«ԻՆՏԵՐԱԿՏԻՎ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԶԱՐԳԱՑՈՒՄ» ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2022

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ Հարթության և ուղղի հավասարումները տարածության մեջ

ԱՌԱՐԿԱ Մաթեմատիկա

ՀԵՂԻՆԱԿ Արմինե Նիկողոսյան

ՄԱՐԶ Շիրակ

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ «Արթիկի թիվ 3 ավագ դպրոց» ՊՈԱԿ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ......3

ԿՈՈՐԴԻՆԱՏՆԵՐԻ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ԴԵԿԱՐՏՅԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԸՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆՄԵՋ......4

ԿՈՈՐԴԻՆԱՏՆԵՐԻ ՍԵԹՈԴԸ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ......5

ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ......10

ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ......11

ՈՒՂՂԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ......13

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ......16

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Աշակերտին ծանոթացնում ենք կոորդինատային ուղղանկյուն համակարգին տարածության մեջ: Ներմուծվում են միավոր կոորդինատային վեկտորները, նրանց զույգ առ զույգ օրթոգոնալ լինելը և նշանակումը Oijk-ով, կամայական M (x;y;z) կետի կոորդինատների գտնելու, նրա Oyz, Oxz, Oxy կոորդինատային հարթություններից M կետի հեռավորություններին: Հիշեցվում է երկու կետերի միջև հեռավորության բանաձևը հարթաչափությունում և նրա փոփոխությունը տարածաչափությունում

$M_1 M_2$=(x,-.,) (Cy,–y,)`+(:,-:)   :

Տարածության մեջ կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգը ստեղծում է փոխադարձաբար միարժեք համապատասխանություն տարածության բոլոր կետերի և իրական թվերի բոլոր կարգավորված եռյակների բազմությունների միջև: Ցանկացած երկրաչափական պատկեր ինչ - որ կետերի բազմություն է: Նշում են տրված F պատկերը բնութագրող երկրաչափական պայմանը, այնուհետև ներկայացնում կոորդինատային տեսքով և նույնական ձևափոխությունների միջոցով բերում պարզագույն տեսքի: Ներկայացվում է F պատկերը, որպես գնդային մակերևույթ, դուրս բերվում S^2 (C, r) գնդային մակերևույթի հավասարում կոորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում:

Ներկայացնել հարթությունը զանազան եղանակներով σ հարթության վեկտորական հավասարում, հարթության պարամետրական հավասարումները, հարթության հավասարում «հատվածներով», հարթության ընդհանուր հավասարում, ուղղի պարամետրական և կանոնական հավասարումները:

Էական է, սակայն, որ ամեն անգամ այս կամ այն երկրաչափական պատկերի հավասարման մասին խոսելիս անհրաժեշտ է նշել համապատասխան աֆինական համակարգը, որովհետև նույն հավասարումը տարբեր կոորդինատային համակարգերում կարող է պատկերել տարբեր երկրաչափական պատկերներ [1]:

ԿՈՈՐԴԻՆԱՏՆԵՐԻ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ԴԵԿԱՐՏՅԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԸ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆՄԵՋ

Եթե կոորդինատների աֆինական համակարգում կոորդինատային վեկտորները միավոր են և զույգ առ զույգ օրթոգոնալ, ապա կոորդինատների համակարգը կոչվում է կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգ տարածության մեջ և նշանակվում այսպես, Oijk: Ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատներն ունեն պարզ երկրաչափական իմաստ: Դիցուք Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում տրված է M (x, y, z) կետը: x, y, z թվերը նշանի նշտությամբ համընկնում են համապատասխանաբար Oyz, Oxz, Oxy կոորդինատային հարթություններից M կետի հեռավորություններին: Իրոք, այդ դեպքում

$$OM = xi + yj + zk \tag{1}$$

տեսքը: Քանի որ zk գումարելին ուղղահայաց է (կոորդինատային հարթությանը և ու վեկտորն ունի միավոր նորմ, ուստի M կետի ապլիկատի բացարձակ արժեքը հավասար է M կետի հեռավորությանը Oxy կոորդինատային հարթությունից: Նմանապես M կետի օրդինատը և աբսցիսը նշանի ճշտությամբ հավասար են M կետի հեռավորությանը համապատասխանաբար Oxz և Oyz կոորդինատային հարթություններից:

Եթե կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում տրված են M_1 (x_1, y_1, z_1) և M_2 (x_2, y_2, z_2) կետեր, ապաայդ կետերի հեռավորությունը հավասարէ $M_1 M_2$, վեկտորի նորմին և, հետևաբար, որոշվում է

M , , = (x ,–5) +(3 , - ,) + (-,-:) : բանաձևով:

Եթե մասնավորապես, M_1 M_2 կետերը պատկանում են Oxy կոորդինատային հարթությանը, ապա այդ կետերի ապլիկատները հավասար են զրոյի և այդ դեպքում ստանում ենք

M , M , = (x, c)- () - y,)`

Նմանապես եթե M_1 M_2 կետերը պատկանում են հարթությանը, որը զուգահեռ է Oxy կոորդինատային հարթությանը, ապա այդ կետերի ապլիկատները հավասարեն և կրկին տեղի ունի վերջին բանաձևը:

ԿՈՈՐԴԻՆԱՏՆԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ

Հարթության մեջ կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգի ներմուծումը հնարավորություն է տալիս հարթության կետերին փոխմիարժք եղանակով վերագրել կոորդինատներ: Նմանապես տարածության մեջ կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգը ստեղծում է փոխադարձաբար միարժեք համապատասխանություն տարածության բոլոր կետերի և իրական թվերի բոլոր կարգավորված եռյակների բազմությունների միջև: Հաշվի առնելով, որ ցանկացած երկրաչափական պատկերինչ -որ կետերի բազմություն է, կարելի է, օգտագործելով կետերի կոորդինատների, փորձել նկարագրել այդ պատկերները հանրահաշվական առնչությունների միջոցով, այսինքն՝ երկրաչափական ուսումնասիրությունը կատարել հանրահաշվի միջոցներով: Այստեղ առաջանում է երկու խնդիր [2]:

1. Տրված է երկրաչափական պատկեր, պահանջվում է գտնել այդ պատկերի հանրահաշվական նկարագրությունը: Կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում F երկրաչափական պատկերը որոշող պայման կոչվում է հանրահաշվական առնչությունների համակարգը, այնպիսին, որ F պատկերի բոլոր կետերի կոորդինատները բավարարում են այդ համակարգի բոլոր առնչություններին, իսկ F պատկերին չպատկանող որևէ կետի կոորդինատներ չեն բավարարում այդ համակարգի առնչություններին: F պատկերը որոշող հանրահաշվակա առնչությունների համակարգը կարող է պարունակել հավասարումներ և անհավասարումներ: Մասնավոր դեպքերում այդ համակարգում կարող են լինել միայն հավասարումներ կամ անհավասարումներ, կամ էլ նույնիսկ միայն մեկ հավասարում կամ անհավասարում: Օրինակ, ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում $z = 0$ հավասարումը բնութագրում է Oxy կոորդինատային

հարթությունը, իսկ z>0 անհավասարումը դրական ապլիկատով բոլոր կետերի կիսատարածությունը:

Այս խնդիրը լուծելիս նշում են տրված F պատկերը բնութագրող երկրաչափական պայմանը, որն այնուհետև ներկայացնում են կոորդինատային տեսքով և նույնական ձևափոխությունների միջոցով բերում պարզագույն տեսքի: Իր հերթին, այդ պայմանը կազմելու համար վերցնում են F պատկերի ընթացիկ կետը, դրա կոորդինատները նշանակում x, y, z տառերով և գտնում այդ կոորդինատների կապը: Այդ եղանակով ստացված պայմանները կոչվում են կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում F պատկերը որոշող պայմաններ:

Որպես օրինակ կոորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում գտնենք C(a,b ,c) կենտրոնով r շառավղով S^2 (C, r) գնդային մակերևույթը որոշող պայմանը: Տվյալ դեպքում է պատկերը գնդային մակերևույթը բնութագրվում է տարածության բոլոր այն M (x, y,z) կետերով, որոնց հեռավորությունը C կետից հավասար է r -ի, ուրեմն CM = r Այս պայմանը համարժեք է $CM^2 = r^2$ առնչությանը: Այն նույնություն է գնդային մակերևույթի վրա: Եթե այդ հավասարության երկու կողմերը բարձրացնենք քռակուսի, ապա կստանանք

$$(x -a)_2 \; + (y - b)_2 + (z- \; c) = r_2 \qquad (1)$$

հավասարումը: S^2 (C, r) գնդային մակերևույթի բոլոր կետերի կոորդինատները բավարարում են այդ հավասարմանը: Եթե M (x, y, z) կետը չի պատկանում S^2 (C, r) գնդային մակերևույթին, ապա $CM^1 \neq$ և r (1) պայմանը տեղի չունի: Հետևաբար, (1) պայմանը որոշում է S^2 (C, r) գնդային մակերևույթը կոորդինատների Oijk համակարգում: Այն կոչվում է S2 (C, r) գնդային մակերևույթի հավասարում կոորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում [3]:

Ինչպես տեսնում ենք, կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում գնդային մակերևույթը որոշվում է երկրորդ աստիճանի հանրահաշվական հավասարմամբ և այդ պատճառով համարվում է երկրորդ կարգի մակերևույթ:

Ենթադրենք, որ $CM_1 > r$, այդ դեպքում $CM^2 > r^2$ և $(x- a)^2 \; + \; (y - b)^2 \; + (z- c) > \; r^2$ (2)

Քանի որ $CM_1 > r$ պայմանը բնութագրում է S^2 (C, r) գնդային մակերևույթով սահմանափակված գնդից դուրս գտնվող կետերի բազմությունը, ուստի դրան համարժեք (2) անհավասարումը նույնպես բնութագրում է այդ բազմությունը: Հակառակը, $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 < r^2$ անհավասարումը բնութագրում է այդ

գնդի ներսում գտնվող բոլոր կետերի բազմությունը: Երկրաչափորեն S^2 (C, r) գնդային մակերևույթը տարանջատում է այդ երկու բազմությունները և անհավասարման երկրաչափական մեկնաբանումը ստանալու համար բավական գտնել որևէ կետ համապատասխան բազմությունից: Օրինակ, տվյալ դեպքում հեշտ է տեսնել, որ այս գնդային մակերևույթի կենտրոնի կոորդինատները բավարարում են $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)<r^2$ անհավասարմանը և դա ցույց է տալիս, որ համապատասխանգնդի բոլոր ներքին կետերը բնութագրվում են այդ անհավասարմամբ: Գործնականում ունենալով (1) հավասարումը, գնդի կենտրոնի կոորդինատները տեղադրում են այդ հավասարման ձախ մասի մեջ և ստացված թվի նշանի միջոցով որոշում գնդի ներքին և արտաքին տիրույթները որոշող անհավասարումները: Որպես երկրորդ օրինակ գտնենք S^2 (C, r) գնդային մակերևույթի σ հարթության հատույթը որոշող պայմանները, եթե հայտնի է, որ C կետի m հեռավորությունը σ հարթությունից փոքր է r -ից $m < r$: Այս խնդիրը լուծելիս կորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգն ընտրենք այնպես, որ Oij կոորդինատային հարթությունը համընկնի σ հարթությանը և CO ուղիղը լինի ուղղահայաց այդ հարթությանը (այսինքն պատկանի ապլիկատների առանցքին (նկ. 1): Այդ կոորդինատային համակարգում σ հարթությանը որոշվում է $z = 0$ հավասարմամբ, իսկ S^2 (C, r) գնդային մակերևույթի կենտրոնն ունի 0, 0,- m կոորդինատներ:

Նկ . 1

Ուրեմն S^2 (C, r) գնդային մակերևույթը այդ համակարգում որոշվում է $x^2+y^2+(z-m)^2=r^2$ կամ $x^2+y^2+(z+m)^2=r^2$ հավասարմամբ:

Հատույթի կետերի կոորդինատները պետք է բավարարեն և գնդային մակերևույթի, և հատող հարթության հավասարմանը, հետևաբար, հատույթը կորոշվի

$$\begin{cases} x^2+y^2+(z-m)^2=r^2 \\ z=0 \end{cases} \qquad (3)$$

կամ էլ

$$x^2 + y^2 + (z + m)^2 = r^2$$
$$z = 0$$

համակարգով: Այսպիսով, կոորդինատային համակարգը միշտ հնարավոր է ընտրել այնպես, որ գնդային մակերևույթի փոքր շրջանագիծը որոշվի (3) տեսքի համակարգով, այսինքն այնպես, որ գնդային մակերևույթի կենտրոնը պատկանի ապլիկատների դրական կիսաառանցքին:

Որպես երրորդ օրինակ դիտարկենք M կետ, որը պտտվում է d ուղղի շուրջը հաստատուն անկյունային արագությամբ և միաժամանակ b հաստատուն գծային արագությամբ շարժվում է է ուղղին զուգահեռ ուղղությամբ: Գտնենք M կետի շարժման հետագծի պարամետրական հավասարումները, եթ ρ (M, d) = a: Տարածության մեջ ընտրենք կոորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգ, որի ապլիկատների առանցքը պատկանում է ուղղին [4]:

Պտուտակագծային շարժումն իրենից ներկայացնում է երկու մեխանիկական շարժումների բաղադրույթ պտտում կետի շուրջ, կամ շարժում շրջանագծով, որը նկարագրվում է x= arccost, y= arcsint պարամետրական հավասարումներով, և շարժում ապլիկատների առանցքին զուգահեռ ուղղությամբ b հաստատուն գծային արագությամբ, որը նկարագրվում է z=bt հավասարմամբ: Այդ երեք հավասարումների համակարգը նկարագրում է, պտուտակագծային շարժումը:

2. Տրված են երկրաչափական պատկերը բնութագրող վերլուծական պայմանները, պահանջվում է այդ պայմանների հիման վրա բացահայտել պատկերի երկրաչափակացն հատկությունները:

Դիտարկենք օրինակ: Դիցուք կոորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում F երկրաչափական պատկերը տրված է երկրորդ կարգի

$$X^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0$$

Հավասարմամբ: Խմբավորելով անհայտները, այս հավասարումը դժվար չէ ներկայացնել (4) (5)

համարժեք տեսքով: Հնարավոր է երեք դեպք:

ա) Եթե $-D > 0$, ապա (5) հավասարումը որոշում է շառավղի գնդային մակերևույթ:

բ) եթե $- D=0$, ապա (5) հավասարմանը բավարարում են միայն կետի կոորդինատները, ուրեմն այդ դեպքում (5) հավասարումը որոշում է միայն մեկ կետ:

գ) - $D < 0$, ապա (5) հավասարումը չունի իրական արմատներ և ուրեմն որոշում է դատարկ բազմություն:

Դիցուք կոորդինատների ինչ-որ աֆինական համակարգում

երկրաչափական պատկերները տրված են համապատասխանաբար $F_1 (x, y, z) = 0$, $F_2 (x,y, z) = 0$ հավասարումներով: Այդ պատկերների ընդհանուր մասը (հատումը) կորոշվի

$$F_1 (x, y, z) = 0,$$

$$F_2 (x, y,z) = 0$$

համակարգով, իսկ միավորումը՝

$$F_1 (x, y, z) F_2 (x, y,z) = 0$$

հավասարմամբ: Իհարկե, այսպիսի ներկայացումը միակը չէ, օրինակ, այդ պատկերների հատումը հնարավոր է որոշել նաև

$$F^2{}_1 (x, y, z) + F_2{}^2 (x, y, z)= 0 \text{ կամ } |F_1(x, y, z)|+ | F_2, (x, y, z)| = 0$$

հավասարմամբ:

Կոորդինատների ուղղանկյուն դեկերտյան համակարգի O սկզբնակետը հնարավոր է որոշել որպես երկրաչափական պատկեր, որը կոորդինատային հարթությունների հատումն է, այսինքն որոշել $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ հավասարումների համակարգով, իսկ մյուս կողմից , այդ նույն կետը լիովին բնութագրում է երկրորդ աստիճանի $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ հավասարմամբ, ըստ որի կոորդինատների սկզբնակետը անհրաժեշտ է համարել երկրորդ կարգի մակերևույթ:

Այս թերությունները հաղթահարելը հեշտ է: Էական է, սակայն, որ ամեն անգամ այս կամ այն երկրաչափական պատկերի հավասարման մասին խոսելիս անհրաժեշտ է նշել համապատասխան աֆինական համակարգը, որովհետև նույնհավասարումը տարբեր կոորդինատային համակարգերում կարող է պատկերել տարբեր երկրաչափական պատկերներ:

ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ

Հարթությունը տարածության երկրաչափական պարզագույն պատկերներից է: Այն որոշում են զանազան եղանակներով, սակայն ըստ էության դրանք բոլորը բերվում են այն դեպքին, երբ տրված է σ հարթությանը պատկանող ինչ -որ M_0 կետ և այդ հարթությանը զուգահեռ որևէ երկու a և b տարազիծ վեկտորներ (նկ . 1): Որպեսզի տարածության M կետը պատկանի M_0 կետով անցնող a և b տարազիծ վեկտորներին զուգահեռ σ հարթությանը, անհրաժեշտ է և բավարար, որ M_0 M, a, b վեկտորները լինեն համահարթ՝ (M_0, M, a, b)= 0: Այս հիմնական պայմանից

հնարավոր է ստանալ հարթության հավասարման տարբերակները:

Ենթադրենք, որ տարածության մեջ ընտրված է կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգ:

Քանի որ M_0, M, a, b վեկտորները համահարթ են, իսկ a և b վեկտորները M_0, M վեկտորը a և b վեկտորների գծային կոմբինացիան է u և v գործակիցներով

$$M_0, M = ua + vb : \qquad (1)$$

Եթե M կետը չի պատկանում σ հարթությանը, ապա M_0, M, a, b վեկտորները համահարթ չեն և ուրեմն (1) պայմանը տեղի չունի: Ուրեմն (1) հավասարումը σ հարթության հավասարումն է: Այն կոչվում է σ հարթության վեկտորական հավասարում: Ինչպես տեսնում ենք, այդ հավասարումը պարունակում է երկու պարամետր՝ u և v: Տալով զանազան թվային արժեքներ այդ պարամետրերին, կստանանք σ հարթությանը պատկանող զանազան կետեր:

Եթե (1) հավասարումը գրենք կոորդինատներով, ապա կստանանք հարթության պարամետրական հավասարումները՝

$$x - x_0 = ua + vb_1,$$

$$y- y_0 = ua2 + vb_2, \qquad (2)$$

$$z-z_0 = ua\ 3+ vb_3,$$

որտեղ x_0, y_0, z_0 թվերը M_0 կետի կոորդինատներն են ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում, իսկ a_1, a_2, a_3 և b_1, b_2, b_3 թվերը համապատասխանաբար a և b վեկտորների կոորդինատները i, j, k բազիսում:

3. Եթե (2) հավասարումներից արտաքսենք u և v պարամետրերը, ապա կստանանք$Ax + By + Cz + D = 0$

տեսքի հավասարում: Եթե σ հարթությունը հատում է բոլոր կոորդինատային առանցքները, ապա հավասարման երկու մասերը բաժանելով -D թվի, ստացված հավասարումը կարող ենք ներկայացնել(4) տեսքով: Այս հարթությունը հատում է Ox, Oy, Oz կոորդինատային առանցքները համապատասխանաբար M_1 (a, 0, 0), M_2 (0, b, 0), M_3 (0, 0, c) կետերում, այսինքն՝ a, b, c, մեծությունները ցույց են տալիս, թե ինչպիսի հատվածներ է անջատում σ հարթությունը կոորդինատային առանցքներից: Այդ պատճառով (4) հավասարումն անվանում են հարթության հավասարում «հատվածներով»:

Այժմ ենթադրենք, որ տարածության մեջ կոորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում σ հարթությունը տրված է M_0 (x_0, y_0, z_0) կետով և σ հարթությանն ուղղահայաց n վեկտորով, որը i, j, k օրթոնորմավորված բազիսում ունի A, B, C կոորդինատներ: Այդ դեպքում σ հարթության ցանկացած M (x, y, z) կետի համար M_0M և n վեկտորներն օրթոգոնալ են և ուրեմն դրանց սկալյար արտադրյալը հավասար է զրոյի՝ $n\,M_0M=0$:Կոորդինատներով այդ պայմանը կընդունի

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0\,, \qquad (5)$$

տեսքը: n (A, B, C) վեկտորն անվանում են σ հարթության նորմալ վեկտոր: Ուրեմն (5) հավասարումը M_0 (x_0, y_0, z_0) կետով անցնող և n (A , B, C) նորմալ վեկտորով որոշվող հարթության հավասարումն է:

ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ

Ինչպես արդեն գիտենք, կոորդինատների ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում հարթության հավասարումը հնարավոր է ներկայացնել

$$Ax + By + Cz + D = 0 \qquad (1)$$

տեսքով, որտեղ A, B, C թվերից առնվազն մեկը տարբեր է զրոյից: Պարզ է, որ եթե D = 0, ապա կոորդինատների սկզբնակետը պատկանում է այդ հարթությանը:

(1) հավասարման մեջ x, y, z անհայտների գործակիցներից առնվազն մեկը տարբեր է

զրոյից և ուրեմն (1) հավասարումն առաջին աստիճանի հավասարում է: Դա նշանակում է, որ հարթությունը առաջին կարգի հանրահաշվական մակերևույթ է: Ճշմարիտ է նաև հակադարձ պնդումը:

Թեորեմ: Կոորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգում առաջին աստիճանի (1) հավասարումը որոշում է հարթություն, որն անցնում է

կետով և զուգահեռ է a (0, -C, B) և b(-C, 0, A) տարագիծ

վեկտորներին:

Ապացուցում: կետով անցնող և a (0, -C, B) և (– C, 0, A) տարագիծ վեկտորներին զուգահեռ հարթության պարամետրական հավասարումները հնարավոր է ներկայացնել

$$y = - Cu$$

$$z = Bu + AV$$

համակարգի տեսքով: Եթե այս համակարգից արտաքսենք u և v պարամետրերը, ապա կստանանք (1) հավասարումը:

Թեորեմն ապացուցված է:

(1) հավասարումն անվանում են հարթության ընդհանուր հավասարում: Նկատենք, որ (1) հավասարմամբ տրված հարթությունը զուգահեռ է, նաև (–B , 4 ,0) վեկտորին:

Բնականաբար հետաքրքիր է գտնել (1) հարթության երկչափ վեկտորական ենթատարածության վեկտորների նկարագրությունը: Հեշտ է ապացուցել, որ m (m_1, m_2, m_3) վեկտորը զուգահեռ է (1) հարթությանը այն և միայն այն դեպքում, եթե

$$Am_1 + Bm_2 + Cm_3 = 0: \qquad (2)$$

Այս պայմանից անմիջապես տեսնում ենք, որ (A, B , C) վեկտորի կոորդինատները

չեն բավարարում (2) պայմանին և ուրեմն այդ վեկտորը զուգահեռ չէ (1) հարթությանը: Ավելին, n (A , B, C) վեկտորն ուղղահայաց է (1) հարթությանը:

Ինչպես տեսնում ենք, հարթության ընդհանուր հավասարման մեջ գործակիցները բնութագրում են այդ հարթության դասավորությունը կոորդինատային առանցքների նկատմամբ և հետևաբար, այդ գործակիցներից որևէ մեկի բացակայությունը(զրոյի հավասար լինելը) ունի որոշակի երկրաչափական իմաստ:

Եթե, օրինակ, (1) հավասարման մեջ $A = 0$, ապա (2) պայմանից եզրակացնում

ենք, որ i (1, 0, 0) վեկտորը զուգահեռ է այդ հարթությանը, այսինքն՝ $A = 0$ պայմանըբնութագրում է աբսցիսների առանցքին զուգահեռ հարթությունները:

Նմանապես $B = 0$ և $C = 0$ պայմանները բնութագրում են համապատասխանաբար օրդինատներին ապլիկատների առանցքներին զուգահեռ հարթությունները: $D = 0$ պայմանը բնութագրում է կոորդինատների սկզբնակետով անցնող հարթությունները ուրեմն եթե (1) հավասարման մեջ, օրինակ, $A = D = 0$, ապաայդ հարթությունն անցնում է աբսցիսների առանցքով: Այժմ պարզ է, որ հավասարման մեջ բացակայում են երկու փոփոխականների գործակիցները (1), ապա այդ հարթությունը զուգահեռ է երկու, կոորդինատային առանցքներին, այսինքն՝ համապատասխան կոորդինատային հարթությանը: Օրինակ, եթե (1) հավասարմանմեջ $A = B = 0$, ապա հարթությունը զուգահեռ է Oxy կոորդինատայինհարթությանը , իսկ եթե նաև $D = 0$, ապա պարզապես համընկնում է այդ հարթությանը: Հանգունորեն $A = C = 0$, $B = C = 0$ պայմանները բնութագրում են համապատասխանաբար Oxz, Oyz չը կոորդինատային հարթություններին զուգահեռ հարթությունները, իսկ լրացուցիչ $D = 0$ պայմանի դեպքում այդ հարթությունը համընկնում է համապատասխանաբար (Oxz , Oyz) հարթություններին:

ՈՒՂՂԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ

Ինչպես և հարթության դեպքում տարածության մեջ ուղիղը որոշվում է իր որևէ կետով և այդ ուղղի ուղղորդ , այսինքն այդ ուղղին զուգահեռ ոչ զրոյական վեկտորով Դրան համարժեք է ուղիղն իր երկու կետերով որոշելու եղանակը: Բացի այդ, ուղիղը լիովին որոշված է , եթե տրված է այդ ուղղին պատկանող որևէ կետ և այդ ուղղին ուղղահայաց (նորմալ) վեկտոր: Սակայն տարածությանմեջ այդ եղանակը պիտանի չէ, քանի որ այդ տվյալներով որոշվում է ոչ թե ուղիղ այլ հարթություն: Այսպիսով, հարթության մեջ ուղղի տրմանհիմնական եղանակներըպահպանվումեն նաև տարածության դեպքում, սակայն այստեղ ավելանում է ևս մեկ եղանակ ուղիղը հնարավոր է ներկայացնել որպես երկու հարթությունների հատմանգիծ: Իհարկե զուտ

երկրաչափորեն այդպիսի տրման եղանակը թվում է բավական բարդ, քանի որ ուղիղն ավելի պարզ երկրաչափական պատկերէ, քան երկու հարթությունների զույգը, սակայն վերլուծական տեսանկյունից այն շատ դեպքերում հարմար է: Դիտարկենք ուղղի տրման եղանակներն առանձին - առանձին և արտածենք ուղղի համապատասխան հավասարումները տարածության մեջ: Դրա համար ենթադրենք, որ տարածության մեջ ընտրված է կոորդինատների Oijk ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգ: Ուղղի պարամետրականհավասարումները: Ենթադրենք, որ d ուղիղը տրվածէ իր M_0 (x_0, y_0, z_0) կետով և a (a_1, a_2, a_3) ուղղորդ վեկտորով (նկ. 1): d ուղղի ցանկացած M (x, y, z) կետիհամար M_0 M վեկտորը համագիծ է a վեկտորին, հետևաբար, գոյություն ունի այնպիսի t իրականթիվ, որ M_0 M = ta: Այս վեկտորականհավասարությունը համարժեք է հետևյալ երեքին `

$$x = x_0 + a_1 t,$$

$$y = y_0 + a_2 t, \; t \in R$$

$$z = z_0 + a_3 t:$$

Եթե M (x, y, z) կետը չի պատկանում d ուղղին, ապա M_0 M ≠ ta և (1) հավասարություններից առնվազն մեկը տեղի չունի: Այսպիսով, տարածության M (x, y, z) կետը պատկանում է d ուղղին այն և միայն այն դեպքում, եթե այդ կետի կոորդինատները բավարարում են (1) հավասարումներին: Այդ հավասարումները կոչվում են d ուղղի պարամետրական հավասարումներ:

t պարամետրի երկրաչափական իմաստն այն է, որ այդ պարամետրի ցանկացած այլ արժեքի դեպքում (x_0 + a_1 t, y_0 +a_2 t, z_0+ a_3 t) կետը պատկանում է d ուղղին:

Ուղղի կանոնական հավասարումները: Քանի որ Նկ. 1 ուղղի ուղղորդ վեկտորը զրոյական չէ, ուստի այդ վեկտորի կոորդինատներից առնվազն մեկը տարբերէ զրոյից: Դա նշանակում է, որ եթե ուղղի պարամետրական հավասարումներից արտաքսենք t պարամետրը, ապա կստանանք Եթե տարածության M (x, y, z) կետը չի պատկանումում d ուղղին , ապա M_0 M ≠ ta և (2)հավասարումների համակարգը տեղի չունի: (2) հավասարումները կոչվում են d ուղղի կանոնական M_0 M ≠ ta հավասարումներ: Եթե ուղղորդ վեկտորի կոորդինատներից որևէ մեկը, ասենք a_2 -ը հավասար է զրոյի, ապա (2) համակարգը ձևականորեն ընդունում է տեսքը, այն պարզապես համարժեք է համակարգին [5]:

Երկու կետերով անցնող ուղղի հավասարումները: Եթե ընտրենք d ուղղին պատկանող որևէ երկու` M_0 (x_0, y_0, z_0) և M_1 (x_1, y_1, z_1) կետեր, ապա այդ ուղիղը որոշվում է M_0 (x_0, y_0, z_0) կետով և M_0 M (x_1 –x_0, y_1-y_0, z_1-z_0) ուղղորդ վեկտորով: Կազմելով ուղղի կանոնական հավասարումները, ստանումենք հավասարումները, որոնք կոչվում են տարածության մեջ երկու կետերով անցնող ուղղի հավասարումներ: Այսպիսով, դա ուղղի կանոնական հավասարումների մասնավոր դեպքն է:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Մ. Յ. Ա. Վիգոդսկի-Բարձրագույն մաթեմատիկայի տեղեկագիրք
2. Александров П. С.-Лекции по аналитической геометрии, ″Наука″, 1968.
3. Бахвалов С. В, Бабушкин Л. И.Иваницкая В. П. Аналитическая геометрия, 1962.
4. Бюшгенс С. С.-Аналитическая геометрия
5. Постников М. М.- Аналитическая геометрия, изд-во-МГУ