիան անվանում են ներքևից սահմանափակ, եթե գոյություն ունի այնպիսի M թիվ, որ ցանկացած x∈ D(f) համար f(x)≥M:

Սահմանում 3: y=f(x) ֆունկցիան անվանում են սահմանափակ, եթե այն սահմանափակ է և վերևից և ներքևից:

Սահմանում 4:Եթե գոյություն ունի ֆունկցիայի արժեքների բազմությանը պատկանող մեծագույն թիվ, ապա այն անվանում են ֆունկցիայի մեծագույն արժեք, հակառակ դեպքում ֆունկցիան մեծագույն արժեք չունի:

Սահմանում 5: Եթե գոյություն ունի ֆունկցիայի արժեքների բազմությանը պատկանող փոքրագույն թիվ, ապա այն անվանում են ֆունկցիայի փոքրագույն արժեք, հակառակ դեպքում ֆունկցիան փոքրագույն արժեք չունի:
Օրինակ՝ y=ax^2 սահմանափակ է վերևից եթե a<0, ներքևից եթե a>0, սահմանափակ է, եթե a=0:

Ֆունկցիայի անընդհատությունը

Սահմանում: y=f(x) ֆունկցիան կոչվում է անընդհատ x կետում, եթե այն որոշված x կետի որևէ շրջակայքում և x կետում և
f(x+Δx)-f(x)$\rightarrow 0$ որտեղ Δx-ը x-ի աճն է(դրական կամ բացասական):Անընդհատությունը ավելի մանրակրկիտ ուսումնասիրելու համար պետք է պարզաբանվի սահմանի հասկացությունը:
Թեորեմ 1: Եթե f(x) և g(x) ֆունկցիաները անընդհատ են x_0 կետում, ապա f(x)+g(x)-ը նույնպես անընդհատ է x_0 կետում:
Անընդհատ է նաև f(x)-g(x)-ը, f(x).g(x)-ը և f(x)/g(x)-ը (եթե g(x_0)≠0):
Երկու անընդհատ ֆունկցիաների համադրույթը տրված կետում նույնպես անընդհատ է:
Թեորեմ 2: Ամեն մի տարրական ֆունկցիա յուրաքանչյուր կետում, որտեղ ինքը որոշված է:
Թեորեմ 3: Դիցուք y=f(x) ֆունկցիան անընդհատ է [a;b] միջակայքում և այդ միջակայքի ծայրակետերում ընդունում է տարբեր նշանի արժեքներ, ապա կգտնվի գոնե մեկ c կետ այնպես, որ c∈(a;b) f(c)=0:

Ֆունկցիայի նշանապահպանման միջակայքերը

Այդ միջակայքերը գտնելու համար գտնենք ֆունկցիայի զրոները, միջակայքերի մեթոդով որոշման տիրույթը տրոհելով պարզենք յուրաքանչյուր մասում ֆունկցիայի նշանը և համապատասխանաբար կունենանք նշանապահպանման միջակայքերը:
Իսկ ֆունկցիայի և կոորդինատական առանցքները գտնելու համար
երբ x=0 կլինի oy առանցքի հետ հատման կետը, իսկ y=0 կլինի ox առանցքի հետ հատման կետերը:
Նկատենք որ oy առանցքի հետ կարող է ունենալ ամենաշատը մեկ հատման կետ բացառությամբ x=0 ուղղից:

Ֆունկցիայի էքստրեմումի կետերը և էքստրեմումները

Սահմանում: x_0 կետը կոչվում է y=f(x) ֆունկցիայի մաքսիմումի կետ, եթե գոյություն ունի x_0-ն պարունակող այնպիսի (a;b) միջակայք,որին պատկանող կամայական x-ի համար f(x_0)≥f(x): x_0

կետը կոչվում է ֆունկցիայի մինիմումի կետ, եթե գոյություն ունի x_0-ն պարունակող այնպիսի (a;b) միջակայք,որին պատկանող կամայական x-ի համար f(x_0)≤f(x):
Ֆունկցիայի արժեքը մաքսիմումի կետում կոչվում ֆունկցիայի մաքսիմում, իսկ մինիմումի կետում՝ ֆունկցիայի մինիմում:
Ֆունկցիայի մաքսիմումի և մինիմումի կետերին անվանում են էքստրեմումի կետեր, իսկ ֆունկցիայի մինիմումները և մաքսիմումները՝ ֆունկցիայի էքստրեմումներ:
Հատվածում որոշված ֆունկցիան իր մեծագույն(փոքրագույն) արժեքը կարող է ընդունել մաքսիմումի(մինիմումի) կետում կամ հատվածի ծայրակետերում:Ածանցյալի օգնությամբ հեշտությամբ կարելի է որոշել մաքսիմումի և մինիմումի կետերը:Այսպիսով ֆունկցիան կարող է ունենալ էքստրեմում միայն երկու դեպքում, կամ այն կետերում որտեղ ածանցյալը գոյություն ունի և հավասար է 0, կամ այն կետերում որտեղ ածանցյալ գոյություն չունի:

Ֆունկցիայի ուռուցիկության հետազոտությունը [3]

Նկատենք որ եթե որևէ կետում ածանցյալ գոյություն չունի (կամ գեյություն ունի նրան մոտ գտնվող կետերում) , ապա այդ կետերում ածանցյալը խզվում է:Արգումենտի այն արժեքները,որոնց համար ածանցյալը դառնում է 0 կամ խզվում է, կոչվում էկրիտիկական կետեր: Երկրորդ կարգի ածանցյալի օգնությամբ կարելի է պարզել հետևյալը

f′(x)	f′′(x)	Կրիտիկական կետի բնույթը
0	-	Մաքսիմումի կետ
0	+	Մինիմումի կետ
0	0	անհայտ

ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ 1:Կորը (a,b) միջակայքում շրջված է ուռուցիկությամբ դեպի ներքև(գոգավոր),եթե կորի բելոր կետերը ըն
կած են այդ միջակայքում նրա ցանկացած շոշափողից վերև
ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ 2:Կորը (a,b) միջակայքում շրջված է ուռուցիկությամբ դեպի վերև(ուռուցիկ),եթե կորի բելոր կետերը ըն
կած են այդ միջակայքում նրա ցանկացած շոշափողից ներքև:
Ածանցյալի օգնությամբ կարող ենք որոշել ֆունկցիայի ուռուցիկ կամ գեգավոր լինելը
ԹԵՈՐԵՄ 1:Եթե (a,b)միջակայքի բոլոր կետերում f′′(x)<0=> y=f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկի կորը այդ միջակայքում կցիայի գրաֆիկի կորը այդ միջակայքում ուռուցիկ է

ԹԵՈՐԵՄ 2:Եթե (a,b)միջակայքի բոլոր կետերում f''(x)>0=> y=f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկի կորը այդ միջակայքում կցիայի գրաֆիկի կորը այդ միջակայքում գոգավոր է:
Ֆունկցիայի ուռուցիկ կամ գոգավոր լինելը կարող է որոշել նաև առանց ածանցյալի օգնությամբ:
f(x) ֆունկցիան x∈(a;b) անվանում են դեպի վեր, եթե ցանկացած $x_{1\neq}x_2$ ∈(a;b) տեղի ունի $\frac{\mathrm{f}(x_1)+\mathrm{f}(x_1)}{2} \leq f(\frac{x_1+x_2}{2})$

և ուռուցիկությամբ դեպի ներքև(գոգավոր), եթե $f(\frac{x_1+x_1}{2}) \leq \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$

Օրինակ՝ $\log_a x$ (a>1) x∈ (a,b) ուռուցիկ է:

Գոգավորությունից ելնելով նշենք ինչ է շրջման կետը: Այն կետը, որտեղ գոգավորությունը փոխվում է ուռուցիկության կամ հակառակը կոչվում է շրջման կետ:

Ասիմպտոտներ [3]

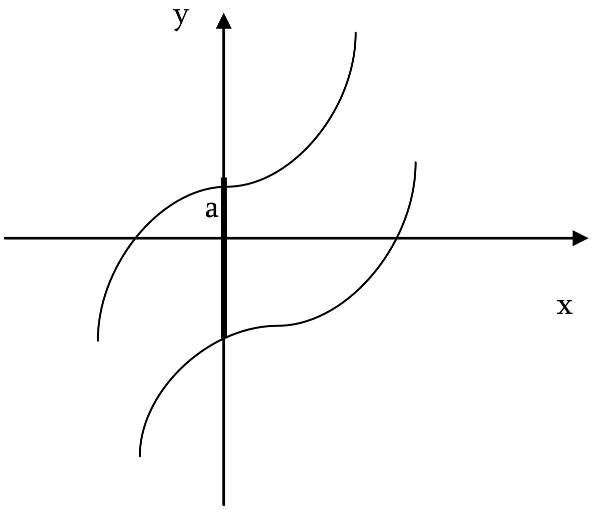
Շատ հաճախ հարկ է լինում հետազոտել y=f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկի(կորի) ձևը աբսցիսի կամ օրդինատի միաժամանակ անսահմանափակ աճման(բացարձակ արժեքով) դեպքում:
ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ: A ուղիղը կոչվում է կորի ասիմպտոտ, եթե կորի M փոփոխական կետի Δ հեռավորությունը այդ ուղղից ձգտում է 0-ի, երբ M կետը → ∞:
Ասիմտոտները լինում են ուղղաձիգ և թեք: Ողղաձիգ ասիմպտոտի որոնման համար պետք է գտնել այնպիսի x=a արժեքներ, որոնց մոտենալիս y=f(x) ֆունկցիան ձգտում է ∞: Այդ դեպքում x=a կլինի ուղղաձիգ ասիմպտոտ:
Օրինակ՝ Գտնել y=$e^{-x}\sin x$+x կորի ասիմպտոտները
Ուղղաձիգ ասիմպտոտներ չկան:Գտնենք թեք ասիմպտոտները
K=$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{y}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^{-x}\sin x+x}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{e^{-x}\sin x}{x}+1)=1$
B=$\lim\limits_{x\to\infty}(e^{-x}\sin x$ +x-x)=$\lim\limits_{x\to\infty}e^{-x}\sin x$=0 => y=x հանդիսանում է թեք ասիմպտոտ ,իսկ ուղղաձիգ չունի, քանի որ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{y}{x}$ գոյություն չունի
$\frac{y}{x}=\frac{e^{-x}}{x}\sin x+1$ (անսահմանափակ աճում է)

Ֆունկցիայի գրաֆիկի ձևափոխությունները

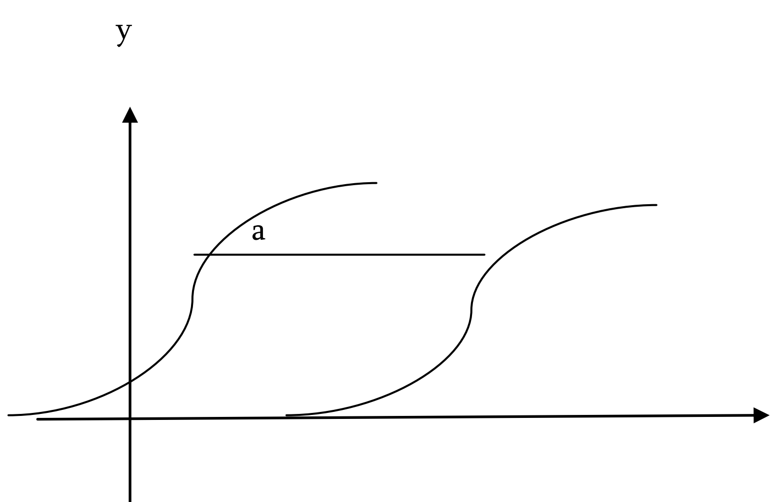
Y=f(x) ֆունկցիան ուսումնասիրելիս շատ հաճախ ավելի հեշտ է ունենալով պարզագույն ֆունկցիայի սխեմատիկ գրաֆիկը կատարելով ձևափոխություններ ստանալ f(x)-ի գրաֆիկը:
Օրինկ՝ y=k.|sin|x|+a|
Նախ կառուցենք $y_1=\sin x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, այնուհետև y_2=sin|x|, y_3=sin|x|+a, y_4=| sin|x|+a|, $y_5=k.$| sin|x|+a|

Այժմ ստանանք յուրաքանչյուր ձևափոխությունը.

