

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա -2022
Դպրոցական փուլ 11-12-րդ դասարան
Տևողություն -150 րոպե

1. Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\sin^2 1^\circ - \cos^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \cos^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ - \cos^2 3^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ - \cos^2 89^\circ$$

- 1) 44,5 2) 90 3) 0 4) այլ պատասխան

2. Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\frac{1}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{29\pi}{5}\right)$$

- 1) -0,2 2) 5,8 3) 0,8 4) այլ պատասխան

3. Գտնել $3x+2y$ ($x, y \in R$) արտահայտության արժեք, եթե $\begin{cases} x+x^3 = y+y^3 \\ 2^x+3^y = 97 \end{cases}$

- 1) 10 2) 17 3) 40 4) այլ պատասխան

4. Գտնել $(1! + 2! + 3! + \dots + 2022!)$ -ը 100-ի վրա բաժանելիս ստացված մնացորդը.

- 1) 13 2) 0 3) 99 4) այլ պատասխան

5. Դիցուք $4\cos^2 x - 12\cos x \cdot \sin y + 9\sin^2 y = 25$: Գտնել $5\sin x + 3|\sin y|$ արտահայտության արժեքը:

- 1) 8 2) 2 3) 3 4) այլ պատասխան

6. Գտնել $\frac{3}{\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$ արտահայտության արժեքը, եթե $\operatorname{tg} \alpha = 2$:

- 1) 8 2) 2 3) 3 4) այլ պատասխան

7. Քանի՞ էջից է բաղկացած գիրքը, եթե նրա վերջին 20 էջի համարակալման համար օգտագործված թվանշանների քանակը 16-ով ավելի է առաջին 20 էջի համարակալման համար օգտագործված թվանշանների քանակից (համարակալումը սկսվում է 1-ով):

- 1) 122 2) 102 3) 88 4) այլ պատասխան

8. Ի՞նչ թվանշանով է ավարտվում $1^9 + 2^9 + 3^9 + \dots + 2022^9$ գումարը:

- 1) 3 2) 0 3) 5 4) այլ պատասխան

9. Գտնել $\sqrt{\log_{0,5}^2 3 - 4 \cdot \log_2 1,5 + \log_2 3} \leq 2$ բ) $\max\{a; b\} = \frac{a+b+|a-b|}{2}$

գ) $a^{\frac{1}{5}}b > 0 \Rightarrow b \geq 0$ դ) Եթե $S_n = n^2 + 1$ բանաձևը a_n հաջորդականության առաջին n անդամների գումարի բանաձևն է, ապա a_n -ը թվաբանական պրոգրեսիա է:

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

10. Շուրջի անկյունով ABC եռանկունում r_a -ն նրա BC կողմը շոշափող առներգծած շրջանագծի շարավիղն է (այդ շրջանագիծը շոշափում է BC կողմը և մյուս երկու կողմերի շարունակությունները), իսկ r_b -ն նրա AC կողմը շոշափող առներգծած շրջանագծի շառավիղը: Այդ դեպքում ABC եռանկյան մակերեսը հավասար է.

- 1) $\frac{r_a \cdot r_b}{2}$ 2) $r_a \cdot r_b$ 3) $r_a^2 + r_a r_b + r_b^2$ 4) այլ պատասխան

11. SABCD բուրգի հիմքը շեղանկյուն է, SB -ն բուրգի բարձրությունն է և հավասար է հիմքի կողմին: Գտնել SCD և SAB հարթությունների կազմած անկյան տանգենսը, եթե $SA=SD=SC$:

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) 1 4) այլ պատասխան

12. Սեղանին դրված է 7 հատ տարբեր միրգ: Քանի՞ եղանակով է հնարավոր դասավորել այդ մրգերը երկու զամբյուղներում այնպես, որ յուրաքանչյուրում լինի առնվազն երկու միրգ:

- 1) 110 2) 112 3) 128 4) այլ պատասխան

13. Դիցուք x_1, x_2, x_3 թվերը $x^3 + 3x^2 - 24x + 1 = 0$ հավասարման արմատներն են: Գտնել $\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2} + \sqrt[3]{x_3}$ արտահայտության արժեքը.

- 1) 3 2) 0 3) $-\sqrt[3]{3}$ 4) այլ պատասխան

14. Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\left(\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2022\sqrt{2021}+2021\sqrt{2022}} \right) + \frac{1}{\sqrt{2022}}$$

- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{2022}$ 3) 1 4) այլ պատասխան

15. a -ի հիշ արժեքների դեպքում $4^x + 3 = a(2^x + 1)$ հավասարումը կունենա երկու արմատ:

- 1) (2; 3) 2) (3; $+\infty$) 3) 2,5 4) այլ պատասխան

16. $\angle CAB = 55^\circ$ և $\angle ABC = 40^\circ$ անկյուններով ABC եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը նրա BB_1 կիսորդը և CC_1 բարձրությունը պարունակող ուղիղները հատում են համապատասխանաբար M և N կետերում: Դիցուք MN և BC ուղիղները հատվում են D կետում: Գտնել $\angle BDN$ եռանկյան մակերեսը, եթե նրա B գագաթից տարված բարձրությունը հավասար է 7-ի :

17. a և b թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 4 է, իսկ նրանց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը՝ 80: Գտնել $(a + b)$ -ի հնարավոր ամենամեծ արժեքը:

18. Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\left(\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \dots + \frac{100}{1+100^2+100^4} \right) \cdot \frac{10101}{50}$$

19. Գտնել A, B, C տառերով գրվող 5 տառանոց «բառերի» բանակը, որոնց մեջ կողք-կողքի երկու A տառ չլինի («բառերում» կարող են լինել ոչ բոլոր A, B, C տառերը):

20. Գտնել a պարամետրի բոլոր այն արժեքների գումարը, որոնց դեպքում

$$x + 2|x - 3| - 3|x - a - 4| = 7|x - a|$$

հավասարումը կունենա ճիշտ մեկ արմատ: