



Նոր ժամանակի կրթություն» ՀԿ

**ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ
ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ
ԴԱՍԸՆԹԱՑ**

**ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ
ԱՇԽԱՏԱՆՔ**

*Հետազոտության թեման՝ Ապացուցման տրամաբանությունը և
սխեմաները մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում
Առարկան՝ Մաթեմատիկա*

Հետազոտող ուսուցիչ՝ Նունե Գեղամյան

Ուսումնական հաստատություն՝ Նոր Կյուրիինի միջն. դպրոց

Երևան 2022

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ներածություն

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում
ապացուցման կարողությունների ձևավորման
հիմախնդիրը

Ապացուցման տրամաբանությունը

Ապացուցումների սխեմաները մաթեմատիկայի
դպրոցական դասընթացում

Եզրակացություն

Օգտագործված աղբյուրների ցանկ

Ներածություն

Մարդն իր շրջապատի ճանաչումն սկսել է օգտվելով անալոգիաներից և ինդուկտիվ մտահանգումներից: Ելնելով մասնակի դեպքերի քննարկումներից՝ նա տարբեր փաստերից, անալոգիաների օգնությամբ անցնում է ինդուկտիվ մտահանգման:

Մաթեմատիկայում նույնպես օգտագործում են անալոգիայի և ինդուկտիվ մտահանգումների մեթոդները: Հարկ է նշել, որ այս երկու մեթոդների կիրառությունը շատ է պետք գալիս խնդիրների լուծումը կռահելու և ընդհանրապես՝ ամբողջ լուծման ընթացքում: Անտիկ գիտության մեջ տրամաբանությունն առանձնահատուկ տեղ է գրավել: Այդ հանգամանքը կապված է եղել սոփեստության հետ: Հարկ էր լինում ապացուցել սեփական տեսակետը, հերքել ուրիշների ասածները, պաշտպանել կամ մերժել այն: Արիստոտելն առաջինն էր, որ մտածողությունն ուսումնասիրելով կառուցվածքային տեսանկյունից ձևակերպեց տրամաբանական մտածողության հիմնական օրենքները, մտահանգման և ապացուցման ձևերը:

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ ԱՊԱՑՈՒՑՄԱՆ

ԿԱՐՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐԸ

Ապացուցումը տրամաբանական գործողություն է, որի միջոցով ցույց է տրվում որևէ դատողության ճշմարիտ լինելը՝ այն բխեցնելով ուրիշ այնպիսի դատողություններից, որոնց ճշմարտությունն արդեն ընդունված է:

Ապացուցումը լավ ծանոթ է դպրոցականներին մաթեմատիկայից:

Մաթեմատիկայում, բնագիտության մեջ, առօրյա կյանքում ապացուցումներն ունեն իրենց առանձնահատկությունները: Բայց դրանք ունեն ընդհանրություն իրենց տրամաբանական ձևի տեսակետից: Ամեն մի ապացուցում պետք է ունենա որոշակի կառուցվածք և բավարարի որոշակի կանոններին, որոնք ապահովում են ապացուցման ճշտությունը: Ապացուցումը կազմվում է երեք մասից

1. Ապացուցման թեզիս
2. Ապացուցման հիմքեր
3. Ապացուցման եղանակ

1. Ապացուցման թեզիսը այն դատողությունն է, որի ճշմարտությունը ցույց է տրվում տվյալ ապացուցման մեջ:
2. Ապացուցման հիմքերը, փաստարկները այն դատողություններն են, որոնց ճշմարիտ լինելն արդեն ընդունված է և որոնց կապակցությունից բխեցվում է (արտածվում է) ապացուցվող թեզիսը:

3. Ապացուցման եղանակը, որը կոչվում է նաև փաստարկում բուն բխեցումն է, որը կատարվում է մտահանգման կամ մի քանի մտահանգումների կապակցված շարքի միջոցով: Ապացուցման թեզիսը դրանց վերջնական եզրակացությունն է դառնում:

Ապացուցումը լինում է երկու տեսակի՝ ուղղակի և անուղղակի:

Ուղղակի կոչվում է այն ապացուցումը, որի մեջ թեզիսի ճշմարիտ լինելը ցույց տալու համար այն բխեցվում է փաստարկներից անմիջականորեն:

Բայց երբեմն դժվար է գտնել փաստարկներ, որոնցից թեզիսը բխեր

անմիջականորեն և այդ դեպքում դիմում են անուղղակի ապացուցմանը:

Անուղղակի ապացուցման դեպքում օգտագործվում են թեզիսի նկատմամբ

այլընտրական դրույթ կամ դրույթներ, որոնց կեղծ լինելը ցույց տալու

միջոցով բխեցվում է թեզիսի ճշմարիտ լինելը: Անուղղակի ապացուցման մի

տեսակը, որ կոչվում է ապացուցում հակառակից կամ հանգեցում

անհեթեթության , դպրոցականներին հայտնի է մաթեմատիկայի

դասընթացից: Իսկ ինչ հասկանալ ապացուցման ուսուցման տակ: Հարցը

նրանում է, թե ինչպես ենք մենք ապացուցում, ինչպես է ապացուցվող

թեզիսը ստացվում տրված տեսության արդեն հայտնի ճշմարիտ

պնդումներից, ուսուցման պրակտիկայում մնում է չպարզաբանված:

Հաճախ է հանդիպում պատասխան «ակնհայտ է», որը ոչինչ չի

պարզաբանում:

Պարզվում է, որ մաթեմատիկայի ուսուցման մեթոդիկայի տարբեր շրջաններում ապացուցման ուսուցմանը վերագրվել են տարբեր իմաստներ:
Առանձնացվում է ապացուցման տիրապետման հետևյալ մակարդակները՝

1. Պատրաստի ապացույցների հասկացում և վերարտադրություն
2. Պատրաստի ապացույցների ինքնուրույն վերլուծություն
3. Ապացույցների ինքնուրույն իրականացում
4. Առաջարկված ապացույցների հերքում

Մաթեմատիկական դատողություններում, որը դուրս է հանած դպրոցականներին ապացուցել սովորեցնելու ընդհանուր համատեքստից մեծ հետաքրքրություն է առաջացրել այդ աշխատանքների հանդեպ: Թեզիսի հերքման առավել տարածված տեսակը հակաօրինակի կառուցման բերման գործողությունն է: Հակաօրինակի տակ հասկանում ենք այնպիսի օբյեկտը, որի համար պնդման պայմանը ճշմարիտ է, իսկ եզրակացությունը՝ կեղծ: Պարզ է, որ ապացուցման կարողության նշված մակարդակի հասնելը անհանր է առանց տրամաբանական գործողությունների իմացության: Ըստ Ժ. Պիաժեյի դպրոցականների մաթեմատիկական մտածողության զարգացման պայման է հանդիսանում մաթեմատիկայի այնպիսի դասընթացը, որը կառուցված է ավելի ընդհանուր և վերացական հասկացությունների վրա, որոնց առաջին հերթին վերաբերում են բազմությունների տեսության և մաթեմատիկական տրամաբանության տարրերը: Սակայն , չնայած հետազոտողների մեծ ջանքերի , դպրոցականների տրամաբանական գործողությունների խնդիրը չէր ստանում բավարար լուծում : Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացը ներառում է որոշ

մաթեմատիկական տեսությունների (հանրահաշվի, երկրաչափության , անալիզի)

սկզբնական հատվածներ՝ բովանդակային շարադրանքով: Այդ պատճառով

մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում ապացուցումը հիմնականում

կառուցվում է որպես բովանդակային ապացույց , որում օգտագործվում են

սովորական դատողությունները , իսկ տրամաբանական հետեվության կանոնները

չեն ֆիքսվում: Ապացուցման գործընթացը հիմնվում է ոչ միայն

մաթեմատիկական օբյեկտների վրա. Նրանում օգտագործվում են նաև

սովորական , բնական լեզվի հասկացությունները :

Ինտուիտիվ պահերից հրաժարվելը կպահանջեր բարձրացնել ապացուցման

մակարդակը , որը շատ գիտնականների կարծիքով հնարավոր չէ

դպրոցականների տարիքային առանձնահատկությունների պատճառով:

առանձնացնենք մի շարք հոգեբանական դրույթներ , որոնք դրա հետ

անմիջական կապ ունեն :

Գիտնականների կարծիքով ուղեղի կառուցվածքը , որը ղեկավարում է

վերլուծական գործունեությունը , ձևավորվում է 13-14 տարեկան հասակում , իսկ

ապացուցողական մտածողության զարգացումը անցնում է երկու փուլ :

Դեռահասության տարիքում աշակերտը ավելի շուտ յուրացնում է

ապացույցները քան ինքնուրույն օգտվում է դրանցից : Իսկ պատանեկության

տարիքում արդեն երևան են գալիս պատրաստի ապացույցների նկատմամբ

քննադատական վերաբերմունք :

Ապացուցման ուսուցման մեջ առանձնանում է երկու հիմնական մակարդակներ:

Առաջին մակարդակում ապացուցումների մեջ օգտագործվող տրամաբանական արտածումները երևան չեն բերվում, ապացուցումները դիտարկվում է որպես դիտողություն, որի միջոցով մի պնդման ճշմարտությունը հաստատվում է այլ պնդումների հիման վրա:

Երկրորդ մակարդակում(բարձր դասարաններում, խորացված մաթեմատիկայի պարապմունքների ժամանակ)սովորողներին կարող են բացատրել պարզագույն արտածման կանոնները և դրա հիման վրա ճշգրտվի ապացուցման հասկացությունը:Այս մակարդակում սովորողներին հասանելի է դառնում ապացուցման վերլուծությունը, նրա տրամաբանական կառուցվածքի հայտնաբերումը նրանում օգտագործվող արտածման կանոնները , բովանդակային ապացուցման գրառումը տրամաբանական ձևերով ,այսինքն՝ նրա ֆորմալացումը : Ապացուցման ուսուցման տակ , մենք հասկանում ենք փնտրման մոտավոր գործընթացների սովորեցում , ապացույցի հայտնագործում և կառուցում այլ ոչ թե սովորեցնել վերարտադրել և անգիր անել պատրաստի ապացույցները :

Ապացուցման ուսուցման սկզբնական մակարդակը բնութագրվում է սովորողների կողմից տրամաբանական հիմնավորումների , հասկացման անհրաժեշտությամբ, պարզագույն , դեղուկտիվ արտածումների իրականացման հմտություններ, այն բանի հասկացում, որ մի շարք պնդումներից տրամաբանական գործողություններով կարելի է դուրս բերել նոր պնդումներ:

Հաջորդ մակարդակը ներառում է դպրոցականների կողմից դեղուկտիվ մտահանգումների շղթաներ իրականացնելու կարողությունը, ինչպես նաև

հետևության արտաժաման գործողությունների տիրապետումը , խնդրի

պահանջների վերարտադրում նորի մեջ , օգնող խնդիրների կազմումը :

Այդ գործողությունները առաջացնում են խնդրի լուծման մեթոդի փնտրման

հիմք , ինչպես նաև գիտական ճանաչողության մեթոդների (անալոգիա ,

ընդհանրացում) կիրառում տարբեր դրություններում և իմաստով ունեն

էվրիստիկական բնույթ : Այդ մակարդակը իր բովանդակությամբ վերաբերվում է

երկրաչափության և հանրահաշվի առաջին բաժինների համակրգված

շարադրանքներին :

ԱՊԱՑՈՒՑՄԱՆ ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ապացուցման մեջ տրամաբանական քայլերի շղթայի կարողությունների իրականացման ուսուցումը, և նշված էվրիստիկական գործողությունների կիրառումը կազմում է ապացուցման դիտարկվող մակարդակի մեջ ուսուցման բովանդակությունը: Իսկ ապացուցման վերլուծությունը՝ տրամաբանական քայլերի առանձնացումը, տրամաբանական բացթողումների փնտրտուքը և վերացումը, ապացուցման գաղափարների առանձնացումը և նրա վերարտադրումը կազմում են ըմբռնման բովանդակությունը: Դասագրքերի, հատկապես երկրաչափության դասագրքի, հնարավորությունները նշված էվրիստիկական եղանակների ձևավորման համար բավականին շատ են: Երկրաչափության դասընթացի առաջին թեորեմների ուսուցումը, օրինակ, եռանկյունների հավասարության հայտանիշները, նպաստում են սովորողների մոտ անալոգիայի, իսկ խնդիրների հետ աշխատելու վերջնական փուլը ընդհանրացման և կոնկրետացման մեթոդների կիրառման կարողությունների ձևավորում:

Փաստերի ինքնուրույն բացահայտման, ձևակերպումների, ապացույցների կիրառման մեջ աշակերտների մասնակցությունը, բնականաբար, առաջացնում է տարբեր բնույթի սխալներ, այդ պատճառով կարևոր է սեփական աշխատանքի և իր ընկերների աշխատանքների արդյունքները քննատաբար գնահատելու կարողությունը, որոնք և ձևավորվում են առաջարկվող պնդումների ժխտման և ապացուցման գործընթացի մեջ: Ապացուցելու այդ առավել բարձր ուսուցման

մակարդակը հիմնավորված է նաև հոգեբանական հետազոտությունների արդյունքներով :

Ուսուցչի աշխատանքի մեջ կարևոր է տրամաբանական հիմնավորումների ձևավորման պահանջների իրականացումը : Կարևոր խնդիր է դպրոցականներին սովորեցնել տրամաբանորեն դատելու ունակություն : Լավ կազմակերպված դասավանդման պայմաններում սովորողներն արդեն 7-րդ դասարանում առաջին դասերից տիրապետում են այնպիսի դատողությունների , որոնց հիմքը կազմում են հետևության և ժխտման կանոնները և հետագայում օգտագործում են այդ կանոնները որպես ճանաչողության գործողություններ կատարելու կողմնորոշիչ հիմք :

Բոլորը համաձայն են որ սովորեցնել առաջին հերթին նշանակում է սովորեցնել մտածել : Բայց ինչպես սովորեցնել մտածել : Հասկանալու և դատելու ունակությունը մարդու մոտ ձևավորվում է կենսափորձի և ոչ թե տրամաբանական օրենքների տիրապետման արդյունքում : Մաթեմատիկային վերագրվում է սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման խնդրում քանի որ մաթեմատիկայի ուսումնասիրության և այն սովորելու ընթացքում հարկ է լինում բազմիցս կատարել զանազան տրամաբանական գործողություններ :

Տրամաբանության տարրերի ներառումը մաթեմատիկայի ուսուցման մեջ չի նշանակում այդ տարրերի հատուկ և առանձնացված ուսուցում : Անհրաժեշտ է, որ տրամաբանության տարրերը դառնան մաթեմատիկայի դասավանդման անբաժան

մասը, նրա արդյունավետության բարձրացման և սովորողների տրամաբանական զարգացման կարևոր միջոց:Տրամաբանության նվազագույն ծրագիրը, որը ապահովում է դպրոցական մաթեմատիկայի խորը ըմբռնման և սովորողների տրամաբանական զարգացման պահանջները, ընդգրկում է տրամաբանական գործողությունների(Ժխտում, տրամաբանական գումար, տրամաբանական արտադրյալ և հետևություն) իմաստն ու հատկությունները, ասույթների հետևության և համարժեքության առընչությունները, նրանց նկատմամբ քվանտորի կիրառումը, ինչպես նաև արտածման պարզագույն կարոնների և դատողությունների վերլուծության ուսուցումը: Տրամաբանության տարրերը չպետք է ուսուցանվեն առանձնացված, որպես առանձին դասընթաց:Դրանք պետք է դառնան մաթեմատիկայի ուսուցման անբաժանելի մասը, որի պատճառով դրանք պետք է ցրել մաթեմատիկայի ողջ դասընթացի մեջ :Օրինակ հանրահաշվի տեսական նյութի շարադրանքը կրում է դեղուկտիվ բնույթ:Առկա են հիմնական հանրահաշվական հասկացությունները, որոնց միջոցով կառուցվում է հանրահաշվի լեզուն :Առկա են աքսիոմները, որոնցից հետևում են թեորեմները, որոնք դասընթացում կոչվում են հատկություններ՝ յուրաքանչյուրն իր անվանմամբ ու ապացուցումով:

ԱՊԱՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐԻ ՍԽԵՄԱՆԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ

ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ

Ապացուցման գաղափարը՝ որպես բանաձևերի հաջորդականություն , որի վերջին անդամը ապացուցվող բանաձևն է , իսկ մացած անդամները աքսիոմներ են կամ էլ ստացվում են նախորդներից՝ արտածման որևէ կանոնով , պատկանում է Հիլբերտին : Ապացուցման այս ընկալման մեջ , սակայն չի երևում , թե նրանում մասնակցող բանաձևերը իրենց նախորդող որ բանաձևից են ստացվում արտածման կանոններով : Այդ թերությունը վերացնելու նպատակով Հիլբերտի աշակերտ Հենցենը ներմուծել է ծառի տեսքով ապացուցումը , որում արդեն հստակ նշվում են արտածման նախադրյալները : Ծառի տեսքով տրված ապացուցումը , ի տարբերություն հիլբերտյան ապացուցման , հնարավորություն է տալիս հստակ ներկայացնել ապացուցման նախադրյալները նրա յուրաքանչյուր քայլում , իսկ դա իր հերթին ,ստեղծում է ապացույցների փաստարկման և հիմնավորման հնարավորություն :

Ծառի տեսքով ապացուցման դեպքում ձախ կողմում բերվում է ապացուցումը՝ որպես ծառ , աջ մասում գրվում են յուրաքանչյուր քայլի համար անհրաժեշտ փաստարկները կամ արտածման կանոնները : Բերված ապացուցումը կամ ծառը հնարավորություն է տալիս ապացույցի մեջ մասնակցող յուրաքանչյուր բանաձևի ստացման մեխանիզմը , իսկ աջ մասում՝ փաստարկումների բաժնում , տրված են բանաձևերի ստացման հիմնավորումները կամ արտածման կանոնները :

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Որպեսզի ստուգվի ծառի տեսքով ապացուցումն ստուգելու էֆեկտիվությունը թեմաների կրկնությունների ժամանակ երեխաներին առաջարկվեցին ապացուցել մի քանի թեորեմներ իրենց իմացած մեթոդներով ապա ծառի տեսքով,եկան այն եզրակացության, որ այս մեթոդը ավելի ակնհայտ է դարձնում յուրաքանչյուր բանաձևի ստացման քայլերի հերթականությունը՝ այսինքն ավգորիթմը:Սովորողները փաստարկումների սյունակում ստիպված են նշել այն պայմանները , հատկությունները, որոնցից օգտվում են տվյալ ապացույցի ընթացքում,ինչը նպաստում է որ երեխաները վերհիշեն իրենց անցած նյութերը: Այս տեսքով ապացույցները նպատակահարմար են կիրառել նաև արտադասարանական կամ խորացված ուսուցման ժամանակ:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Գևորգյան Հ. Ա, Բաղդասարյան Վ. Խ Տրամաբանություն ,Երևան 1994

Մաթեմատիկա. Հանրակրթական հիմնական դպրոցի առարկայական չափորոշիչ
և ծրագիր, Երևան 2007

Միքայելյան Հ. Ս Հանրահաշվի ուսուցման հիմնահարցերը Երևան 2003