1. Y=f(x)+a   a≠0 տեղաշարժենք օրդինատների առանցքի ուղղությամբ



2. Y=f(x+a) y=f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը տեղաշարժվում է աբցիսների առանցքի ուղղությամբ –a –ով



3. Y=f(-x)

Կառուցում ենք Y=f(x)ֆունկցիայի գրաֆիկի համաչափ գրաֆիկը օրդինատների առանցքի նկատմամբ:

4.y=-f(x)

Կառուցում ենք y=f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկի համաչափ գրաֆիկը աբսցիսների առանցքի նկատմամբ:

5.y=f(ax)

y=f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը սեխմվում կամ ձգվում է աբսցիսների առանցքի նկատմամբ a անգամ: Եթե a>1 տեղի է ունենում սեխմում, իսկ եթե 0<a<1, տեղի է ունենում ձգում;

6.y=af(x)

Y=f(x)գրաֆիկը սեխմվում(եթե 0<a<1) կամ ձգվում է(a>1) օրդինատների առանցքի նկատմամբ:

7.Y=f(|x|)

Y=f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը աջ կիսահարթությունում թողնել անփոփոխ, իսկ ձախում՝ արտապատկերել աջ մասի կորը օրդինատների առանցքի նկատմամբ:

8.y=|f(x)|

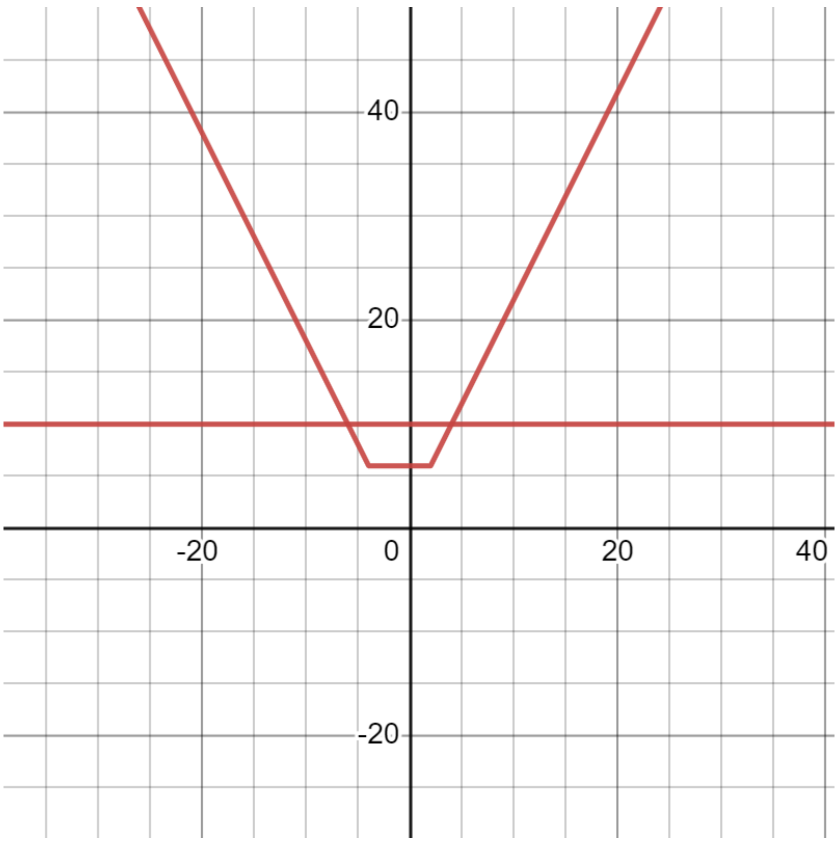
Y=f(x) ֆունկցիայի գրաֆիկը վերին կիսահարթությունում թողնել նույնը, իսկ ներքևի մասը արտապատկերել ox առանցքի նկատմամբ: Օգտվելով այս ձևափոխություններից ավելի հեշտ կարելի է որոշել ձևափոխված ֆունկցիայի որոշման և արժեքների տիրույթները, մոնոտոնության և նշանապահպանման միջակայքերը, էքստրեմումի կետերը և էքստրեմումները:Օգտվելով ֆունկցիայի հատկություններից ավելի հեշտ կարելի է լուծել համակցված հավասարումներ և անհավասարումներ:

Օրինակներ լուծում

Այժմ լուծենք $|x+4|+|x-2|=b$ հավասարումը; [5]

Նախ դիտարկենք $y=|x+4|+|x-2|$ ֆունկցիան, կառուցենք նրա գրաֆիկը. և $y=b$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ($b=10$): Գծագրից անմիջապես տեսնում գտնում ենք երկու գրաֆիկների հատման կետերի քանակը, եթե մասշտաբը փոփոխենք, արմատները ևս կգտնենք(չնայած արմատները ստանում ենք ոչ ճշգրիտ): b -ի արժեքների փոփոխման հետ` $b<6$-ի դեպքում , գրաֆիկները չեն հատվի , ուրեմն հավասարումը լուծում չունի, իսկ $b=6$ դեպքում ունի անթիվ արմատներ`[-4,2]:

[https://wwdepqwumw.desmos.com/calculator/hll8gnkt5q]



Լուծենք

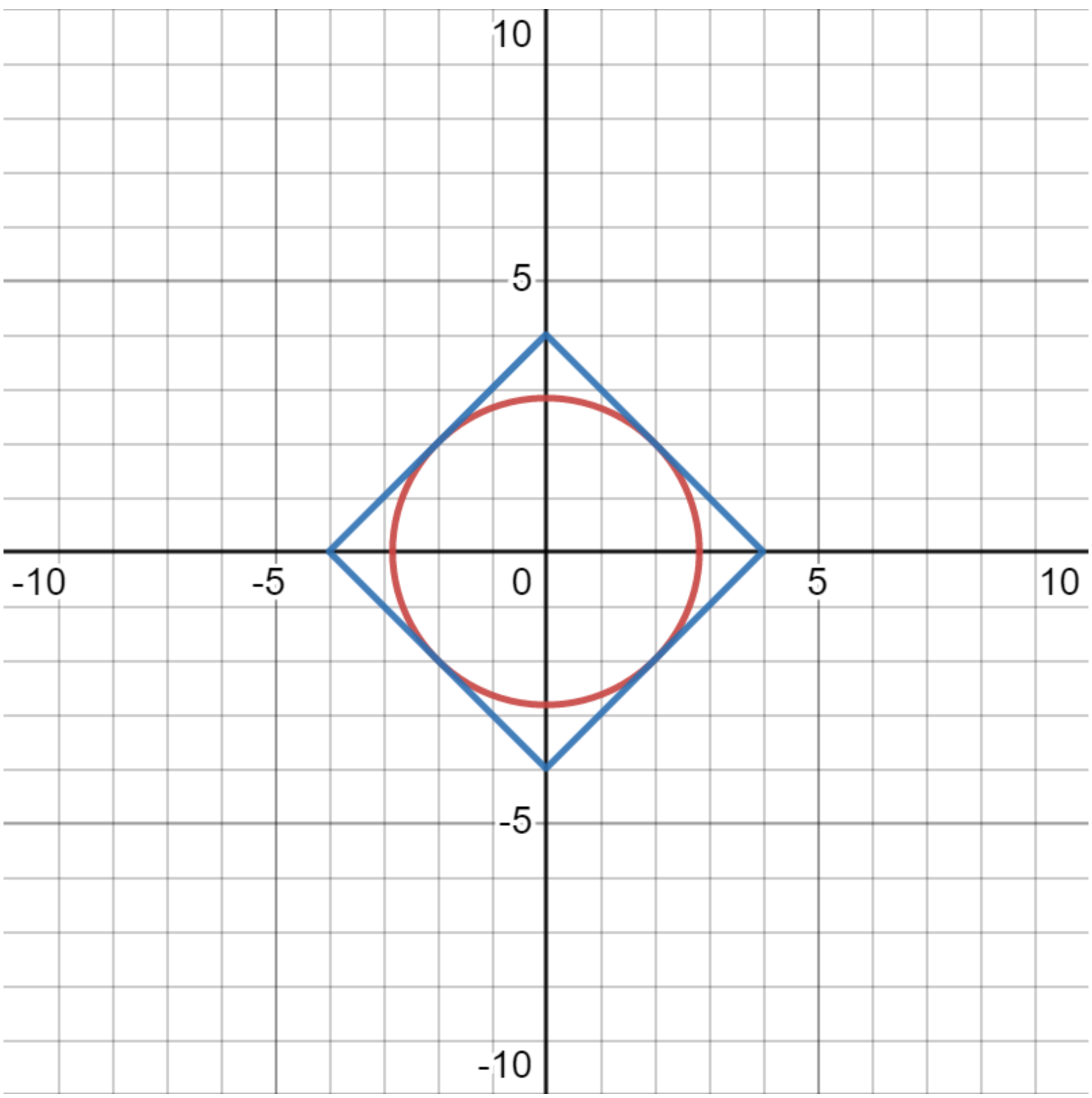
$$\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ |x|+|y|=a \end{cases}$$

[5]

հավասարումների համարկարգը գրաֆիկորեն

Նախ կառուցենք առաջին հավասարման գրաֆիկը, նույն կոորդինատային հարթության վրա կառուցենք երկրորդ հավասարման գրաֆիկը:

a-ի արժեքների փոփոխման հետ կստանանք համակարգի արմատների քանակը կամ ար մատները(որոշակի ճշտությամբ): Եթե $-\sqrt{8} < a < \sqrt{8}$ համակարգի լուծումը դատարկ բազմություն է ,$\sqrt{8} < a < 4$ ապա համակարգի լուծումները ութն են:



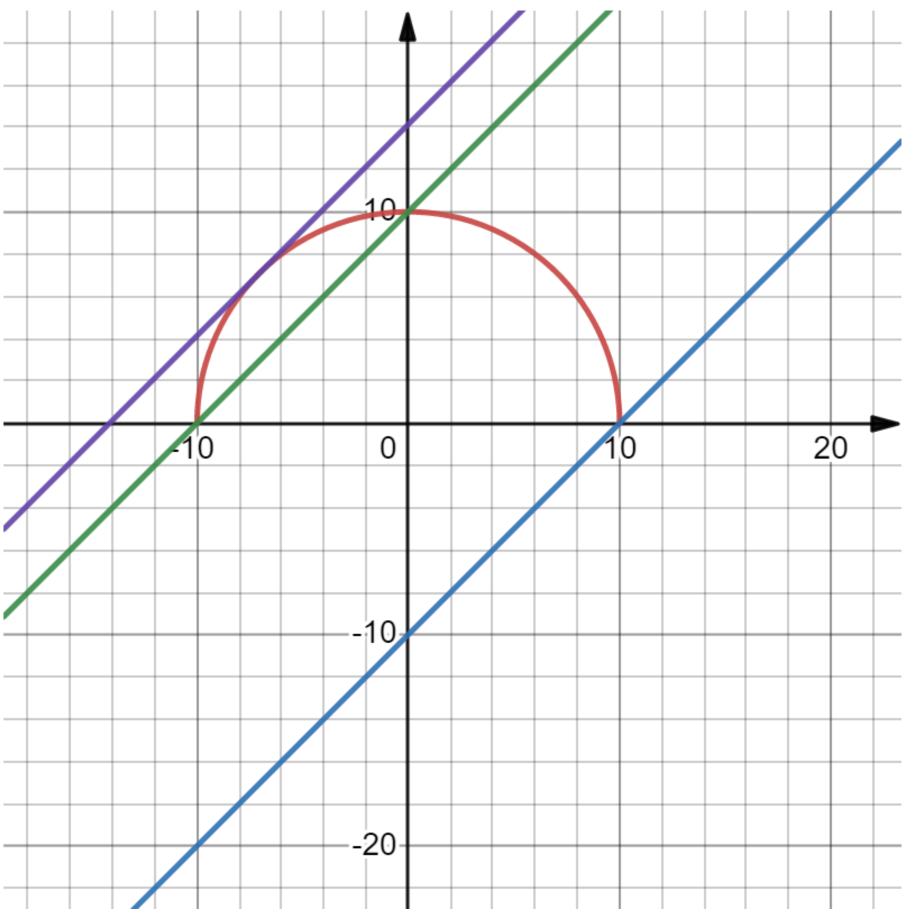
[https://www.desmos.com/calculator/9kbfoihdvd] a=4 դեպքն է գծապատկերում,համակարգը ունի 4 արմատ, (2,2),(2,-2), (-2,-2), (-2,2),իսկ $a=\sqrt{8}$ և ունի չորս արմատ: (հղումով կարող ենք բոլոր դեպքերը տեսնել)

Գրաֆիկորեն լուծենք նաև հետևյալ հավասարումը$\sqrt{(100-x^2)}=x-a$ [5,էջ 170]

Օգտվելով վերևում նշված ֆունկցիայի հատկություններից, հեշտությամբ կառուցենք $y=\sqrt{(100-x^2)}$(1) գրաֆիկը:[4] Այն իրենից ներկայացնում է կիսաշրջան , որի կենտրոնը (0,0) է, շառավիղը 10, անցնում է առաջին և երկրորդ քառորդներով

Այնուհետև կառուցենք $y= x-a$ (2) [4] գրաֆիկը: Օգտվելով $y= x$ ֆունկցիայի գրաֆիկի ձևափոխություններից,կգտնենք a-ի այն արժեքները, որոնց դեպքում(1) և (2)գրաֆիկները կհատվեն մեկ կետում, երկու կետերում կամ չեն հատվի :Հատման կետերի աբսցիսները հավասարման արմատներն են: Գծագրից պարզ երևում է, որ հավասարումը արմատ ունի, երբ $a\in[10,10\sqrt{2}]$:

Երբ a=10, ապա x=10 արմատ է, երբ a=-10,ապա x=0,x=-10 արմատներ են,երբ $a=-10\sqrt{2}$ հավասարման արմատը$x=5\sqrt{2}$ է: Հետևյալ մասնավոր դեպքերը դիտակելով համոզվում ենք, որ դեպքերում քանի արմատ ունի հավասարումը:



ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Ամփոփելով , հետազոտական աշխատանքը,տեսական վերլուծությունների հիման վրա, ունենում ենք դպրոցական չափորոշիչներին համապատասխան տեսություն, որը թույլ է տալիս հետազոտել ֆունկցիաներ և կառուցել նրանց գրաֆիկները:Գրաֆիկական եղանակով լուծել հավասարումներ, անհավասարումներ: Այն ավելի մեծ հնարավորություններ է ընձեռնում , համացանցի օգնությամբ գրաֆիկների կառուցումը նաև շատ կարևոր է սովորեցնել աշակերտներին:Ամբողջը քննարկելով աշակերտների հետ , նրանց ևս հանձնարարել գրել հետազոտական աշխատանք նմանօրինակ հավասարումների և անհավասարումների:

Օգտագործված գրականության ցանկ՝

1.՝“ Հանրահաշիվ և մաթ անալիզի տարրեր”Գ.Գ. Գևորգյան,Ա.Ա. Սահակյան 10-րդ դասարան.

2. .“ Հանրահաշիվ և մաթ անալիզի տարրեր”Գ.Գ. Գևորգյան,Ա.Ա. Սահակյան 11-րդ դասարան .

3.«Դիֆերենցիալ և ինտեգրալ հաշիվներ» հեղ.Ն. Ս.Պիսկունով

4.DESMOS ինտերնետային կայք (https://www.desmos.com/calculator?lang=ru)

5.Մաթեմատիկայի շտեմարան 2 “Ս. Ռաֆաելյան, Վ. Փիլիպոսյան և ուրիշներ”