ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ, ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ԵՎ ՍՊՈՐՏԻ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

ՀՀ ԿԳՄՍՆ «Երևանի Լեռյի անվան հ. 65 ավագ դպրոց» ՊՈԱԿ

ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Թեմա՝ Պարամետրական հավասարումների և համակարգերի լուծման տարբեր եղանակներ

Կատարող՝ **Լիլյա Վարդանյան**
Հ. Ավետիսյանի անվան թիվ 74 հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցչուհի

Ղեկավար՝ **Գայանե Սիմոնյան**

ԵՐԵՎԱՆ 2022

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում կան թեմաներ, որոնց արդյունավետ ուսուցման համար ուսուցչից պահանջվում են խորը գիտելիքներ և մեթոդական բազմաթիվ հնարքների տիրապետում: Այդպիսի թեմաներից է «Պարամետրական հավասարումները»: Երբեմն հավասարումը, բացի անհայտից, կարող է պարունակել նաև այլ տառեր, որոնք կոչվում են պարամետրեր: Այս դեպքում մենք գործ ենք ունենում անվերջ թվով հավասարումների հետ, քանի որ պարամետրի յուրաքանչյուր թույլատրելի արժեքի համար ստանում ենք մեկ հավասարում: Պարամետրի որոշ արժեք ների դեպում այն կարող է ունենալ մեկ կամ մի քանի արմատ, իսկ որոշ դեպքերում կարող է ընդհանրապես արմատ չունենալ:

Լուծել պարամետր պարունակող հավասարումը նշանակում է լուծել այն պարամետրի բոլոր թույլատրելի արժեքների դեպքում:

Պարամետրական հավասարումների լուծումը սովորողների մոտ մեծ դժվարություններ է առաջ բերում, քանի որ այս թեման չի հանդիսանում մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի առանձին մաս, և դիտարկվում է միայն մի քանի առանձին պարապմունքների ժամանակ:

Պարամետր պարունակող հավասարումների լուծումը կարելի է համարել գործունեություն, որն իր բնույթով մոտ է ստեղծագործականին: Դա պայմանավորված է նրանով, որ լուծման մեթոդի ընտրությունը, լուծման պրոցեսը, լուծումների պարզաբանումը գրաֆիկներով, պատասխանների գրառումը ենթադրում են այնպիսի կարողությունների տիրապետում, ինչպիսիք են դիտարկում, համեմատում, վերլուծում, վարկածի առաջ քաշում և ստուգում, ստացած արդյունքների ամփոփում:

Թեմայի արդիականությունը

Այս թեմայի ուսումնասիրությունը հնարավորություն է տալիս ցանկացած ապագա քաղաքացու ձեռք բերել վերլուծելու, փաստերը համադրելու հետազոտական կարողություններ:

Հետազոտության օբյեկտը հանրահաշվի ուսուցման գործընթացն է:

Հետազոտության խնդիրներն են.

- ուսումնասիրել պարամետր պարունակող հավասարումների լուծման մեթոդները,
- վեր հանել դրանց լուծման քանակները,
- այդ լուծումները մեկնաբանել գրաֆիկորեն:

Այս ամենը հիմք ընդունելով՝ աշխատանքը **նպատակ ունի.**

- կատարել հանրահաշվի դպրոցական դասագրքերի վերլուծություն,
- ընդգծել պարամետր պարունակող հավասարումների դասերը և դրանց լուծման մեթոդները:

Աշխատանքը բաղկացած է ներածությունից, երկու գլուխներից, եզրակացությունից և օգտագործված գրականության ցանկից:

Առաջին բաժնում դիտարկված են 5 տարբեր խնդիրներ, ներկայացված են դրանց լուծումների քանակները ու դրանց գրաֆիկական պատկերները:

Երկրորդ բաժնում ներկայացված է պարամետրական հավասարումների քանակի պարզաբանումը հետազոտական եղանակով:

Այս դիտարկումների արդյունքում ներկայացվել են համապատասխան եզրակացություններ: Աշխատանքի վերջում էլ բերված է օգտագործված գրական աղբյուրների ցանկը:

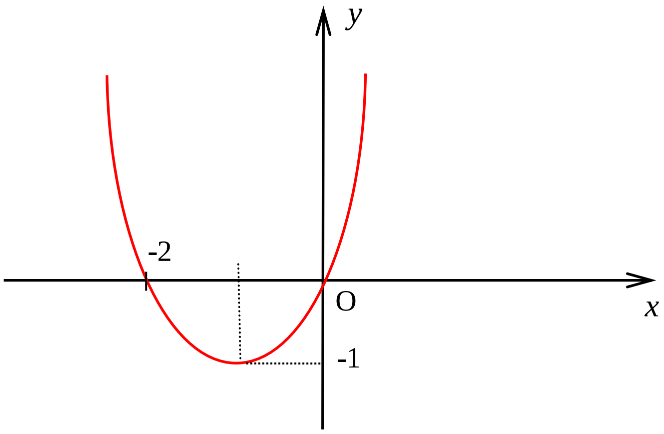
§ 1. ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԻ ՔԱՆԱԿԻ ՊԱՐԶԱԲԱՆՈՒՄԸ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ԵՂԱՆԱԿՈՎ

<u>Խնդիր N 1:</u> $\mathbf{|x^2+2x|=a-2}$

Կառուցենք $y=|x^2+2x|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը: Նախ կառուցենք $y=x^2+2x$ պարաբոլը, որի գագաթի աբսցիսը $x_0=-\frac{b}{2a}$ բանաձևով կստացվի $x_0=-1$, իսկ $x_0=-1$ կետում ֆունկցիայի արժեքը կստացվի $y_0=1-2=-1$, հետևաբար գագաթ՝ $(-1;-1)$ կետն է:

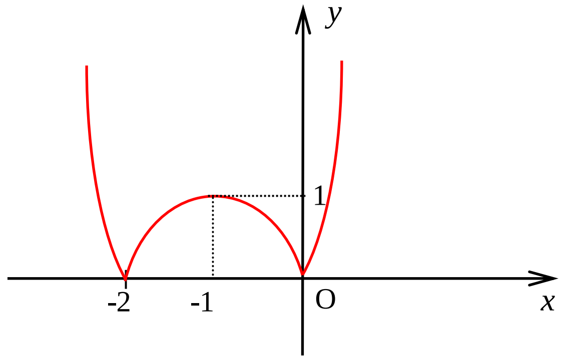
Գտնենք առանցքների հետ հատման կետերը. երբ $x=0$, ապա $y=0$, իսկ երբ $y=0$, ապա կստացվի $x^2+2x=0$, $x(x+2)=0$:

$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ առանցքները հատում է $(0;0)$, $(-2;0)$ կետերում:



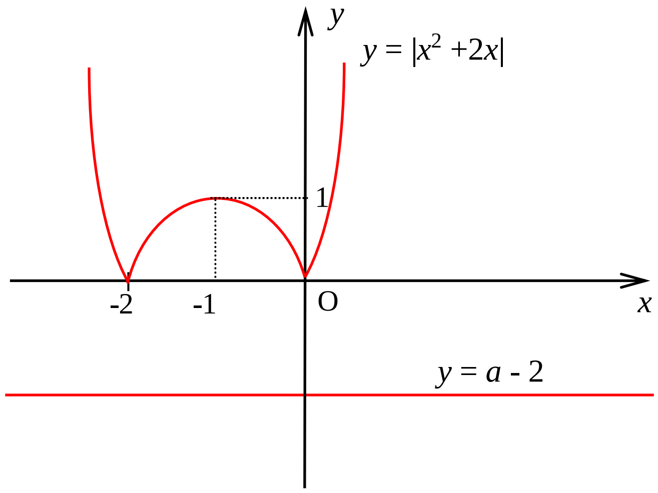
Օգտվենք $y=f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկից:

$y=|f(x)|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ստանալու եղանակից կստացվի հետևյալ գրաֆիկը.



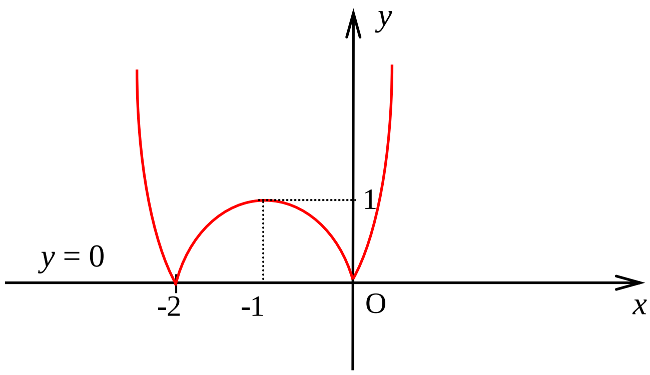
Պարզ է, որ $y=a-2$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, որտեղ a-ն պարամետր է, աբսցիսների առանցքին զուգահեռ ուղիղ է: Դնենք հետևյալ հարցը. $y=|x^2+2x|$ և $y=a-2$ ֆունկցիաների գրաֆիկների հատման կետերի քանակը, կախված a պարամետրի արժեքից:

Դժվար չէ նկատել, որ եթե $a-2<0$, արժեքի $a<2$, ապա այդ գրաֆիկները չունեն հատման կետեր $\Rightarrow$ հավասարումը նույնպես լուծում չունի:

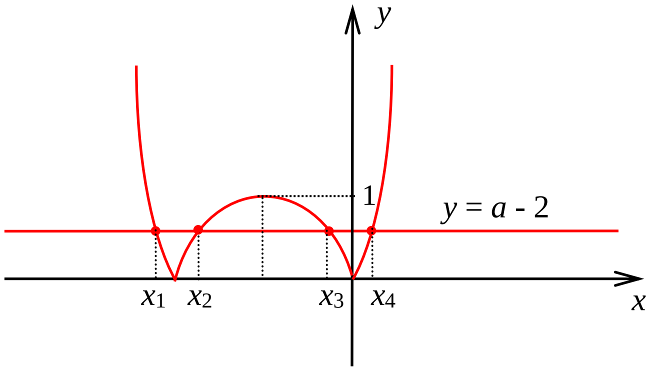


Հավասարումը լուծում կունենա այն և միայն այն դեպքում, երբ $a-2\geq 0$, այսինքն $a\geq 2$: Բայց $a\geq 2$ դեպքում հավասարումը կունենա կամ 2 լուծում, կամ 3, կամ 4 լուծում:

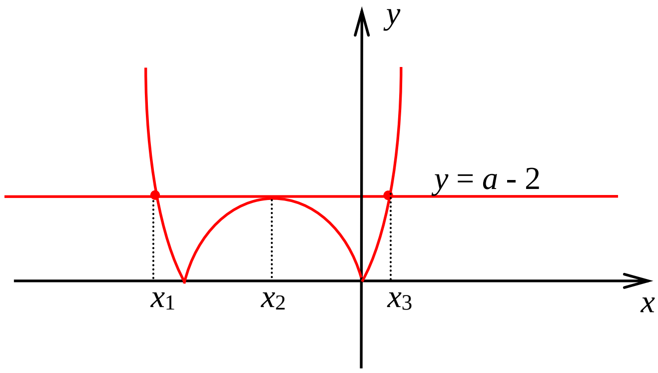
1) Երբ $a-2=0$, այսինքն $a=2$, ապա $y=|x^2+2x|$ և $y=0$ գրաֆիկները կհատվեն 2 կետում $\Rightarrow$ հավասարումը կունենա 2 լուծում.



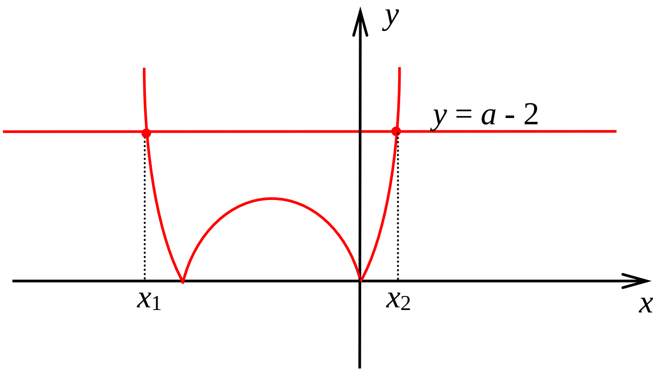
2) Երբ $a-2\in(0;1)$ $\Rightarrow$ $0<a-2<1$ $\Rightarrow$ $2<a<3$ $\Rightarrow a\in 2;3$, ապա $y=a-2$-ը $y=f(x)$ գրաֆիկի հետ կունենա 4 հատման կետ $\Rightarrow$հավասարումը կունենա 4 լուծում:



3) Երբ $a-2=1 \Rightarrow a=3$, ապա $y=a-2$ և $y=f(x)$-ը կհատվեն 3 կետում $\Rightarrow$ հավասարումը կունենա 3 լուծում:



4) Երբ $a-2>1 \Rightarrow a>3$, ապա հավասարումը կունենա 2 լուծում:



Պատ. ՝ երբ $a \in (-\infty;2)$, ապա հավասարումը լուծում չունի,

երբ $a \in \{2\} \cup (3;+\infty)$, ապա հավասարումն ունի 2 լուծում,

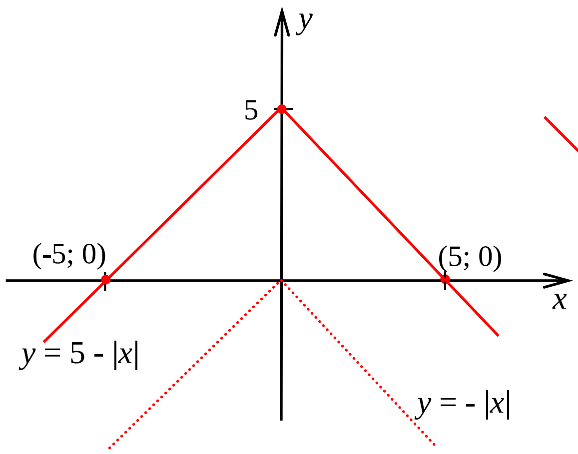
երբ $a=3$, ապա հավասարումն ունի 3 լուծում,

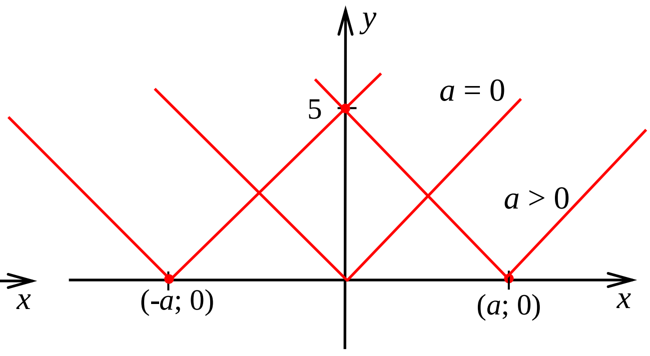
երբ $a \in (2;3)$, ապա հավասարումն ունի 4 լուծում:

Խնդիր N 2: $|\boldsymbol{x}|+|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{a}|=\boldsymbol{5}$ (գտնել հավասարման արմատների քանակը)

Հավասարումը համարժեք է $|x-a|=5-|x|$ հավասարմանը:

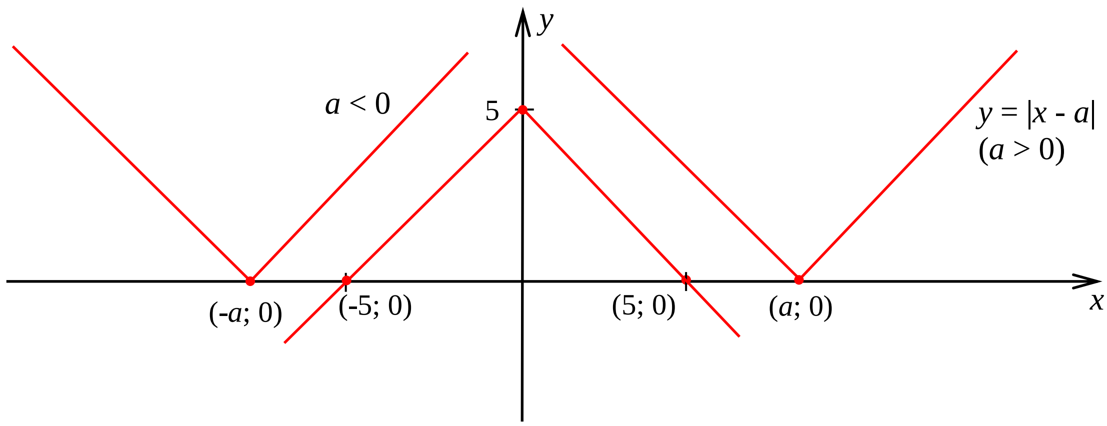
Կառուցենք $y=5-|x|$ և $y=|x-a|$ ֆունկցիաների գրաֆիկները:



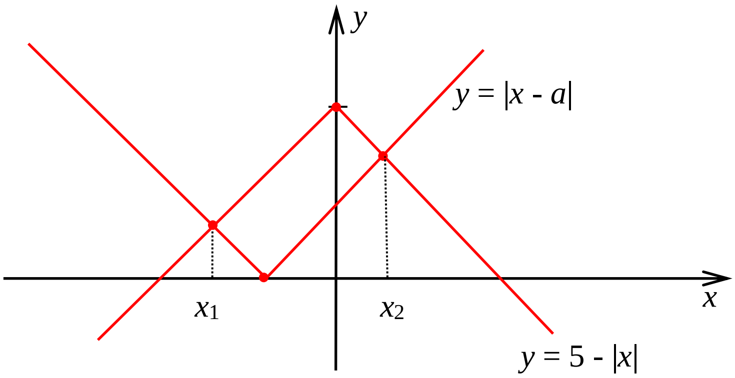


(կախված *a*-ից)

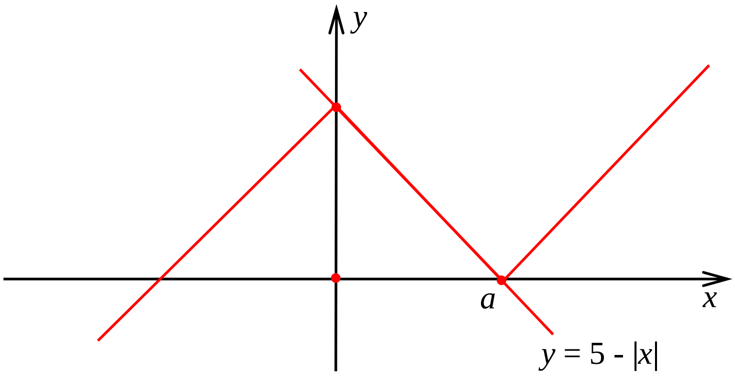
1) Երբ $a>5$ կամ $a<-5$, ապա ֆունկցիաների գրաֆիկները չեն հատվում $\Rightarrow$ հավասարումը լուծում չունի:



2) Երբ $-5<a<5$, ապա $y=5-|x|$ և $y=|x-a|$ ֆունկցիաների գրաֆիկները հատվում են 2 կետում $\Rightarrow$ հավասարումը կունենա 2 արմատ:

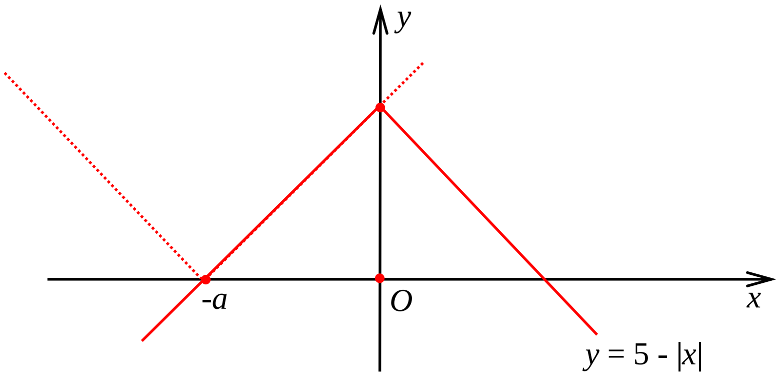


3) Երբ $a=5$, ապա $y=5-|x|$ և $y=|x-5|$ ֆունկցիաների գրաֆիկները կլինեն հետևյալ դասավորությամբ.



և հետևաբար հավասարումը կունենա անվերջ լուծումներ:

4) Երբ $a=-5$, ապա կստացվի հետևյալ փոխդասավորությունը.



և հավասարումը կունենա անվերջ լուծումներ:

Պատ.՝ երբ $a \in (-\infty;-5) \cup (5;+\infty)$, ապա հավասարումը լուծում չունի,

երբ $a \in (-5;5)$, ապա հավասարումը ունի 2 արմատ,

երբ $a = \pm 5$, ապա հավասարումը ունի անվերջ լուծումներ:

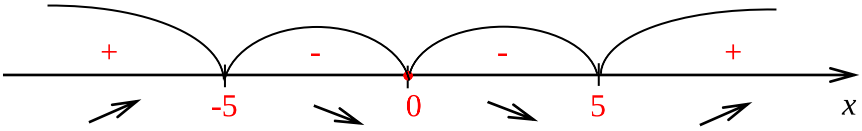
<u>Խնդիր N 3:</u> $\boldsymbol{x + \frac{25}{x} = a}$ (գտնել հավասարման արմատների քանակը)

Կառուցենք $y = x + \frac{25}{x}$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

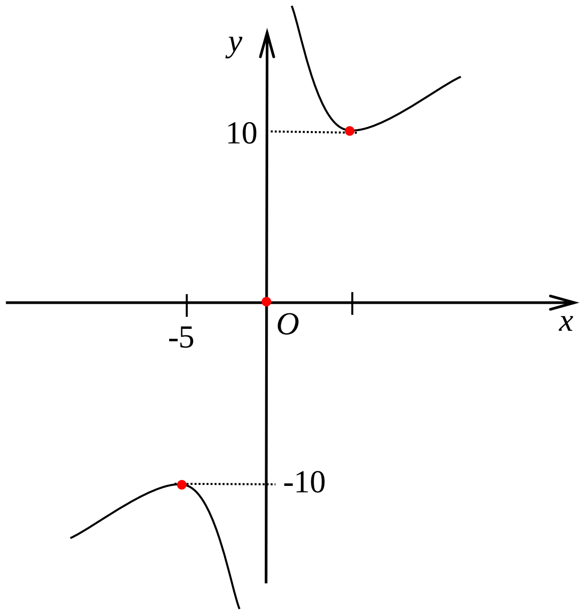
$$D(y) \in (-\infty;0) \cup (0;+\infty), \quad y' = 1 - \frac{25}{x^2} = \frac{x^2-25}{x^2}:$$

Գտնենք կրիտիկական կետերը.

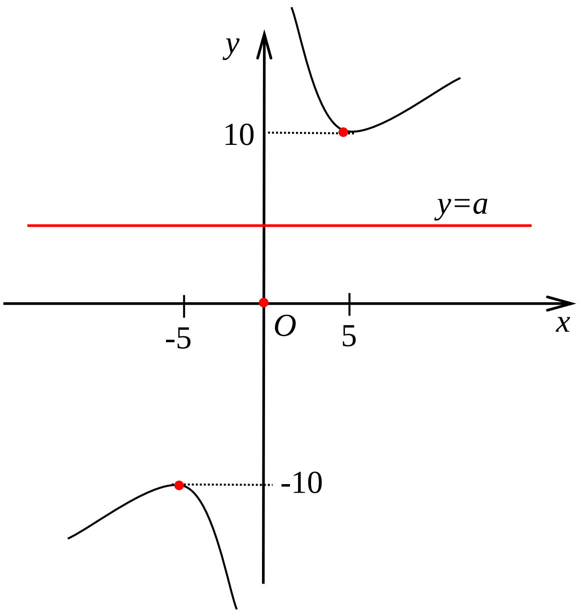
$$x^2 - 25 = 0; \quad x = \pm 5$$



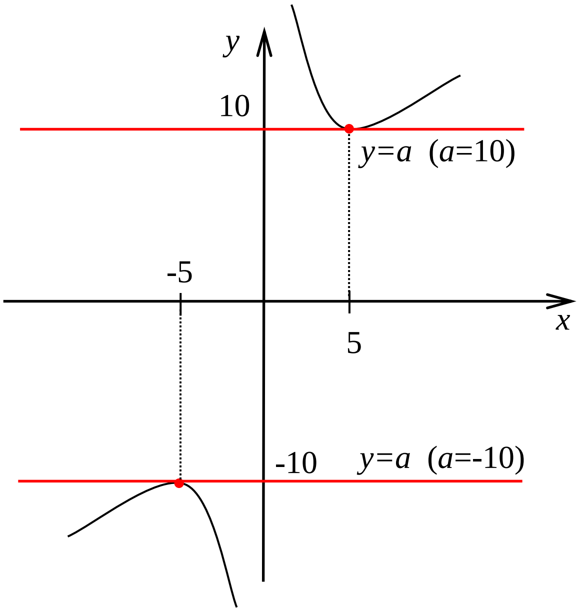
$$y' \Rightarrow x_{\max} = -5, \quad y(-5) = -10, \quad x_{\min} = 5, \quad y(5) = 10 :$$



Նշենք նաև, որ $y = x + \frac{25}{x}$ ֆունկցիայի առանցքի հետ հատում չունի։ Պարզ է, որ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը $(\infty;-10] \cup [10;+\infty)$ -ն է։ Քանի որ $y = a$ (որտեղ a-ն ցանկացած թիվ է), ֆունկցիայի գրաֆիկը x-երին զուգահեռ ուղիղ է $\Rightarrow$ կարելի է եզրակացնել, որ.

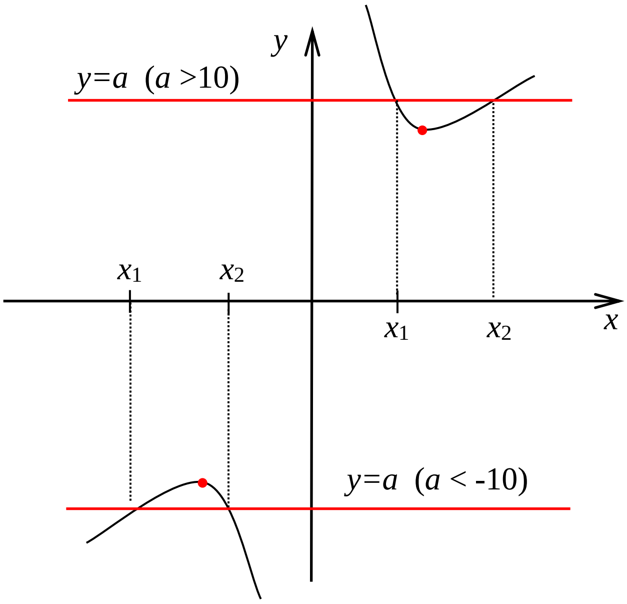


1) Եթե $a \in (-10;10)$, ապա հավասարումը լուծում չունի, այսինքն $y = a$ ուղիղը և $y = x + \frac{25}{x}$ ֆունկցիայի գրաֆիկները չեն հատվում $\Rightarrow$ հավասարումը լուծում չունի։



2) Եթե $a = \pm 10$, ապա հավասարումն ունի 1 լուծում։

Դիտողություն. Երբ $a=\pm 10$, ապա հավասարումը կարելի էր լուծել անալիտիկ, համոզվելով, որ այն ունի 1 լուծում:



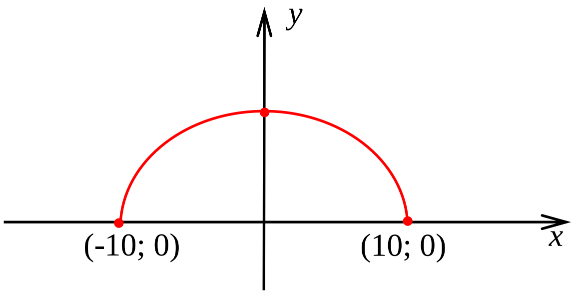
3) Երբ $a>10$ կամ $a<-10$, ապա $y=a$ ուղիղը $y=x+\frac{25}{x}$ ֆունկցիայի գրաֆիկին կհատի 2 կետում $\Rightarrow$ հավասարումը կունենա 2 լուծում:

Պատ.՝ երբ $a\in(-10;10)$, ապա հավասարումը լուծում չունի,

երբ $a=\pm 10$, ապա հավասարումն ունի 1 լուծում,

երբ $a\in[-\infty;-10)\cup(10;+\infty]$, ապա հավասարումն ունի 2 լուծում:

Խնդիր N 4: $\sqrt{\mathbf{100-x^2}}=\boldsymbol{x-a}$ (գտնել հավասարման արմատների քանակը)

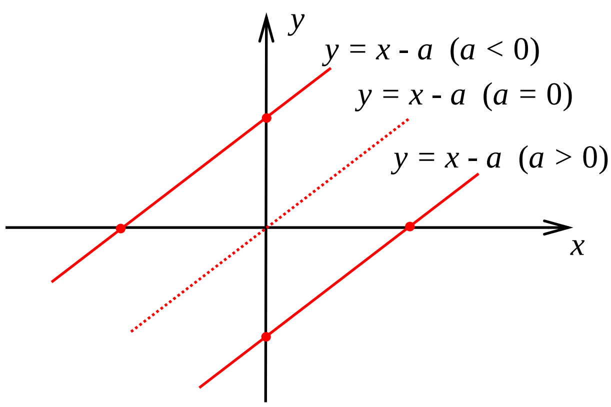


Դիտարկենք $f(x)=\sqrt{100-x^2}$ ֆունկցիան և կառուցենք նրա գրաֆիկը:

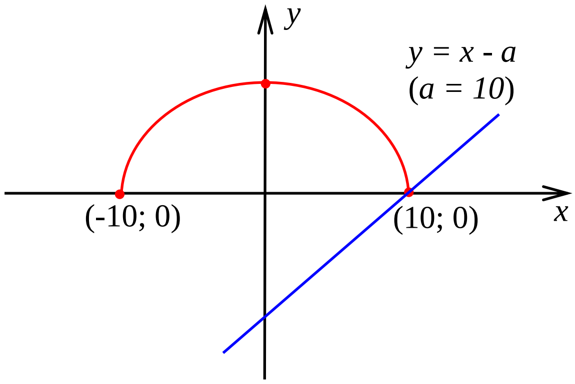
$D(y)\in[-10;10]$,

$E(y)\in[0;10]$,

$y=x-a$ ուղիղը $y=x$ ֆունկ-ցիայի գրաֆիկի տեղաշարժն է y-ների ուղղությամբ դեպի վեր $a<0$ դեպքում, և դեպի վար՝ $a>0$ դեպքում:

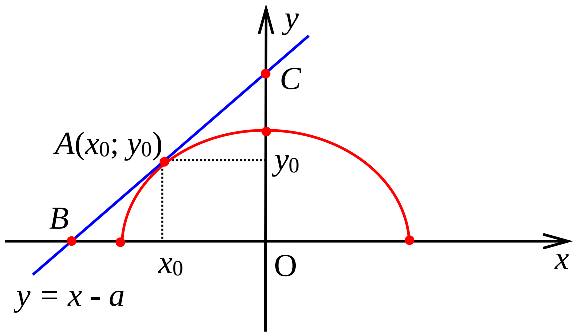


Նախ պարզենք, թե հավասարումը երբ կունենա մեկ լուծում: Երբ $y=x-a$ ուղիղն անցնի (10;0) կետով, այսինքն $0=10-a \Rightarrow a=10$, ապա հավասարումը կունենա 1 լուծում:



Հավասարումը մեկ լուծում կունենա նաև այն դեպքում, երբ $y=x-a$ ուղիղը լինի շոշափող:

Քանի որ $y=x-a$ ուղիղը x-երի դրական ուղղության հետ կազմում է 45° անկյուն $\Rightarrow$



գտնենք $f(x)=\sqrt{100-x^2}$ ֆունկցիայի գրաֆիկի այն կետը, որում աճանցյալը հավասար է $tg45°$-ի $\Rightarrow$ լուծենք $f'(x)=1$ հավասարումը:

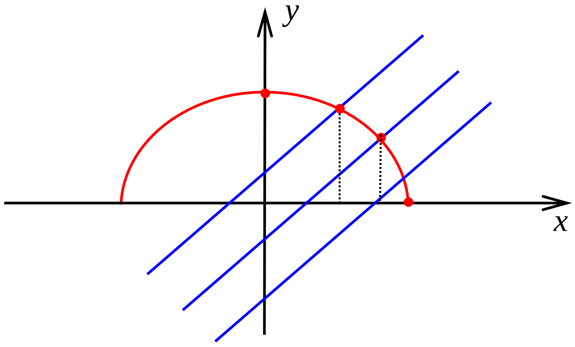
$$f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{100-x^2}}, \qquad -\frac{x}{\sqrt{100-x^2}}=1, \qquad \sqrt{100-x^2}=-x,$$

$$\begin{cases}-x\geq 0\\ 100-x^2=x^2\end{cases} \qquad \begin{cases}x\leq 0\\ x=\pm 5\sqrt{2}\end{cases} \Rightarrow x_0=-5\sqrt{2} \Rightarrow f(-5\sqrt{2})=5\sqrt{2}:$$

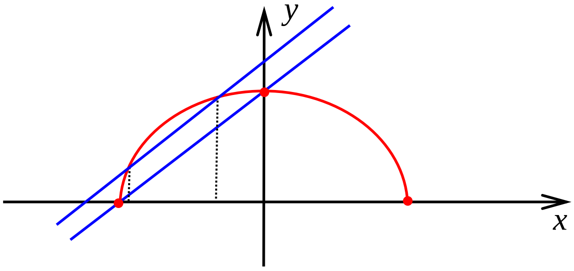
Հետևաբար A կետն ունի $A(-5\sqrt{2};5\sqrt{2})$ կոորդինատներ: Քանի որ $y=x-a$ ուղիղը և $f(x)=\sqrt{100-x^2}$ ֆունկցիայի շոշափողն է $A(-5\sqrt{2};5\sqrt{2})$ կետում $\Rightarrow y=x-a$-ն անցնում է A կետով $\Rightarrow 5\sqrt{2}=-5\sqrt{2}-a \Rightarrow a=-10\sqrt{2}$:

Այսինքն $a=-10\sqrt{2}$ դեպքում հավասարումն ունի 1 լուծում:

Հավասարումը կունենա մեկ լուծում նաև այն դեպքում, երբ $-10<a<10$:



Հավասարումը կարող է ունենալ նաև 2 լուծում:



Երբ $-10\sqrt{2} < a < -10$, ապա $f(x) = \sqrt{100 - x^2}$ և $y = x - a$ կհատվեն 2 կետում:

Իսկ երբ $a > 10$ կամ $a < -10\sqrt{2}$, ապա $f(x) = \sqrt{100 - x^2}$ և $y = x - a$ ֆունկցիայի գրաֆիկները չեն հատվի $\Rightarrow$ հավասարումը լուծում չունի:

Պատ. ՝ երբ $a \in (-\infty; -10\sqrt{2}) \cup (10; +\infty)$, ապա հավասարումը լուծում չունի,

երբ $a \in \{-10\sqrt{2}\} \cup (-10; 10]$, ապա հավասարումն ունի 1 լուծում,

երբ $a \in (-10\sqrt{2}; -10]$, ապա հավասարումն ունի 2 լուծում:

Խնդիր N 5: Փորձենք գրաֆիկորեն լուծել նաև

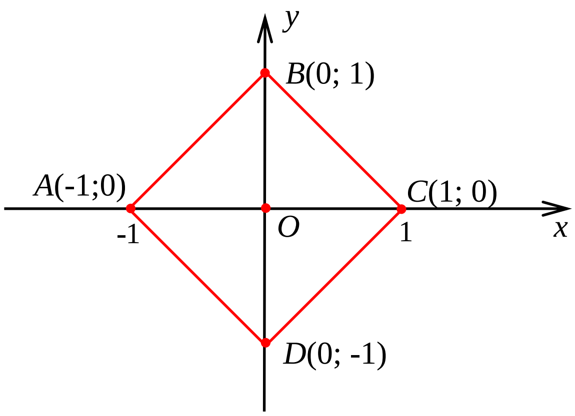
$$\begin{cases} |x| + |y| = 1 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

համակարգը, որտեղ a-ն պարամետր է:

Նախ կառուցենք $|x| + |y| = 1$ հավասարման գրաֆիկը: Հաշվի առնելով, որ

$$|x| + |y| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 1, \\ y = x - 1, \\ y = x + 1, \\ y = -x - 1, \end{cases} \quad \text{եթե} \quad \begin{matrix} x \geq 0, \ y \geq 0 \\ x \geq 0, \ y < 0 \\ x < 0, \ y \geq 0 \\ x < 0, \ y < 0 \end{matrix}$$

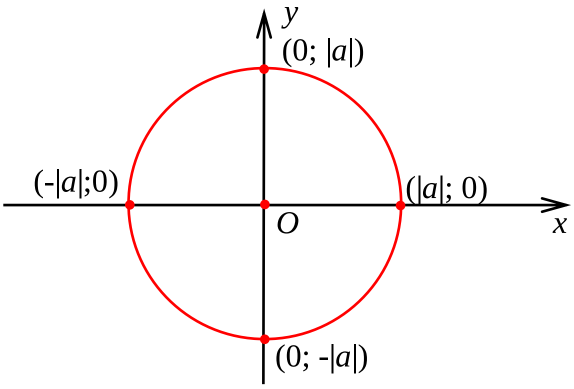
Կստացվի հետևյալ գրաֆիկը, որը $ABCD$ քառակուսին է:



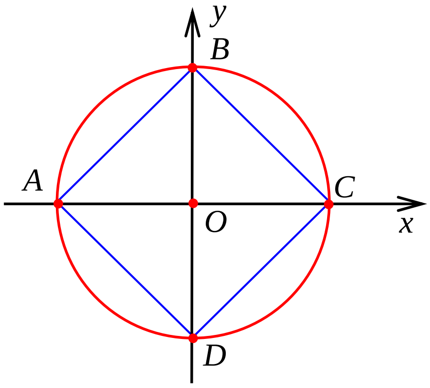
Դիտարկենք համակարգի երկրորդ հավասարումը. $x^2+y^2=a^2$:

Եթե $a=0$, ապա կստացվի, որ $x=0$, $y=0$, որը չի բավարարում համակարգի առաջին հավասարմանը $\Rightarrow a=0$ դեպքում համակարգը լուծում չունի:

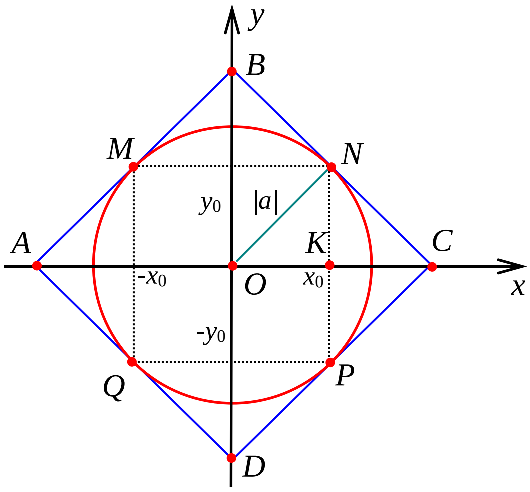
Եթե $a\neq 0$, ապա $x^2+y^2=a^2$ հավասարման գրաֆիկը $(0;0)$ կենտրոնով, $R=|a|$ շառավղով շրջանագիծ է:



Դժվար չէ նկատել, որ եթե շրջանագիծը *ABCD* քառակուսուն արտագծված լինի կամ ներգծված, ապա համակարգը կունենա 4 լուծում:



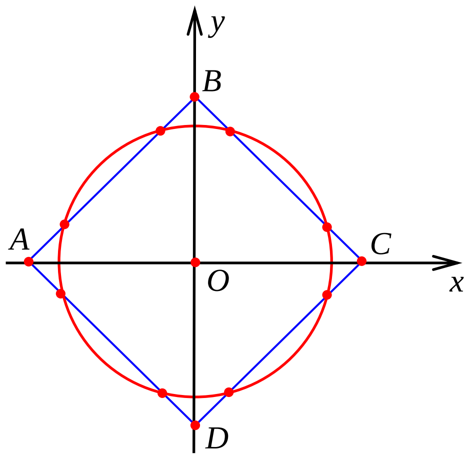
կամ



Եթե $|a|=1 \Rightarrow a=\pm 1$, ապա համակարգը կունենա 4 լուծում. $(1;0)$, $(0;1)$, $(-1;0)$, $(0;-1)$:

Պարզենք, թե a-ի որ արժեքների դեպքում շրջանագիծը կլինի ներգծած *ABCD* քառակուսուն: ΔBOC-ից $BC=\sqrt{2}$, իսկ ON-ը, որը շրջանագծի շառավիղն է, նաև *BOC* ուղղանկյուն եռանկյան ուղիղ անկյան գագաթից տարված բարձրությունն է $\Rightarrow ON=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \;\Rightarrow\; |a|=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \;\Rightarrow\; a=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ դեպքում համակարգը կունենա 4 լուծում. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$:

Եթե շրջանագծի շառավիղը՝ $R=|a|$ այնպիսին է, որ շրջանագիծը ներգծած դիրքից փոխվում է մինչև արտագծած դիրքը, ապա համակարգը կունենա 8 լուծում՝ այսինքն $\frac{\sqrt{2}}{2}<|a|<1$ դեպքում համակարգն ունի 8 լուծում.



$$\begin{cases} |a|<1 \\ |a|>\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\in(-1;1) \\ a\in\left(-\infty;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right) \end{cases} \Rightarrow a\in\left(-1;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{2}}{2};1\right)$$

դեպքում՝ 8 լուծում:

Եթե

$$\left[\begin{array}{l} |a|>1 \\ |a|<\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a\in(\infty;-1)\cup(1;+\infty) \\ a\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \end{array}\right. \Rightarrow a\in(\infty;-1)\cup\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup(1;+\infty)$$

դեպքում համակարգը լուծում չունի:

Պատ. ՝ ա) Եթե $a=\pm1$, ապա համակարգը ունի 4 լուծում,

բ) երբ $a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, ապա համակարգը ունի 4 լուծում,

գ) եթե $a\in\left(-1;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{2}}{2};1\right)$, ապա համակարգը ունի 8 լուծում,

դ) եթե $a\in(-\infty;-1)\cup\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup(1;+\infty)$, ապա $x\in\varnothing$:

§ 2. ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԻ ՔԱՆԱԿԻ ՊԱՐԶԱԲԱՆՈՒՄԸ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԵՂԱՆԱԿՈՎ

Պարամետրական հավասարումների լուծման գրաֆիկական եղանակի վերը նշված մոտեցումը բոլոր տարբերակներում չէ, որ արդյունավետ է:

Օրինակ 1՝ Լուծել

$$(x^2-a)^2-6x^2+4x+2a=0$$

հավասարումը:

Նախ նշենք, որ $a\in(-\infty;+\infty)$:

Ձևափոխենք տրված հավասարումը.

$x^4-2x^2a+a^2-6x^2+4x+2a=0$, $\quad a^2-(2x^2-2)\cdot a+x^4-6x^2+4x=0$,

$a^2-2(x^2-1)\cdot a+x^4-6x^2+4x=0$:

Ստացված հավասարումը վերածվեց a-ի նկատմամբ քառակուսի հավասարման:

$$D_1=(x^2-1)^2-x^4+6x^2-4x=4x^2-4x+1=(2x-1)^2\geq 0$$

ցանկացած x-ի դեպքում:

$$\left[\begin{array}{l}a_1=x^2-1+|2x-1|\\ a_2=x^2-1-|2x-1|\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+2x-2=a\\ x^2-2x=a\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2+2x-2-a=0 & (1)\\ x^2-2x-a=0 & (2)\end{array}\right.$$

Լուծենք (1)-ը.

$$x^2+2x-(a+2)=0,\quad D_1=1+(a+2)=a+3,$$

եթե $a=-3$, ապա $x=-1$,

եթե $a>-3$, ապա $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{a+3}$,

եթե $a<-3$, ապա $x\in\varnothing$:

Լուծենք (2)-ը.

$$x^2-2x-a=0,\quad D_1=1+a,$$

եթե $a=-1$, ապա $x=1$,

եթե $a>-1$, ապա $x_{1,2}=1\pm\sqrt{a+1}$, եթե $a<-1$, ապա $x\in\varnothing$:

Բայց պետք է $a>-1$ դեպքը քննարկենք առանձին, քանի որ $a>-1$ դեպքում ստացվող լուծումներից կարող են լինեն համընկնող արմատներ:

$$\left[\begin{array}{l} -1+\sqrt{a+3}=1+\sqrt{a+1} \\ -1+\sqrt{a+3}=1-\sqrt{a+1} \\ -1-\sqrt{a+3}=1+\sqrt{a+1} \\ -1-\sqrt{a+3}=1-\sqrt{a+1} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} a=-\dfrac{3}{4} \\ a=-\dfrac{3}{4} \\ a\in\varnothing \\ a=-\dfrac{3}{4} \end{array}\right. :$$

$a=-1$-ի դեպքում (1) հավասարումը ունի 2 լուծում, իսկ (2)-ը՝ 1 լուծում: Հետևաբար՝ $a=-1$-ի դեպքում կունենանք 3 լուծում:

Պատ. ՝ եթե $a<-3$, ապա $x\in\varnothing$,

եթե $a=-3$, ապա 1 լուծում,

եթե $a\in(-3;-1)$, ապա 2 լուծում,

եթե $a=\left\{-\dfrac{3}{4};-1\right\}$, ապա 3 լուծում,

եթե $a\in\left(-1;-\dfrac{3}{4}\right)\cup\left(-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$, ապա 4 լուծում:

Համակցված հավասարումները նույնպես կարելի է լուծել գրաֆիկական եղանակով: Սակայն այն արագ արդյունքի չի հասցնում: Մինչդեռ հետազոտական մոտեցումը արագ ավարտում է խնդիրը:

Օրինակ 2՝ $|\log_2(|x|-2)|=\cos x$:

Նշանակենք՝

$$f(x)=|\log_2(|x|-2)|, \quad g(x)=\cos x:$$

Թե $f(x)$ և թե $g(x)$ ֆունկցիաները զույգ են:

Հավասարման ԹԱԲ-ը կգտնենք $|x|-2>0$ անհավասարումը լուծելով հետևում է $x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$:

Քանի որ ԹԱԲ-ը համաչափ է 0-ի նկատմամբ, ապա եթե x_0-ն հավասարման արմատն է, ապա կհետևի, որ $-x_0$-ն նույնպես արմատ է, ապա բավական է հավասարումը լուծել $(2;+\infty)$ միջակայքում:

Քանի որ

$$|\log_2(|x|-2)|=\cos x\in[-1;1],\quad x\in(2;+\infty)\text{-ում } |x|=x\quad\Rightarrow$$

$$|\log_2(|x|-2)|=|\log_2(x-2)|\ \Rightarrow\ |\log_2(x-2)|=\cos x:$$

Հավասարումը լուծում կունենա, եթե $\cos x\in[0;1]\Rightarrow 0\leq|\log_2(x-2)|\leq 1$:

$$\begin{cases}\log_2(x-2)\leq 1\\ \log_2(x-2)\geq -1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-2\leq 2\\ x-2\geq \dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\leq 4\\ x\geq 2.5\end{cases}\Rightarrow x\in[2.5;4]:$$

Իսկ երբ $x\in[2.5;4]$, ապա $\cos<0\Rightarrow|\log_2(x-2)|=\cos x$ հավասարումը լուծում չունի, հետևում է $x\in\varnothing$:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Հետազոտության կատարման ընթացքում լուծվեցին հետևյալ հարցերը.

1. Կատարվել է դպրոցական դասագրքերի վերլուծություն՝ պարամետրական հավասարումների լուծման հիմնական մեթոդները պարզելու նպատակով: Դրա արդյունքում եկանք այն եզրահանգման, որ պետք է դասապրոցեսների ժամանակ կիրառել ստեղծագործական բնույթի առաջադրանքներ, որպեսզի սովորողները իրենց գիտելիքներն կարողանան կիրառել ոչ ստանդարտ իրավիչակներում:
2. Առանձնացվել են պարամետր պարունակող հավասարումների լուծման մեթոդները:
3. Տարբեր տարիների բուհական քննությունների փորձը ցույց է տալիս, որ աշակերտների զգալի մասը դժվարանում է լուծել պարամետրական հավասարումներին վերաբերվող միջին բարդության և դժվարին խնդիրները: Նույն խնդիրը լուծելով անալիտիկ և գրաֆիկական մեթոդներով՝ աշակերտը հարստացնում է խնդիրների լուծման իր զինանոցը , որն էլ հնարավորություն է տալիս սովորողին դժվարին իրավիճակներից արդյունավետ ելք գտնել:
4. Պարամետրերով խնդիրների լուծումը սովորողների մոտ ձևավորում է դիտարկման, համեմատման, վերլուծման, դասակարգման, ընդհանրացման և այլ հմտություններ:

ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Հանրակրթության պետական չափորոշիչ, Երևան 2021

https://www.arlis.am/documentview.aspx?docid=149788

2. Մաթեմատիկա։ Հանրակրթական դպրոցի առարկայական չափորոշիչ և ծրագիր, Անտարես, Երևան, 2006։

3. Մաթեմատիկա. 2016թ. Պետական ավարտական և միասնական քննություն-ների առաջադրանքների շտեմարան (մաս 1, մաս 2)

4. Wikipedia.com

5. «Մաթեմատիկան դպրոցում» ամսագրեր