

Մաթեմատիկայի Օլիմպիադա

Մարզային Փուլ

18.01.2023

11-12-րդ դասարաններ

1. Լուծել $a^3 - 1 = p^k$ հավասարումը, որտեղ a, k, p -ն բնական թվեր են, p -ն պարզ թիվ է:
2. Դիցուք n -ը և r -ը բնական թվեր են, ընդ որում՝ $3r > n > 2$: Տրված են կամայական ամբողջ թվեր՝ a_1, a_2, \dots, a_r : Ապացուցել, որ գոյություն ունեն $i, j \in \{1, 2, \dots, r\}$ իրարից տարբեր թվեր, որոնց համար $a_i - a_j$ թվի մնացորդը n -ի բաժանելիս մեծ չէ 2-ից:
3. ω շրջանագծին տարված են BA և BC շոշափողները: Դիցուք M -ը BC հատվածի միջնակետն է, AM հատվածը ω -ն հատում է P կետում, BP ուղիղը ω -ն հատում է E կետում, իսկ AC հատվածը՝ T կետում: Ապացուցել, որ M -ը, T -ն և AE հատվածի միջնակետը գտնվում են մի ուղղի վրա:
4. Տրված են 100 հատ հատվածներ, որոնք ունեն համապատասխանաբար 1 սմ, 2 սմ, 3 սմ, ..., 100 սմ երկարություններ: Այդ հատվածներից յուրաքանչյուրը ներկում են 16 գույներից որևէ մեկով: Ապացուցել կամ հերքել հետևյալ պնդումը. ցանկացած ներկման դեպքում գոյություն ունեն երեք միագույն հատվածներ, որոնցով հնարավոր է կազմել եռանկյուն:

Աշխատաժամանակը՝ 3 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր