

ՏԱԹԵՎ ԳԻՏԱԿՐԹԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼԻՐ

**ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՎՈՂ ՈՒՍՈՒՑՉԻ  
ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ**

**Հետազոտության թեմա՝** Արտադասարանական աշխատանքների կազմակերպման փորձը «Ոսկե հատումը» թեմայի օրինակով

**Հետազոտող ուսուցիչներ՝** Անահիտ Զոհրաբյան  
Արեգնազան Մկրտչյան

Հ.Պարոնյանի անվան հ.59 հիմնական դպրոց

ԵՐԵՎԱՆ 2022

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

|  |    |
|--|----|
| Ներածություն.....  | 3  |
| Կատարվող աշխատանքի համառոտ ներկայացում.....                                | 4  |
| Հարցեր որոնք կուղղորդեն աշակերտներին հետազոտական աշխատանքը կատարելուն..... | 12 |
| Աշխատանքային փուլեր.....   | 13 |
| Աշակերտների աշխատանքների հակիրճ ներկայացում.....                           | 14 |
| Եզրակացություն.....  | 15 |
| Օգտագործված գրականություն.....   | 18 |

## ՆԵՐԱՄՈՒԹՅՈՒՆ

*«Երկրաչափությունը տիրապետում է երկու զանձերի՝  
Պյութագորասի թեորեմ և Ոսկե հատում,  
և եթե առաջինը կարելի է համեմատել ոսկու հետ,  
այա երկրորդը՝ թանկարժեք քարի»  
Իոհանն Կեպլեր*

Բոլոր ժամանակներում մարդիկ ձգտել են որոնել ներդաշնակը և կատարյալը: Այդ ուղղությամբ լուրջ բացահայտումներ են կատարել հին հույն մտածողները: Նրանք այն կարծիքին էին, որ աշխարհը կառուցված է ներդաշնակության հիման վրա, և դրա ճանաչողության բանալին տալիս է երկրաչափությունը:

Մաթեմատիկա դասավանդող ուսուցչի խնդիրը սովորողին միայն հիմնավոր գիտելիքներ հաղորդելը չէ: Ուսուցիչը պետք է կարողանա հասնել նրան, որ աշակերտները համոզված լինեն, որ մեզ շրջապատող աշխարհում գրեթե չկա այնպիսի բնագավառ, որում մաթեմատիկան չունենա իր կարևոր դերը: Նրանք պետք է գիտակցեն, որ մաթեմատիկան ամենուրեք է: Մաթեմատիկայի գեղեցկությունն անհասանելի է, իսկ գեղեցկությունը՝ գիտության և արվեստի կապող օղակն է: Դա ոչ միայն օրենքների, թեորեմների և խնդիրների համակարգ է, այլ նաև գեղեցիկը ճանաչելու յուրահատուկ միջոց է: Ինչպես ասել է Գալիլեյո Գալիլեյը **«Բնության մեծագույն գիրքը գրված է մաթեմատիկական նշաններով»:**

Համարվում է, որ երկրաչափությունը ծնվել է որպեսզի բավարարի մարդկանց կարիքները, բայց մյուս կողմից այն նաև մարդու հոգևոր կարիքն է: Երևի թե այս երկու տեսանկյան մեջ էլ կա ճշմարտություն:

Երկրաչափության առաջացումը ընկած է մարդու շրջապատը ուսումնասիրելու, աշխատանքային գործունեության զարգացման, տարրական կարիքները հոգալու մեջ:

Ք.ա. VIII-VII դարերում, Հունաստանում կար մարդկանց մի խումբ, որոնք ուսումնասիրում էին իրենց շրջապատող աշխարհը, երկրաչափական



մարմինները: Դրա շնորհիվ երկրաչափությունը սկսեց շատ արագ զարգանալ:

Երկրաչափության յուրօրինակությունը, որը առանձնացնում է նրան

մաթեմատիկայի մյուս բաժիններից, հանդիսանում է տարածական երևակայության և խիստ տրամաբանության մեջ կապի ստեղծումը: Նրա մեջ միշտ կա այդ տարրերը՝ երևակայական պատկեր, ճիշտ նկարագիր և խիստ տրամաբանական եզրակացություն: Պլատոնն ասել է.

«Մաթեմատիկական տիրապետում է ոչ միայն ճշմարտությանը, այլ նաև օժտված է առավելագույն գեղեցկությամբ, հղկված է և խիստ, ձգտում է իրական կատարելության, ինչը հատուկ է միայն արվեստի լավագույն տեսակներին: Մաթեմատիկական հրաշալին է գիտության մեջ»:

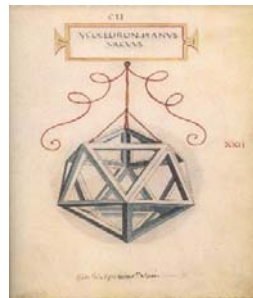
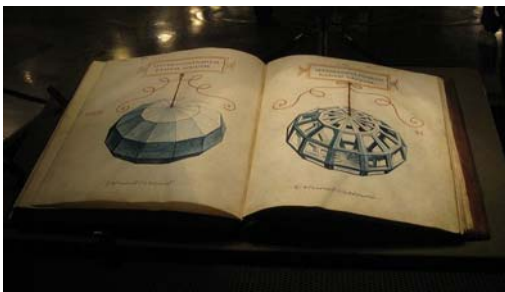
Երկրաչափությանը հետաքրքրող հարցերից մեկը ամբողջի և նրա մասերի փոխհարաբերությունն է: Ինչպիսի մասերի հատել ամբողջը, որպեսզի նրանց հարաբերությունը ընկալվի որպես գեղեցիկ:

Կարծիք կա, որ ամբողջի երկու անհավասար մասերի հատումը կլինի կատարյալ, եթե փոքր ու մեծ մասերը հարաբերեն ինչպես մեծ մասն ու ամբողջը: Ամբողջի այդպիսի հատումը կոչվել է ներդաշնակ համամասնության հատում: Դրա կիրառությունների մասին որոշակի դիտարկումներ են առկա նաև **Էվկլիդեսի «Մկզբունքներ»** աշխատությանյան մեջ:

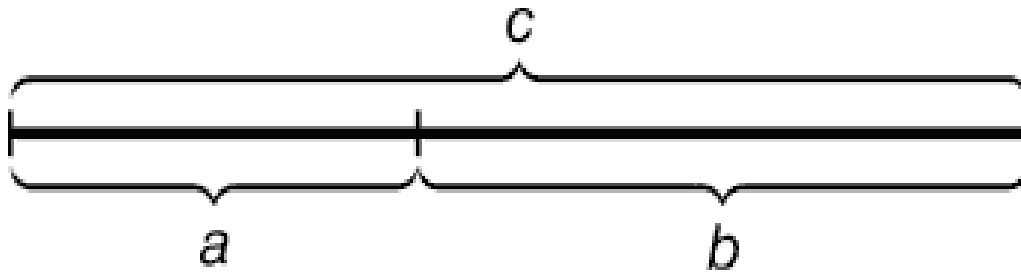
Ներդաշնակ համամասնության նկատմամբ մեծ հետաքրքրություն է ցուցաբերվել հատկապես վերածննդի դարաշրջանում (XV-XVII դարեր):



Իտալացի մաթեմատիկոս վանական Լուկա Պաչոլին (1445-1514թթ.) իր «Աստվածային համամասնության մասին» վերնագրով գիրքն ամբողջովին նվիրել է հենց դրան: Գրքի պատկերագրությունը կատարել է մեծագույն գյուտարար և նկարիչ Լեոնարդո Դա Վինչին: Հենց նա էլ ներդաշնակ համամասնությանն անվանել է ոսկե հատում:

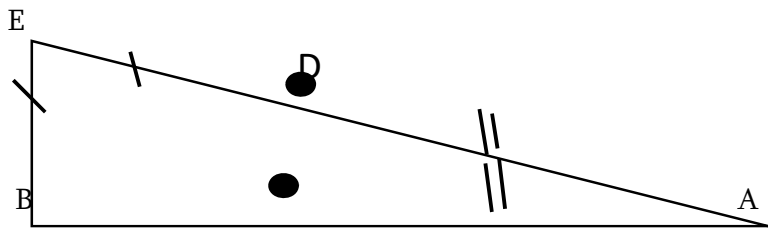


$$c:b=b:a\approx 1.62$$



**Իսկ ինչպիսի՞ թվային արտահայտություն ունի ոսկե հատումը:**

Դրա համար ամբողջը ընդունենք որպես 1 միավոր և նրա մեծ մասը նշանակենք  $\varphi$ , այդ դեպքում փոքր մասը կլինի  $1 - \varphi$ : Ըստ ոսկե հատումի սահմանման կազմենք հավասարում՝  $\frac{\varphi}{1} = \frac{1-\varphi}{\varphi}$ : Երկրաչափական կառուցումներում ոսկե հատում ստանալու համար կարևոր է իմանալ, թե ինչպես տրոհել հատվածը  $\varphi:1$  համամասնությամբ: Դա կատարվում է այսպես՝ AB հատվածը  $\varphi:1$  հարաբերությամբ տրոհելու համար նախ B կետում տարվում է AB-ին ուղղահայաց BE հատվածը, որի երկարությունը հավասար է AB-ի կեսին ( $BE = AB/2$ ):



Այնուհետև AE հատվածի վրա կառուցվում է  $ED = EB$  հատվածը, որից հետո AB-ի վրա՝  $AC = AD$ : Դժվար չէ համոզվել, որ  $\frac{AC}{AB} = \frac{CB}{AC} = \varphi$ :

Իսկապես եթե AB-ն ընդունենք 1 միավոր և AC-ն նշանակենք  $\varphi$ , ապա ըստ կառուցման կունենանք  $BE = \frac{1}{2}$ ,  $AE = \varphi + 1$ : Այժմ եթե ABE եռանկյան համար օգտվենք Պյութագորասի թեորեմից, ստացվում է  $1 + \frac{1}{\varphi} = \left(\varphi + \frac{1}{2}\right)^2$  հավասարումը:

Լուծելով հավասարումը և վերցնելով նրա դրական արմատը՝ ստանում ենք

$$\varphi = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad (\varphi \approx 0,62)$$

Ոսկե հատման պատմության հետ անմիջականորեն կապվում է իտալացի մաթեմատիկոս, միջնադարի եվրոպական գիտնականներից Լեոնարդո Պիզանոյի՝ Ֆիբոնաչիի (*Fibonacci*) անունը: Ֆիբոնաչի նշանակում է « Բոնաչիի զավակ»:



Ֆիբոնաչիի հայրը առևտրական հարցերով հաճախ էր լինում Ալժիրում, և Լեոնարդոն այնտեղ մաթեմատիկա էր ուսումնասիրում արաբ ուսուցիչների (Խորեզմի, Աբու-Քամալ) մոտ: Ավելի ուշ նա եղավ Եգիպտոսում, Սիրիայում, Սիցիլիայում:

Լեոնարդոն ուսումնասիրում էր իսլամական երկրների մաթեմատիկոսների աշխատանքները: Նա նաև ծանոթացել էր անտիկ դարաշրջանի և հնդիկ մաթեմատիկոսների աշխատություններին: Ձեռք բերված գիտելիքների հիման վրա Ֆիբոնաչին գրեց մի շարք գիտական աշխատություններ, որոնք շատ մեծ ձեռքբերումներ էին համարվում միջնադարյան Եվրոպայի գիտության մեջ: Նրա գրքերից էին «Գիրք արաբի մասին», «Գործնական երկրաչափություն» և «Քառակուսիների գիրքը»: XIX դարում Պիզայում գիտնականի պատվին տեղադրվեց նրա արձանը:

Մեր օրերում Ֆիբոնաչիի անունը ավելի հաճախ հնչում է կապված մի զարմանահրաշ թվային շարքի հետ, որտեղ ամեն թիվ հավասար է իր նախորդ երկու թվերի գումարին:

Ոսկե հատումը հիմնված է Ֆիբոնաչիի հաջորդականության վրա.

1:  $1 + 1 = 2$

2:  $1 + 2 = 3$

3:  $2 + 3 = 5$

4:  $3 + 5 = 8$

5:  $5 + 8 = 13$

6:  $8 + 13 = 21$

7:  $13 + 21 = 34$

8:  $21 + 34 = 55$

9:  $34 + 55 = 89$

...

n:  $F_{n-2} + F_{n-1} = F_n$ :

Ուշագրավ է, որ Ֆիբոնաչիի թվերի հարաբերությունը հավասար է ոսկե հատմանը.

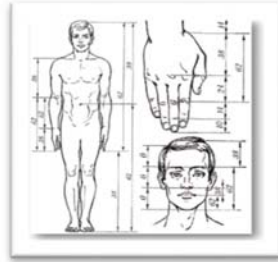
$$8/5 = 1,6 \quad 13/8 = 1,625 \quad 21/13 = 1,615 \quad 89/55 = 1,619 \quad \dots$$

Ֆիբոնաչին հիշատակվում էր կապված հետևյալ առաջադրանքի հետ որն է. «Մի մարդ դրեց գույգ ճագարներին կալլի մեջ, որը շրջապատված էր ցանկապատով: Քանի գույգ ճագար կարող է ծնվել մեկ տարվա ընթացքում, որ ամեն ամիս սկսած հաջորդ ամսից ամեն ճագարի գույգը ծննդաբերում է մեկ գույգ:»

Խնդրի լուծման թվերի հերթականությունը համընկնում է նրա անունով թվերի հերթականության հետ:

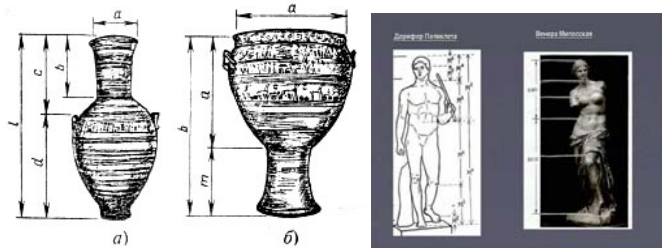
Ոսկե հատումի բազմաթիվ օրինակներ կան մեր շրջապատող աշխարհում: Նույնիսկ մարդու կառուցվածքի, ձյան փաթիլի կառուցվածքի մեջ կա ոսկե հատում: Ենթադրվում է, որ Ոսկե հատումը մարդկությունը օգտագործել է ճարտարապետության և դիզայնի մեջ առավել քան 4 հազար տարի:



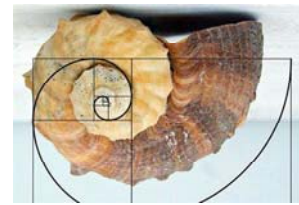


Դեռևս անտիկ աշխարհում քանդակագործներն իրենց արձաններում դա հաշվի են առել:

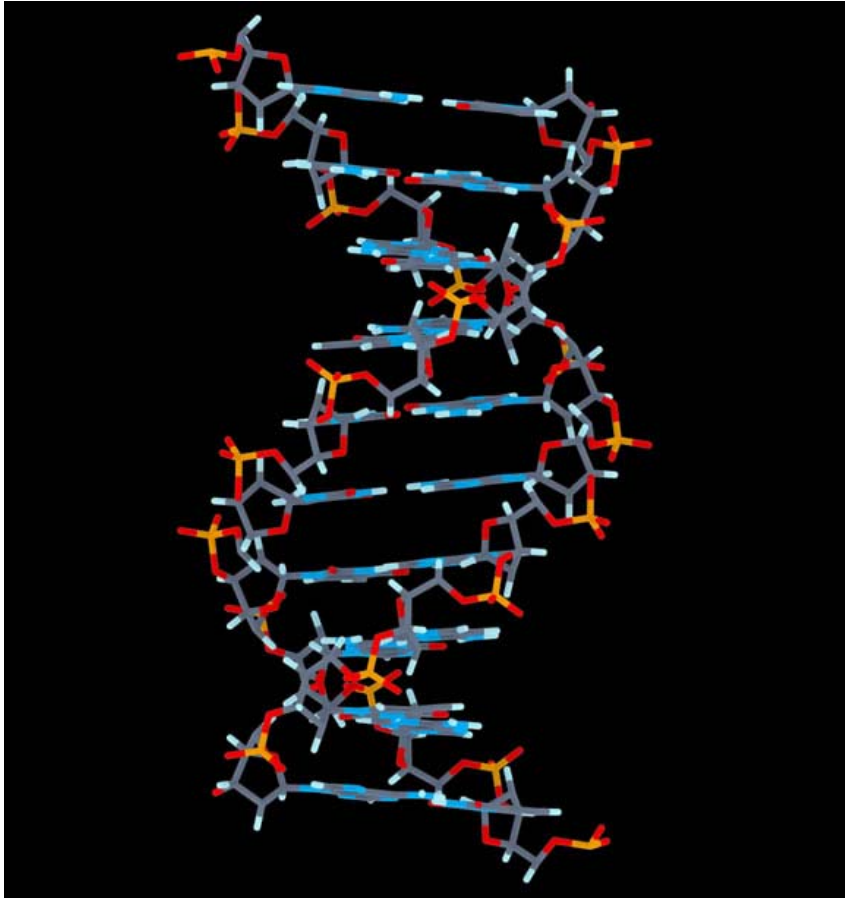
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{d}{l} = \varphi.$$



Ոսկե հատումը բնության մեջ

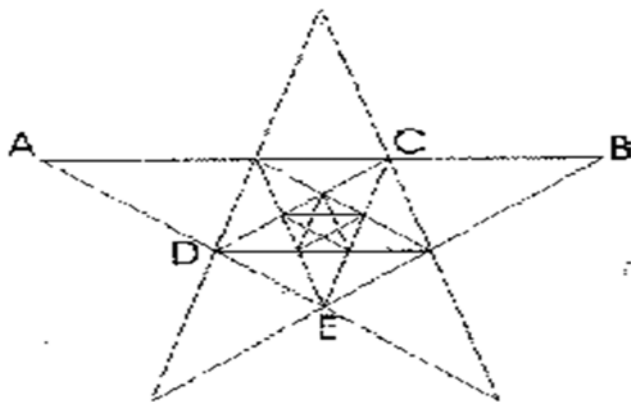


Կենսաբանները, նկարիչները, երաժիշտները, հոգեբանները ուսումնասիրել են ոսկե հատումը:



**ԴՆԹ-ի կառուցվածքը**

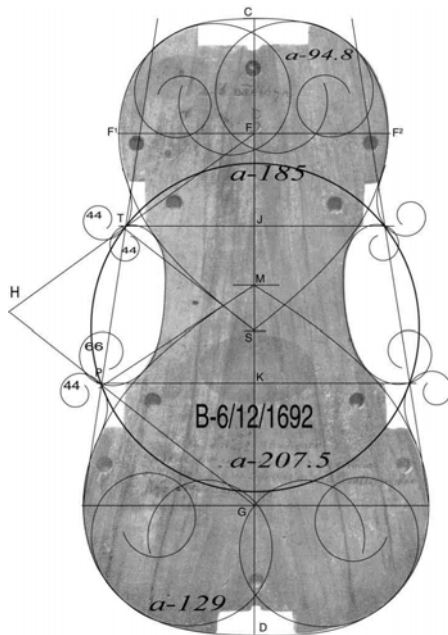
Պատահական չէ, որ պյուրազոբասականներն իրենց գաղտնի միության խորհրդանիշն ընտրել են հնգաթև աստղը: Աստղի կողմի վրա ցանկացած հատվածի և հարևան ավելի փոքր հատվածի հարաբերությունը հավասար է ոսկե հատմանը:



**ԲՆՑ. 4**

Արվեստաբանները գտնում են, որ ոսկե հատումը երաժշտության մեջ տանում է ներդաշնակության: Ընդ որում ինչքան հայտնի է կոմպոզիտորն, այնքան նրա ստեղծագործություններում գերիշխում է ոսկե հատումը: Ամենաշատ ոսկե հատում կա Բեթհովենի և Հայդենի մոտ՝ 97 % , Մոցարտի, Շուբերտի մոտ՝ 91 % , Շոպենի մոտ՝ 92 % :

Նույնիսկ Անտոնիո Ստադիվարուցն իր հայտնի ջութակի վրա Ֆնշանը տեղադրելիս օգտագործել է ոսկե հատումը:



## Ոսկե հատումը ճարտարապետության մեջ



Դասը անց է կացվում 10-րդ դասարանում

Դասի նպատակն է ցույց տալ թե ինչպե՞ս են արտադասարանային աշխատանքները նպաստում աշակերտների ինքնադրսևորման վրա, ինքնուրույնություն և նախաձեռնելու կարողություն ձևավորում մոտները:

Աշակերտները ձեռք են բերում հոգևոր, գեղագիտական, բնապահպանական և կիրառական գիտելիքներ:

Արտադասարանական աշխատանքները նպաստում են աշակերտների ազատ, անկաշկանդ ինքնադրսևորմանը: Նաև ստեղծագործելու հնարավորություն է տալիս:

Ինչպես ասել է Մակարենկոն.

«Դաստիարակը պետք է ունենա սանի առողջության պատկերը, միշտ իմանա, թե ինչ ուղղությամբ է շարժվում նրա բնավորությունը, ինչ հետաքրքրություններ և հակումներ, տաղանդներ և ընդունակություններ ունի նա, և որն է անհրաժեշտ զարգացնել»:

Արտադասարանական աշխատանքի ժամանակ ուսուցիչը կարող է նկատել աշակերտի այն կարողությունները, որոնք դասապրոցեսում չեն երևում: Արտադասարանական աշխատանքը նաև բարձրացնում է աշակերտի պատասխանատվության զգացումը, համագործակցելու հնարավորություն է տալիս, աշակերտը հասկանում է թե ինչ է թիմային աշխատանքը:

Ուսուցիչը պետք է լինի օգնողի դերում: Աշակերտները կլինեն նախաձեռնող, որն էլ կնպաստի վերջինների մեջ հետաքրքրություն և սեր սերմանել դեպի առարկան:

## **Հարցեր, որոնք ուղղորդում են հետազոտական աշխատանքը**

1. Մաթեմատիկան արվեստում`
  - գեղանկարչություն,
  - քանդակագործություն,
  - գորգագործություն,
  - երաժշտություն:
2. Մաթեմատիկան ճարտարապետության մեջ:
3. Մաթեմատիկան գրականության մեջ:
4. Ֆիզոնաչիի հաջորդականությունը բնության մեջ և արվեստի բնագավառում:
5. Պյութագորյան ուսումնասիրություններ թվի և երաժշտության վերաբերյալ:

## **Աշխատանքային փուլեր**

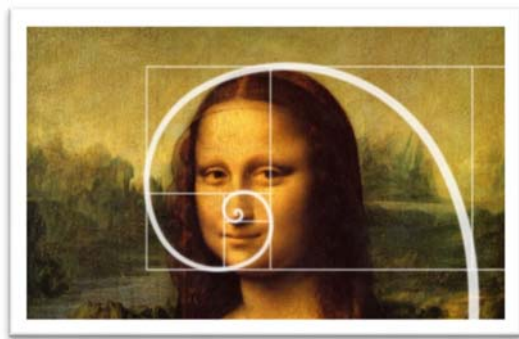
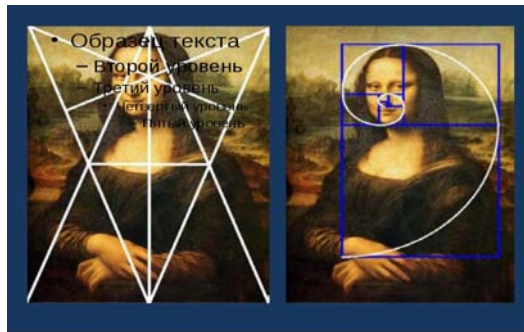
Ուսուցիչը ներկայացնում է թեմայի նյութն ու նախագիծը, սովորողները բաժանվում են 3 խմբի, քննարկում նախագծի հարցերը, ընտրում են թեման, որի շուրջ պետք է աշխատեն: Խմբերում աշակերտները կատարում են աշխատանքի բաժանում: Յուրաքանչյուր աշակերտ հասկանում է իր անելիքը: Խմբերին տրվում է ժամանակ աշխատանքը կատարելու համար: Աշակերտները աշխատանքը կատարելու համար օգտվում են համապատասխան գրականությունից և համացանցից, հավաքում են տեղեկություններ, կատարում վերլուծություններ: Ուսուցիչը լինում է վերահսկողի և խորհրդատուի դերում:

Աշխատանքները ներկայացվում են պաստառների և PowerPoint ծրագրով պատրաստված շնորհանդեսի միջոցով: Կազմակերպվում է արդյունքների ամփոփում, առաջացած հարցերի քննարկում: Աշակերտները հայտնում են իրենց կարծիքը դասի մասին. ի՞նչ սովորեցինք այս աշխատանքները կատարելու ընթացքում: Ստորև ներկայացնում ենք աշակերտների կատարած աշխատանքների նկարագիրը:

## Խումբ 1.

### Թեմա՝ «Երկրաչափությունն արվեստում»

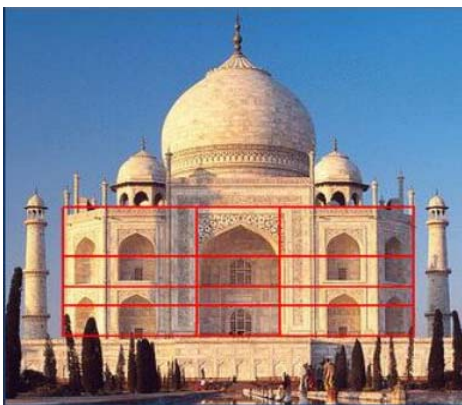
Աշակերտները պատրաստել են շնորհանդես, որտեղ գրել են երկրաչափության առանձնահատկությունների մասին, երկրաչափության արևելյան և արևմտյան ճյուղերի մասին: Նկարագրել են Ֆիբոնաչիի հաջորդականությունը արևածաղկի օրինակով: Մոնա Լիզայի նկարի և հնգաթև աստղի օրինակով նկարագրել են ոսկե հատումը: Ներկայացրել են սիմետրիան երկրաչափական պատկերներում և գեղանկարչության մեջ (կուբիզմ, սուպրեմատիզմ): Նկարագրել են նաև համաչափությունը երաժշտության մեջ, ժամանակակից արվեստում գորգագործության մեջ՝ հայկական գորգագործության կենդանապատկերների, երկրաչափականացված բուսածաղկային նախշերի և խաչի ներկայությունը, որին բնորոշ է նաև գաղափարա-իմաստային որոշակի բովանդակություն: Աշխատանքում ներկայացված է նաև Բենուա Մանդելբրոտի մտքերը երկրաչափության մասին և Մորիս Էշեռի տարածական սխալներով նկարների մասին:



## Խումբ 2.

### Թեմա՝ «Երկրաչափությունը ճարտարապետության մեջ»:

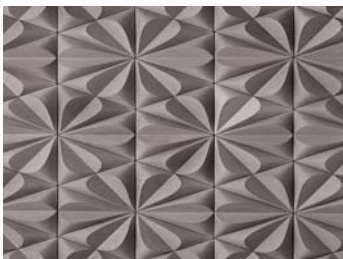
Տեղադրել են համաշխարհային ճարտարապետական շինությունների նկարներ: Տեղադրել են նաև այնպիսի շինությունների նկարներ, որոնց կառուցման ժամանակ կիրառվել է ոսկե հատումը (Պարթենոնի տաճար, Թաջ Մահալ, Փարիզի աստվածամոր տաճար): Նկարագրել են հայերի դերը աստղագիտության, ճարտարապետության մեջ: Խոսել են Քարահունջի և Մեծամորի աստղադիտարանների մասին: Այն մասին, որ հայերը եգիպտացիներից 1000 տարի առաջ կարողացել են կանխատեսել արևի և Լուսնի խավարումները: Յուցադրել են նաև հայկական վեցաձև աստղը, Գառնիի տաճարը, հայկական վանքերը և բերդաքաղաքները, որոնց մեջ առկա են ոսկե հատումը և երկրաչափական պատկերներ: Տեղադրել են Հռոմի Կոլիզեյի, մեքսիկական և եգիպտական բուրգերի, Պիզայի աշտարակի, Եդեոնի զոհերին նվիրված Ծիծեռնակաբերդի հուշահամալիրի նկարները: Աշխատանքը բավականին հետաքրքիր էր և բովանդակալից:



## Խումբ 3.

**Թեմա՝ «Երկրաչափական պատկերները էքստերիերում և ինտերիերում»:**

Երրորդ խումբը աշխատանքը ներկայացրել է նկարների տեսքով, պարզապես մեկնաբանելով նկարները:





## ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Այսպիսով՝ պարզվեց, որ հաճախակի կատարվող արտադասարանական միջոցառումները շատ են օգնում աշակերտներին ինքնաարտահայտման, ինքնադրսևորման հարցերում, աշակերտները կարողանում են ստեղծագործել և վերլուծել, եթե վերջիններս անմիջապես մասնակցում են տվյալ միջոցառման և՛ թեմատիկայի ընտրությանը, և՛ միջոցառման անցկացմանը, իսկ ուսուցիչները ընդամենը ուղղորդում են նրանց և արդյունքում ավելի լիարժեք են ճանաչում իրենց սաներին:

Արտադասարանական աշխատանքը սովորեցնում է նաև սովորել: Աշակերտների մոտ առաջանում է հետաքրքրություն առարկայի և ընդհանրապես ուսման նկատմամբ: Քանի որ մանկավարժական գործընթացի կարևոր բաղադրամաս են կազմում նաև արտադասարանական բազմաբնույթ միջոցառումները (ապացույցը՝ մեր հարցումներն ու միջոցառումներն էին), որոնց իրականացնողները պետք է աշակերտները լինեն, ուստի ժամանակահունչ և հրատապ է առաջնորդվել վերջիններիս պահանջներով, այն է նրանց միջոցով ու օգնությամբ կազմակերպենք բազմաբնույթ թեմաներով միջոցառումներ՝ հնարավորություն ստեղծելով, որ զարգանա աշակերտների ինքնուրույնությունը, որոնց շնորհիվ կլուծվի նաև ինքնիրացման խնդիրը, իսկ ուսումնական գործընթացը աշակերտների համար կդառնա ավելի բովանդակալից ու հետաքրքիր: Աշակերտները ստանում են ավելի շատ ինֆորմացիա, զարգանում է նրանց գեղագիտական ճաշակը, համացանցից և գրականությունից օգտվելու ունակությունը: Ստեղծվում է միջառարկայական կապ:

Կարծում եմ արտադասարանական աշխատանքները պետք է անցկացվեն ավելի հաճախ քանի որ արտադպրոցական աշխատանքի դերը շատ մեծ է ստեղծագործական ներուժի զարգացման գործում: Շատ աշակերտներ չեն բավարարվում դասարանում ստացած գիտելիքներով, նրանք ցանկանում են ավելին իմանալ իրենց սիրելի առարկայի մասին; հասկանալ, թե որտեղ և ինչպես գործնականում կիրառել ստացված գիտելիքները և գիտելիքների պահանջների բավարարումն իրականացվում է արտադասարանական աշխատանքի միջոցով,

ինչը ոչ միայն ընդլայնում է նրանց գիտելիքները, այլև զարգացնում անկախ աշխատանքի հմտությունները: Խնդիրները լուծելու, մաթեմատիկական գրականություն ուսումնասիրելու, դիդակտիկ նյութ պատրաստելու միջոցով աշակերտները սովորում են, զարգացնում իրենց մաթեմատիկական գիտելիքներն ու հմտությունները:

## ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Մանուկյան Ս. Պ. , Ընդհանուր մանկավարժագիտություն, «Զանգակ-97», Ե., 2005, 533:
2. Մանուկյան Մ. Մ., Արտադասարանական դաստիարակչական աշխատանքի առանձնահատկությունները, Ե., «Լույս», 1980, 147:
3. Սուխոմլինսկի Վ. Ա., Դաստիարակության մասին, Ե., «Լույս», 1976, 253:
4. Ս.Է. Հակոբյան, Երկրաչափություն 10, Երևան, «Տիգրան Մեծ» 2017
5. А. С. Макаренко, Сочинения, в 7 том, т 3, 1958, 346. – 527
6. <https://hy.wikipedia.org/wiki/%D5%96%D5%AB%D5%A2%D5%B8%D5%B6%D5%A1%D5%B9%D5%AB%D5%AB%D5%A9%D5%BE%D5%A5%D6%80>
7. <https://hy.wikipedia.org/wiki/%D5%96%D5%AB%D5%A2%D5%B8%D5%B6%D5%A1%D5%B9%D5%AB>
8. <https://eyegodigital.wordpress.com/2017/08/07/inche-voske-hatumy-ev-inchpes-kirarel-designum/>