

Մաթեմատիկայի Օլիմպիադա

Մարզային Փուլ

18.01.2023

10-րդ դասարան

1. Գտնել այն բոլոր a , b և c բնական թվերի եռյակները, որոնց համար $ab + 1$, $bc + 1$, $ac + 1$ թվերից յուրաքանչյուրը հնարավոր է ներկայացնել որևէ բնական թվի ֆակտորիալի տեսքով (n բնական թվի ֆակտորիալը՝ $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$):
2. Ապացուցել $a + b + c + a^2 + b^2 + c^2 \leq 4$ անհավասարությունը, որտեղ $a, b, c > -1$ և $a^3 + b^3 + c^3 = 1$:
3. ω շրջանագծին տարված են BA և BC շոշափողները (A -ն և C -ն շոշափման կետերն են և $\angle ABC < 90^\circ$): Դիցուք M -ը BC հատվածի միջնակետն է, իսկ AM հատվածը ω -ն հատում է P կետում: Ապացուցել, որ B, P, H, C կետերով անցնում է շրջանագիծ, որտեղ H -ը ABC եռանկյան բարձրությունների հատման կետն է:
4. $n \times n$ ($n > 1$) չափի վանդակավոր քառակուսու յուրաքանչյուր վանդակ ներկել են երեք գույներից որևէ մեկով: Գտնել n -ի հնարավոր բոլոր արժեքները, որոնց դեպքում քառակուսին կամայական ձևով ներկելու դեպքում գոյություն ունենա երկու տող, որոնցում որևէ գույնով ներկված վանդակների քանակները լինեն իրար հավասար:

Աշխատաժամանակը՝ 3 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր