

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա -2022
Դպրոցական փուլ 11-12-րդ դասարան – ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԸ
Տևողություն -150 րոպե

1. Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\sin^2 1^\circ - \cos^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \cos^2 2^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ - \cos^2 89^\circ$$

- 1) 44,5 2) 90 **3) 0** 4) այլ պատասխան

Լուծում: Օգտվելով $\sin^2 \alpha + \sin^2(90^\circ - \alpha) = 1$ և $\cos^2 \alpha + \cos^2(90^\circ - \alpha) = 1$ նույնություններից, կստանանք՝
 $\sin^2 1^\circ - \cos^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \cos^2 2^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ - \cos^2 89^\circ = (\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ) +$
 $+ \sin^2 45^\circ - ((\cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ) + (\cos^2 2^\circ + \cos^2 88^\circ) + \dots + (\cos^2 44^\circ + \cos^2 46^\circ) + \cos^2 45^\circ) = 44 + 0,5 - (44 + 0,5) = 0$

Պատասխան՝ 0 :

2. Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\frac{1}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{29\pi}{5}\right)$$

- 1) -0,2** 2) 5,8 3) 0,8 4) այլ պատասխան

Լուծում: $\frac{1}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{29\pi}{5}\right) = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\sin\left(\frac{29\pi}{5} - 6\pi\right)\right) = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\sin\left(-\frac{\pi}{5}\right)\right) = \frac{1}{\pi} \left(-\frac{\pi}{5}\right) = -0,2$

Պատասխան՝ -0,2 :

3. Գտնել $3x + 2y$ ($x, y \in R$) արտահայտության արժեք, եթե $\begin{cases} x + x^3 = y + y^3 \\ 2^x + 3^y = 97 \end{cases}$

- 1) 10 2) 17 3) 40 **4) այլ պատասխան**

Լուծում: Նշանակենք $f(x) = x + x^3$, որն աճող ֆունկցիա է: $x + x^3 = y + y^3 \Leftrightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$:

Այսպիսով, $\begin{cases} x = y \\ 2^x + 3^y = 97 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow 3x + 2y = 5x = 20$

Պատասխան՝ 20 :

4. Գտնել $(1! + 2! + 3! + \dots + 2022!)$ -ը 100-ի վրա բաժանելիս ստացված մնացորդը.

- 1) 13** 2) 0 3) 99 4) այլ պատասխան

Լուծում: $10! + 11! + \dots + 2022!$ -ի յուրաքանչյուր գումարելի բաժանվում է 100-ի, ուրեմն $(1! + 2! + \dots + 2022!)$ -ը 100-ի բաժանելիս մնացորդը համընկնում է $(1! + 2! + \dots + 9!)$ -ը 100-ի բաժանելիս ստացված մնացորդի հետ:

$1! + 2! + \dots + 9! = 1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 + 5040 + 40320 + 362880$: Այս գումարը 100-ի բաժանելիս մնացորդը համընկնում է $1 + 2 + 6 + 24 + 20 + 20 + 40 + 20 + 80 = 213$ -ը 100-ի բաժանելիս մնացորդի հետ, որը 13-ն է:

Պատասխան՝ 13 :

5. Դիցուք $4\cos^2 x - 12\cos x \cdot \sin y + 9\sin^2 y = 25$: Գտնել $5\sin x + 3|\sin y|$ արտահայտության արժեքը:

- 1) 8 2) 2 **3) 3** 4) այլ պատասխան

Լուծում: $4\cos^2 x - 12\cos x \cdot \sin y + 9\sin^2 y = 25 \Leftrightarrow |2\cos x - 3\sin y| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin y = -1 \end{cases}$ կամ

$$\begin{cases} \cos x = -1 \\ \sin y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ |\sin y| = 1 \end{cases} \Rightarrow 5\sin x + 3|\sin y| = 3$$

Պատասխան՝ 3 :

6. Գտնել $\frac{3}{\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$ արտահայտության արժեքը, եթե $\operatorname{tg} \alpha = 2$:

- 1) 8 2) 2 3) 3 **4) այլ պատասխան**

Լուծում: $\frac{3}{\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{3\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{3\operatorname{tg}^2 \alpha + 3}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 2\operatorname{tg} \alpha} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

Պատասխան՝ $1\frac{7}{8}$:

7. Քանի՞ էջից է բաղկացած գիրքը, եթե նրա վերջին 20 էջի համարակալման համար օգտագործված թվանշանների քանակը 16-ով ավելի է առաջին 20 էջի համարակալման համար օգտագործված թվանշանների քանակից (համարակալումը սկսվում է 1-ով):

- 1) 122 2) 102 3) 88 4) այլ պատասխան

Լուծում: Նախ առաջին 20 էջի համարակալման համար օգտագործվում է՝ $9+11 \cdot 2=31$ թվանշան, ուրեմն վերջին 20 էջի համար օգտագործվում է՝ $31+16=47$ թվանշան:

Ենթադրենք x էջը ունի m նիշ, իսկ $(20-x)$ -ը՝ $(m-1)$ նիշ, ուրեմն $m \cdot x + (20-x)(m-1) = 47 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ x = 7 \end{cases}$, այսինքն

7 հատ եռանիշ թիվ է օգտագործվել, ուրեմն գիրքն ունի 106 էջ:

Պատասխան՝ **106** :

8. Ի՞նչ թվանշանով է ավարտվում $1^9 + 2^9 + 3^9 + \dots + 2022^9$ գումարը:

- 1) 3 2) 0 3) 5 4) այլ պատասխան

Լուծում: Յուրաքանչյուր թվի 9-րդ աստիճանը $(4k+1)$ -րդ աստիճանը) ավարտվում է նույն թվանշանով, որով ավարտվում է տվյալ թիվը $\Rightarrow 1^9 + 2^9 + 3^9 + \dots + 2022^9$ վերջին թվանշանը համընկնում է՝ $1 + 2 + \dots + 2022 = \frac{2023}{2} \cdot 2022 = 2023 \cdot 1011 = \dots 3$ թվի վերջին թվանշանների հետ, որը 3-ն է:

Պատասխան՝ **3** :

9. Հետևյալ չորս ասույթներից քանի՞սն են ճշմարիտ.

ա) $\sqrt{\log_{0,5}^2 3 - 4 \log_2 1,5 + \log_2 3} \leq 2$ բ) $\max\{a; b\} = \frac{a+b+|a-b|}{2}$

գ) $a^{\frac{1}{5}} \cdot b > 0 \Rightarrow b \geq 0$ դ) Եթե $S_n = n^2 + 1$ $S_n = n^2 + 1$ բանաձևը a_n հաջորդականության առաջին n անդամների գումարի բանաձևն է, ապա a_n -ը թվաբանական պրոգրեսիա է:

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Լուծում: ա) $\sqrt{\log_{0,5}^2 3 - 4 \log_2 1,5 + \log_2 3} = \sqrt{\log_2^2 3 - 4 \log_2 3 + 4} + \log_2 3 = |\log_2 3 - 2| + \log_2 3 = 2 - \log_2 3 + \log_2 3 = 2 \Rightarrow$ ա) պնդումը ճիշտ է:

բ) Երբ $a \geq b \Rightarrow \max\{a; b\} = a$, իսկ $\frac{a+b+|a-b|}{2} = \frac{a+b+a-b}{2} = a$

Երբ $a < b \Rightarrow \max\{a; b\} = b$, իսկ $\frac{a+b+|a-b|}{2} = \frac{a+b+b-a}{2} = b$

Այսպիսով, 2 դեպքում էլ $\max\{a; b\} = \frac{a+b+|a-b|}{2} \Rightarrow$ բ)-ն ճիշտ է:

գ) $a^{\frac{1}{5}} \cdot b > 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \Rightarrow b > 0 \Rightarrow b \geq 0$ ճիշտ է:

դ) երբ $n \geq 2 \Rightarrow a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 + 1 - (n-1)^2 - 1 = 2n - 1$, որը $d = 2$ տարբերությամբ թվաբանական պրոգրեսիա է՝ սկսած 2-րդ անդամից, սակայն $a_1 = S_1 = 2$, իսկ $a_n = 2n - 1$ բանաձևում $a_1 \neq 2$, հետևաբար պնդումը սխալ է:

Այսպիսով՝ ճիշտ են 3 պնդումները:

Պատասխան՝ **3** :

10. C ուղիղ անկյունով ABC եռանկյունում r_a -ն նրա BC կողմը շոշափող առներգծած շրջանագծի շարավիղն է (այդ շրջանագիծը շոշափում է BC կողմը և մյուս երկու կողմերի շարունակությունները), իսկ r_b -ն նրա AC կողմը շոշափող առներգծած շրջանագծի շարավիղը: Այդ դեպքում ABC եռանկյան մակերեսը հավասար է.

- 1) $\frac{r_a \cdot r_b}{2}$ 2) $r_a \cdot r_b$ 3) $r_a^2 + r_a r_b + r_b^2$ 4) այլ պատասխան

Լուծում: Նախ ապացուցենք $S_{ABC} = r_a(p - a)$ բանաձևը, որտեղ $p = \frac{a+b+c}{2}$:

Իրոք, $S_{ABC} = S_{BOA} + S_{COA} - S_{BOC} = \frac{c \cdot r_a}{2} + \frac{b \cdot r_a}{2} - \frac{a \cdot r_a}{2} = \frac{b+c-a}{2} \cdot r_a = (p - a)r_a$:

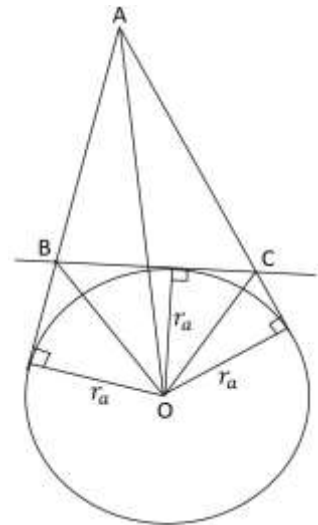
Այժմ լուծենք տվյալ խնդիրը.

$S_{ABC} = r_a(p - a)$, $S_{ABC} = r_b(p - b) \Rightarrow S_{ABC}^2 = r_a r_b (p - a)(p - b)$:

Մյուս կողմից $S_{ABC}^2 = p(p - a)(p - b)(p - c)$, ուրեմն $r_a \cdot r_b = p(p - c)$:

Նկատենք, որ $r = \frac{b+a-c}{2} = p - c \Rightarrow r_a \cdot r_b = p \cdot r$ կամ $S_{ABC} = r_a \cdot r_b$:

Պատասխան՝ $r_a \cdot r_b$:



11. SABCD բուրգի հիմքը շեղանկյուն է, SB -ն բուրգի բարձրությունն է և հավասար է հիմքի կողմին: Գտնել SCD և SAB հարթությունների կազմած անկյան տանգենսը, եթե $SA=SD=SC$:

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\frac{1}{2}$

3) 1

4) այլ պատասխան

Լուծում: $SA = SD = SC \Rightarrow BA = BD = BC \Rightarrow \Delta ABD$ -ն

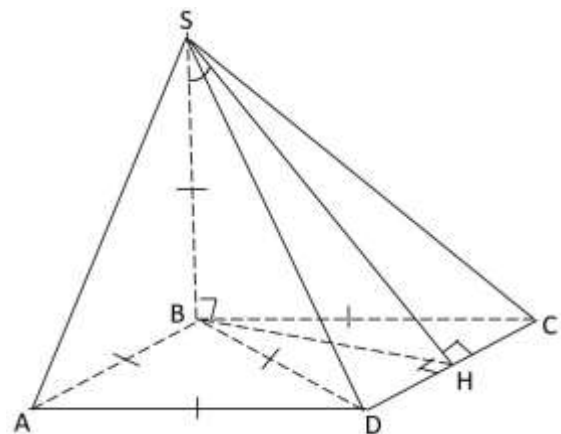
կանոնավոր եռանկյուն է $\Rightarrow \angle A = \angle C = 60^\circ$:

Եթե $BH \perp DC$, ուրեմն ըստ երեք ուղղահայացների

թեորեմի՝ $SH \perp DC$: Քանի որ $BA \parallel CD \Rightarrow SAB$ -ի և SDC -ի հատման գիծը զուգահեռ կլինի AB -ին $\Rightarrow SAB$ -ի և SDC -ի կազմած անկյունը $\angle HSB$ -ն է: $SB = AB = x \Rightarrow BH = \frac{x}{2}\sqrt{3}$

$\Rightarrow \operatorname{tg} \widehat{HSB} = \frac{BH}{SB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$:

Պատասխան՝ $\frac{\sqrt{3}}{2}$:



12. Մեղանին դրված է 7 հատ տարբեր միրգ: Քանի՞ եղանակով է հնարավոր դասավորել այդ մրգերը երկու զամբյուղներում այնպես, որ յուրաքանչյուրում լինի առնվազն երկու միրգ:

1) 110

2) 112

3) 128

4) այլ պատասխան

Լուծում: Ընդհանուր բոլոր հնարավոր դասավորությունների քանակը $2^7 = 128$ է, որից պետք է հանել այն դեպքերը, որ զամբյուղներից որևէ մեկում մրգերը 0 կամ 1 հատ են, իսկ դրանց քանակն է՝ $2 + C_7^1 \cdot 2 = 16 \Rightarrow$ հնարավոր է $128 - 16 = 112$ եղանակ:

Պատասխան՝ 112:

13. Դիցուք x_1, x_2, x_3 թվերը $x^3 + 3x^2 - 24x + 1 = 0$ հավասարման արմատներն են: Գտնել $\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2} + \sqrt[3]{x_3}$ արտահայտության արժեքը.

1) 3

2) 0

3) $-\sqrt[3]{3}$

4) այլ պատասխան

Լուծում: Նկատենք, որ հավասարումը \Leftrightarrow է՝ $(x + 1)^3 = 27x$ կամ $x + 1 = 3\sqrt[3]{x} \Rightarrow x_1 + 1 + x_2 + 1 + x_3 + 1 = 3(\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2} + \sqrt[3]{x_3})$, իսկ Վիետի թեորեմից՝ $x_1 + x_2 + x_3 = -3 \Rightarrow \sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2} + \sqrt[3]{x_3} = \frac{1}{3}(3 - 3) = 0$

Պատասխան՝ 0:

14. Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2022\sqrt{2021} + 2021\sqrt{2022}} + \frac{1}{\sqrt{2022}}$$

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{2022}$ 3) 1 4) այլ պատասխան

Լուծում: Նկատենք, որ $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}(\sqrt{k+1} + \sqrt{k})} = \frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}{\sqrt{k} \cdot \sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$: k-ին տանք 1-ից մինչև 2021 արժեքներ և գումարելով կստանանք.

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2022\sqrt{2021} + 2021\sqrt{2022}} = \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021}} - \frac{1}{\sqrt{2022}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2022}} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2022\sqrt{2021} + 2021\sqrt{2022}}\right) + \frac{1}{\sqrt{2022}} = 1 :$$

Պատասխան՝ 1 :

15. a-ի հնչ արժեքների դեպքում $4^x + 3 = a(2^x + 1)$ հավասարումը կունենա երկու արմատ:

- 1) (2; 3) 2) (3; +∞) 3) 2,5 4) այլ պատասխան

Լուծում:

1-ին եղանակ: $4^x + 3 = a(2^x + 1) \Leftrightarrow \frac{4^x + 3}{2^x + 1} = a$: Դիցուք

$$f(x) = \frac{4^x + 3}{2^x + 1} \Rightarrow f(x) = \frac{4^x + 2^x - (2^x + 1) + 4}{2^x + 1} = 2^x - 1 + \frac{4}{2^x + 1}$$

$$= (2^x + 1) + \frac{4}{2^x + 1} - 2 \geq 2\sqrt{(2^x + 1) \cdot \frac{4}{2^x + 1}} - 2 = 2, \text{ ընդ}$$

որում $f(x) = 2$, երբ $x = 0$:

Երբ $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$, իսկ $x \rightarrow -\infty \Rightarrow 4^x \rightarrow 0$ և

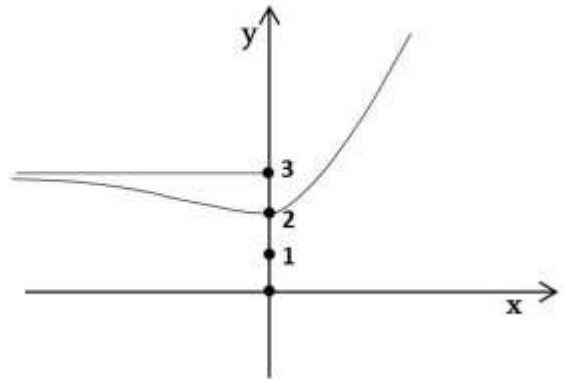
$2^x \rightarrow 0 \Rightarrow f(x) \rightarrow 3$:

Կառուցենք f ֆունկցիայի գրաֆիկի էսքիզը և գրաֆիկից պարզ է, որ $y = a$ ուղիղը f -ի գրաֆիկի հետ կունենա երկու հատում, երբ $a \in (2; 3)$:

2-րդ եղանակ: $2^x \equiv t \Rightarrow t^2 - at + 3 - a = 0$, որը պետք է ունենա երկու իրարից տարբեր դրական արմատ, որպեսզի մեր հավասարումը ունենա երկու արմատ: Վերջինս տեղի ունի, եթե

$$\begin{cases} t_1 \cdot t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \text{ կամ} \\ D > 0 \end{cases} \begin{cases} 3 - a > 0 \\ a > 0 \\ a^2 - 4(3 - a) > 0 \end{cases} \begin{cases} a \in (0; 3) \\ a \in (-\infty; -6) \cup (2; +\infty) \\ a^2 - 4(3 - a) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (2; 3)$$

Պատասխան՝ (2; 3):



16. $\angle CAB = 55^\circ$ և $\angle ABC = 40^\circ$ անկյուններով ABC եռանկյան արտագծած շրջանագիծը նրա BB_1 կիսորդը և CC_1 բարձրությունը պարունակող ուղիղները հատում են համապատասխանաբար M և N կետերում: Դիցուք MN և BC ուղիղները հատվում են D կետում: Գտնել $\angle BDN$ եռանկյան մակերեսը, եթե նրա B գագաթից տարված բարձրությունը հավասար է 7-ի:

Լուծում: Ներգծյալ անկյան հատկությունից օգտվելով նկատենք, որ $\widehat{CM} = 40^\circ$, $\angle BCC_1 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \Rightarrow \widehat{BN} = 2 \cdot 50^\circ = 100^\circ \Rightarrow \angle BDN = \frac{\widehat{BN} - \widehat{CM}}{2} = \frac{100^\circ - 40^\circ}{2} = 30^\circ$

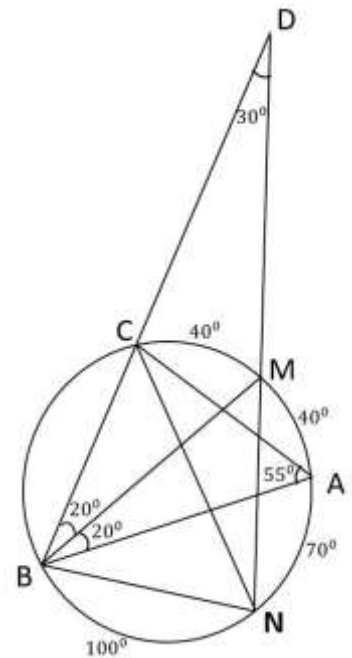
$$\angle A = 55^\circ \Rightarrow \angle ACN = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ \Rightarrow \widehat{AN} = 70^\circ \text{ և } \widehat{BC} = 2 \cdot 55^\circ = 110^\circ$$

$$\angle CBN = \angle CBA + \angle ABN = 40^\circ + \frac{70^\circ}{2} = 70^\circ \Rightarrow \angle DNB = 180^\circ - 70^\circ - 30^\circ = 70^\circ \Rightarrow \triangle BDN\text{-ում } DB = DN \text{ և } \angle D = 30^\circ \Rightarrow DB = 2 \cdot BH = 14, \text{ որտեղ } BH\text{-ը}$$

$\triangle BDN$ -ի բարձրությունն է, որի երկարությունը 7 է:

$$\text{Հետևաբար, } S_{BDN} = \frac{DN \cdot BH}{2} = \frac{14 \cdot 7}{2} = 49 :$$

Պատասխան՝ 49:



17. a և b թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 4 է, իսկ նրանց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը՝ 80: Գտնել $(a+b)$ -ի հնարավոր ամենամեծ արժեքը:

Լուծում: Առանց ընդհանրությունը խախտելու համարենք $a \leq b$: $(a; b)=4$, $[a; b]=80$

$[a; b] = \frac{a \cdot b}{(a; b)}$ բանաձևից կստանանք՝ $a \cdot b = 320$:

$(a; b)=4 \Rightarrow a = 4m$ և $b = 4n$, որտեղ $(m; n)=1$, ուրեմն $16m \cdot n = 320 \Rightarrow m \cdot n = 20$, որին բավարարող

փոխադարձաբար պարզ թվերի գույգեր են՝ (1; 20), (4; 5): Այդ դեպքում $\begin{cases} a = 4 \\ b = 80 \end{cases}$ կամ $\begin{cases} a = 16 \\ b = 20 \end{cases} \Rightarrow a+b=84$

կամ $a+b=36$, ուրեմն $a+b$ -ի հնարավոր մեծագույն արժեքը 84-ն է:

Պատասխան՝ **84**:

18. Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\left(\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \dots + \frac{100}{1+100^2+100^4} \right) \cdot \frac{10101}{50}$$

Լուծում: Օգտվելով $\frac{n}{1+n^2+n^4} = \frac{n}{(n^2+n+1)(n^2-n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1} \right)$ բանաձևից, n -ին տանք 1-ից 100

արժեքներ և գումարենք, մյուս կողմից օգտվելով $n^2 + n + 1 = (n+1)^2 - (n+1) + 1$ նույնությունից կստանանք՝

$$\left(\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \dots + \frac{100}{1+100^2+100^4} \right) \cdot \frac{10101}{50} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1^2-1+1} - \frac{1}{1^2+1+1} + \frac{1}{2^2-2+1} - \frac{1}{2^2+2+1} + \dots + \frac{1}{100^2-100+1} - \frac{1}{100^2+100+1} \right) \cdot \frac{10101}{50} = 101$$

Պատասխան՝ **101**:

19. Գտնել A, B, C տառերով գրվող 5 տառանոց «բառերի» քանակը, որոնց մեջ կողք-կողքի երկու A տառ չլինի («բառերում» կարող են լինել ոչ բոլոր A, B, C տառերը):

Լուծում: Հնարավոր է, որ «բառի» մեջ A տառը ա) չօգտագործվի, բ) օգտագործվի մեկ անգամ, գ) օգտագործվի 2 անգամ և դ) օգտագործվի 3 անգամ:

ա) դեպքում այդպիսի բառերի քանակը կլինի $2^5 = 32$, բ) դեպքում՝ $C_5^1 \cdot 2^4 = 80$, գ) դեպքում՝ $(C_5^2 - 4) \cdot 2^3 = 48$ և դ) դեպքում՝ $2^2 = 4$: Հետևաբար, այսպիսի բոլոր բառերի քանակը կլինի՝ $32+80+48+4=164$:

Պատասխան՝ **164**:

20. Գտնել a պարամետրի բոլոր այն արժեքների գումարը, որոնց դեպքում $x + 2|x - 3| - 3|x - a - 4| = 7|x - a|$ հավասարումը կունենա ճիշտ մեկ արմատ:

Լուծում: Հավասարումը համարժեք է՝ $f(x) = 0$, որտեղ $f(x) = 7|x - a| + 3|x - a - 4| - 2|x - 3| - x$ Նկատենք, որ f -ը անընդհատ ֆունկցիա է: Քննարկենք երկու դեպք:

$x \geq a$ դեպքում հնարավոր բոլոր ենթադեպքերում f ֆունկցիան կլինի գծային ֆունկցիա, որի անկյունային գործակցի փոքրագույն արժեքը կարող է լինել $7-3-2-1=1$, այսինքն, անկյունային գործակցիցները յուրաքանչյուր ենթադեպքում դրական է, այսինքն՝ $x \in [a; +\infty)$ -ում f -ը աճող է, իսկ $x < a$ դեպքում f -ի անկյունային գործակցիցները յուրաքանչյուր ենթադեպքերում ամենամեծը կարող է լինել $-7+3+2+1=-1$, այսինքն՝ բացասական է: Հետևաբար, $(-\infty; a)$ -ում f -ը նվազող է:

Այսպիսով՝ f -ը անընդհատ ֆունկցիա է, $(-\infty; a]$ միջակայքում նվազող է, իսկ $[a; +\infty)$ միջակայքում՝ աճող, ուրեմն f -ի փոքրագույն արժեքը կլինի $f(a)$ թիվը:

Որպեսզի հավասարումը ունենա մեկ արմատ, ապա

$$f(a) = 0 \Leftrightarrow 12 - 2|a - 3| - a = 0 \Leftrightarrow 2|a - 3| = 12 - a \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 6 = 12 - a \\ 2a - 6 = a - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = -6 \end{cases} : \\ a \leq 12$$

Այսպիսով, պահանջվող a թվերի գումարը կլինի՝ $-6+6=0$:

Պատասխան՝ **0**: