<<ՍԵՎԱՆԻ Խ.ԱԲՈՎՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ >>

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ

ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ

ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍՆԹԱՑ 2022

ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ << ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԱՐՐԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԻՋՈՑՈՎ>>

ԱՌԱՐԿԱ ՄԱՏԵՄԱՏԻԿԱ

ՀԵՂԻՆԱԿ ՀՈՎԻԿ ՀԱԿՈԲՅԱՆ

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ ԴԴՄԱՇԵՆԻ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ժամանակակից կրթական հայեցակարգերում ավելի է կարևորվում սովորողների բարձրակարգ մտածողության զարգացման խնդիրը: Աշխարհում տեղի ունեցող արագընթաց զարգացումները իրենց անմիջական ներգործությունն են ունենում կրթական համակարգերի վրա՝ առաջադրելով գիտելիքահեն տնտեսության և տեղեկատվական հասարակության պայմաններում գործող և ապրող մարդու ձևավորման նոր պահանջ: Եվ դա իր հերթին առաջ է բերում կրթության բովանդակության վերանայման ու արդիականացման խնդիր: Հանրահայտ է, որ հանրակրթության առանցքային նպատակներից մեկը աշակերտին մտածել սովորեցնելն է: Առանձնացվում են այդ նպատակին հասնելու երկու հիմնական ուղիներ. մտածողության մասին գիտության՝ տրամաբանության տարրերի իմացությունը և մաթեմատիկայի ուսումնասիրությունը, ինչը բոլոր ժամանակներում դիտվել է որպես սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման լավագույն միջոց: Սակայն այստեղ առաջանում են հետևյալ հարցադրումները. արդյո՞ք պետք է տրամաբանության հիմունքները ներառվեն հանրակրթական ծրագրերում, թե՞ միայն մաթեմատիկայի ուսուցումը բավարար է մտածողության ձևավորման խնդրի լուծման համար: Իսկ միգուցե պետք է համադրե՞լ այս մոտեցումները և տրամաբանության տարրերը ներառել մաթեմատիկայի դասընթացու՞մ: Տարբեր ժամանակներում տարբեր շեշտադրումներ են կատարվել ու տարբեր մոտեցումներ են ցուցաբերվել այդ հարցերի լուծման նկատմամբ:

Սակայն գիտամանկավարժական գրականության մեջ միասնական տեսակետ չի ձևավորվել: Ավելին, հաճախ արտահայտվում են միմյանց հակադիր, իրարամերժ կարծիքներ: Մասնավորպես ԽՍՀՄ-ում, որի կրթական ավանդույթները պահպանվում էին նաև մեր երկրում, 50-60-ական թվականներին գերիշխում և իրականացվում էր այն տեսակետը, որ անհրաժեշտ է միջնակարգ դպրոցում դասավանդել առանձին «Տրամաբանություն» առարկա: Սակայն հետագայում, գաղափարական և քաղաքական նկատառումներից ելնելով, դադարեցվել է այդ առարկայի դասավանդումը, և առաջին պլան է մղվել այն տեսակետը, թե տրամաբանական մտածողության զարգացման համար պետք է բավարարվել մաթեմատիկայի ընձեռած հնարավորություններով,իսկ նման հնարավորություններ ստեղծեցին Ա.Ն. Կոլմոգորովի գլխավորությամբ ստեղծված դասագրքերը: Հավանաբար, այդ դասագրքերի բարդությունն էր հիմնական պատճառը, որ հետագա տարիների ընթացքում աստիճանաբար նվազեց տրամաբանության բաղադրիչի դերը հանրակրթական ծրագրերում: Մասնավորապես 80-ական թվականներին ստեղծված մաթեմատիկայի, հատկապես հանրահաշվի ծրագրերի ու դսագրքերի վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ գերիշխող են դարձել գիտելիքի հաղորդման և յուրացման վարժանքային սխեմաները, ինչի հետևանքով շոշափելի նահանջ է ունեցել սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման մակարդակը: Դրա վերաբերյալ բազմաթիվ արձագանքներ են առկա 1985 թվականից հետո հրատարակված գիտամանկավարժական գրականության մեջ:

Հնչում էին տեսակետներ այն մասին, որ առանց տրամաբանական գիտելիքների ուսուցման, անհնար է ապահովել սովորողների մտավոր կարողությունների զարգացումը:

Սույն աշխատանքում նպատակ է դրվել հիմնավոր համարելով հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկա ուսումնական բնագավառի առարկաների ուսուցման գործընթացում տրամաբանության տարրերի ներառումը, մշակել սովորողների լեզվահաղորդակցական կարողությունների ու տրամաբանական մտածողության զարգացմանը ծառայող մեթոդիկա: Այդ նպատակին հասնելու համար անհրաժեշտ է եղել լուծել մասնավորապես հետևյալ խնդիրները.

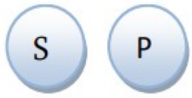
1. Մշակել և մատնանշել մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում տրամաբանության տարրեր ներառելու և դրա միջոցով սովորողների լեզվատրամաբանական մտածողության զարգացումը ապահովող տեսական և գործնական արդյունավետ ուղիներ և դրանց իրականացմանն ուղղված, մեթոդապես մշակված և փորձարկված համապատասխան նյութեր և երաշխավորություններ:

2. Պարզաբանել և մաթեմատիկայի ուսուցման համար հարմարեցնել ժամանակակից այն մեթոդներն ու մեթոդական հնարները, որոնց կիրառությունը արդյունավետ է սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման համար և իրենց գրավչության ու մատչելիության շնորհիվ խթանում են սովորողների հետաքրքրությունը մաթմատիկայի ուսուցման գործընթացի նկատմամբ:

1.Հասկացությունների դատողությունների արտահայտումը բազմությունների միջոցով

Մաթեմատիկայում բազմությունների տեսությունը և մաթեմատիկական տրամաբանությունը ունեն առանձնահատուկ նշանակություն, քանի որ դրանք կիրառվում և օգտագործվում են մաթեմատիկական մյուս բոլոր տեսություններում: Համանման նշանակություն ունեն նաև տրամաբանության և բազմությունների տեսության տարրերը մաթեմատիկայի դասընթացում, երբ տարբեր թեմաների ուսումնասիրության ընթացքում գործածվում են մի կողմից՝ բազմություններն ու դրանց գործողությունները, իսկ մյուս կողմից՝ տրամաբանության օրենքներն ու սկզբունքները: Տարբեր դասընթացներ ուսումնասիրելիս նկատվում է, որ տրամաբանության օրենքները և բանաձևերը ձևակերպելիս հաճախ օգտագործվում են բազմությունները և դրանց միջև ներմուծված գործողությունները: Ուստի ծագում է բնական հարց՝ թվացյա՞լ են այդ նմանություններն ու անալոգիաները, թե՞ գոյություն ունեն խորքային միջառարկայական կապեր: Այս հիմնական հարցի լուսաբանումը մեր հետազոտած թեմայի կապակցությամբ կարևոր է նախ և առաջ այն առումով, որ բազմություններն ու նրանց միջև ներմուծվող գործողությունները ակնառու ձևով պատկերվում են Էյլերյան շրջանակներով, և եթե մենք ցույց տանք, որ տրամաբանական կառուցվածքային ձևերը խորքային կապեր ունեն բազմությունների և դրանց գործողությունների հետ, ապա դա լուրջ մեթոդական հնարավորություններ կընձեռի տրամաբանական կառուցվածքային ձևերը ևս շրջանակներով պատկերելու և այդ միջոցով դրանք դիտողական և ընկալելի դարձնելու համար: Այդ հարցի լուսաբանումը կարևոր է նաև այն առումով, որ մաթեմատիկայի 10 դասընթացում տրամաբանության տարրերի և բազմությունների տեսության տարրերի ներառման վերաբերյալ երբեմն ցուցաբերվում են միմյանցից զգալիորեն տարբեր մոտեցումներ: Եթե բազմության հասկացության և բազմությունների միջև գործողությունների ուսուցման հարցի նկատմամբ տարաձայնություններն արդեն գրեթե բացակայում են, և այդ պատճառով բազմությունների տեսության տարրերին վերաբերող թեմաները բացորոշ ձևով ներառվում են մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացներում, ապա նույնը չի կարելի ասել տրամաբանության տարրերի ուսուցման վերաբերյալ, ինչը դրսևորվել է նաև ՀՀ հանրակրթական միջին դպրոցի հանրահաշվի ծրագրում : Ուրեմն, հարկավոր է պարզաբանել, թե ինչքանով են հիմնավոր մոտեցումների այդ տարբերությունները: Բազմությունների տեսության և տրամաբանության տարրերի միջև կապերի բացահայտումը հնարավորություն կտա լուսաբանելու նաև այն հարցը, թե ելակետային ինչպիսի սկզբունքներով պետք է առաջնորդվել դրանց ուսուցման մեթոդիկաները մշակելիս: Իսկ այդ հարցը հրատապ է այն առումով, որ ավագ դպրոցի ընտրողական առարկայացանկում ընդգրկված է նաև «Տրամաբանություն» առարկան, որի ծրագրում ամփոփված թեմաներից շատերը առնչություն ունեն բազմությունների և նրանց միջև գործողությունների հետ : Այսպիսով, միջառարկայական կապերի բացահայտման վերոհիշյալ հարցն ունի ինչպես տեսական, այնպես էլ գործնական նշանակություն: Տեսական հարցադրումը հետևյալն է. քանի որ տրամաբանությունն ունի կառուցվածքային հիմնական երեք միավորներ՝ հասկացությունը, դատողությունը և մտահանգումը, ուստի անհրաժեշտ է դիտարկել դրանցից յուրաքանչյուրը և ցույց տալ, թե ինչպես են դրանք արտահայտվում բազմությունների և նրանց գործողությունների միջոցով: Իսկ հարցի կիրառական 11 կողմը կապված է կրթական խնդիրների և առաջին հերթին, մաթեմատիկական դասընթացներում դրանց առնչություններին վերաբերող թեմաների լուսաբանման հարցերի հետ: Ընդ որում՝ ամբողջական պատկեր ունենալու համար այստեղ մենք հանգամանորեն կանդրադառնանք տրամաբանական կառուցվածքային ձևերից յուրաքանչյուրին և ցույց կտանք դրանց անմիջական կապը բազմությունների և նրանց համապատասխան գործողությունների հետ: Նշենք, որ դրանք հիմնականում հայտնի փաստեր են, սակայն ուսումնամեթոդական գրականության մեջ դիտարկվում են կա՛մ զուտ տրամաբանության տեսակետից:Ուստի անհրաժեշտ է այդ երկուսը համադրել և ներկայացնել միասնաբար: Ինչպես հայտնի է՝ տրամաբանական կառուցվածքային հիմնական ձևերը երեքն են. հասկացությունը, դատողությունը, մտահանգումը: Նախ դիտարկենք հասկացությունը, որն ընդգրկվում է և՛ դատողության, և՛ մտահանգման կազմության մեջ: Յուրաքանչյուր հասկացություն որոշվում է ծավալով և բովանդակությամբ: Հասկացության ծավալն այն առարկաների բազմությունն է, որոնք օժտված են տվյալ հասկացության բովանդակությունը ներկայացնող հատկանիշներով: Այս սահմանումից արդեն իսկ պարզ է, որ հասկացույունները կարող ենք ներկայացնել բազմությունների տեսքով, և հետևաբար հասկացությունների ծավալների միջև առնչությունները արտահայտել բազմությունների գործողությունների միջոցով: Եվ դա վերաբերում է հասկացությունների ծավալների միջև առնչությունների հնարավոր բոլոր չորս դեպքերին:

Դրանք են. 1. Արտակայություն, այսինքն՝ երկու այնպիսի S և P հասկացությունների հարաբերությունը, որոնց ծավալները հատում չունեն: 12 Օրինակ: S={եռանկյուն} և P={շրջանագիծ} հասկացությունների ծավալները չեն հատվում: Այս երկու հասկացությունների հարաբերությունը բազմությունների գործողությունների միջոցով արտահայտվում է $S \cap P = \varnothing$ բանաձևով և պատկերվում է այսպես (տես նկ.1)՝



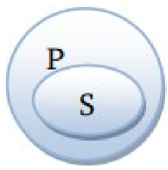
Նկ. 1

2. Խաչավորում, այսինքն՝ երկու այնպիսի S և P հասկացությունների հարաբերությունը, որոնց ծավալներն ունեն ընդհանուր տարր և մեկի ծավալը չի ներառվում մյուսի մեջ: Օրինակ: S={եռանիշ թիվ}, P={զույգ թիվ}: Այս հասկացությունների ծավալները չեն ներառվում մեկը մյուսի մեջ: Սրանք որպես բազմություններ պատկերվում են այսպես (տես նկ.2)

Նկ. 2

Նկ. 2 բազմությունների տեսության բանաձևային տեսքով գրառվում է այսպես. $S \cap P \neq \varnothing$, ընդ որում՝ $S \not\subset P$ և $P \not\subset S$: Սա մի M բազմություն է, որը ներկայացնում է հետևյալ հասկացությունը՝ M={եռանիշ զույգ թիվ}:

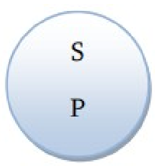
3. Ներառում, այսինքն՝ երկու այնպիսի S և P հասկացությունների հարաբերությունը, որոնցից մեկի ծավալն ընդգրկվում է մյուսի ծավալի մեջ: Օրինակ: S={ուղղանկյուն}, P={զուգահեռագիծ}: Այս դեպքում S-ը ներառվում է P-ի մեջ: Այս հասկացությունները որպես բազմություններ իրենցից ներկայացնում են հետևյալը:



Նկ. 3

Այսինքն՝ P բազմությունը իր մեջ պարունակում, ընդգրկում է S բազմությունը, որը նույնն է, թե S-ը P-ի ենթաբազմությունն է՝ $S \subset P$:

4. Համարժեքություն, այսինքն՝ երկու այնպիսի հասկացությունների առնչություն, որոնց ծավալները համընկնում են: Օրինակ: S={բնական թիվ}, P={դրական ամբողջ թիվ}: S և P բազմությունները պատկերվում են այսպես (տես նկ.4).



Նկ.4

Նկ.4 Նման հարաբերությունը բազմությունների գործողությունների միջոցով արտահայտվում է հավասարության առնչությամբ՝ S=P:

Այսպիսով, երկու հասկացությունների՝ ըստ ծավալների հարաբերությունների բոլոր չորս դեպքերն էլ արտահայտվում են բազմությունների ու նրանց գործողությունների միջոցով:

Այդ հարաբերությունները դրսևորվում են տրամաբանական բոլոր կառուցվածքային ձևերում, նաև այն դեպքերում, երբ հարաբերվում են երկուսից ավելի հասկացություններ: Դրանք արտահայտվում են հնարավոր բոլոր զույգերի հարաբերություններով, այսինքն՝ ի վերջո հիմքում ընկած են այն հարաբերությունները, որոնք մենք դիտարկեցինք:

Տրամաբանական մյուս կառուցվածքային միավորը դատողությունն է, որի էական հատկանիշը ճշմարտային արժեքներ ընդունելն է, (նշանակում են՝ ճշմարիտը ճ(1) և կեղծը կ(0)) և կազմված է սուբյեկտից՝ (S), պրեդիկատից՝ (P) ու կապից: Դատողություններն ըստ որակի լինում են՝ հաստատական և ժխտական, իսկ ըստ քանակի՝ եզակի, ընդհանուր և մասնավոր: Սակայն ընդունված է այս տեսակները միավորել և դատողությունները դասակարգել ըստ որակի և քանակի, ընդ որում եզակի դատողությունները, որպես մասնավոր դեպք, ներառել ընդհանուրի մեջ, քանի որ և՛ մեկում, և՛ մյուսում պնդումը վերաբերում է սուբյեկտի ամբողջ ծավալին: Այդպիսով դատողությունները դասակարգվում են չորս տեսակի.

1. Ընդհանուր հաստատական - բոլոր S-երը P են:

2. Մասնավոր հաստատական - որոշ S-եր P են:

3. Ընդհանուր ժխտական - բոլոր S-եր P չեն:

4. Մասնավոր ժխտական - որոշ S-եր P չեն:

Այս դատողությունների կառուցվածքներում կապերն ու առնչությունները բազմությունների ու նրանց գործողությունների հետ ներկայացվում են հետևյալ կերպ:

1. Ընդհանուր հաստատական - բոլոր S-երը P են: Սա նշանակում է, որ եթե ունենք S և P բազմություններ, ապա S բազմության բոլոր տարրերը միաժամանակ տարր են նաև P բազմության համար, այսինքն՝ պատկանում են P-ին: Հակառակը պնդել չենք կարող: S-ի և P-ի՝ որպես բազմությունների առնչությունը գրվում է հետևյալ տեսքով $S \subset P$, կամ որ նույնն է $\forall x\, ((x \in S) \rightarrow (x \in P))$, և այն պատկերվում է ինչպես նկ.3-ում:

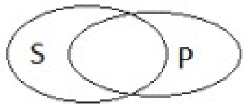
2. Մասնավոր հաստատական - որոշ S-եր P են: Այս դատողությունը ըստ բազմությունների տեսության նշանակում է, որ գոյություն ունեն S բազմության տարրեր, որոնք պատկանում են P-ին: Այս դատողության սուբյեկտի և պրեդիկատի հարաբերությունը՝ որպես բազմությունների հարաբերություն գրվում է այսպես՝ $S \cap P \neq \varnothing$, այսինքն՝ $\exists x\, (x \in S) \& (x \in P)$, և այն պատկերվում է ինչպես նկ.2-ում:

3. Ընդհանուր ժխտական - բոլոր S-եր P չեն: Այս հարաբերությունը՝ որպես բազմությունների միջև առնչություն արտահայտվում է հետևյալ կապով. $S \cap P = \varnothing$: Այլ կերպ կարող ենք գրել՝ $\forall x (x \in S) \& (x \notin P)$, և այն պատկերվում է ինչպես նկ. 1-ում:

4. Մասնավոր ժխտական - որոշ S-եր P չեն: Այս դատողությունը բազմությունների լեզվով գրվում է հետևյալ տեսքով. $S \setminus P \neq \varnothing$, այսինքն՝ $\exists x\ (x \in S) \& (x \notin P)$, և պատկերվում է, ասենք, ինչպես նկ.2-ում, սակայն ընդգծելով S-ի այն մասը, որն ընկած է P-ից դուրս: Այստեղ բազմությունների և նրանց գործողությունների միջոցով արտահայտելու հարցը դիտարկեցինք միայն պարզ դատողությունների համար: Քննարկման հարց է նաև տրամաբանական շաղկապների միջոցով առաջացող բարդ դատողությունների արտահայտումը բազմությունների միջոցով:

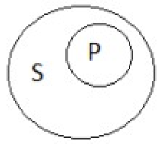
2. Մտահանգումների արտահայտումը բազմությունների միջոցով

Բազմությունների և նրանց միջև գործողությունների միջոցով դատողությունների կառուցվածքի ներկայացումը հնարավորություն է ընձեռում բազմությունների տեսության լեզվով արտահայտել նաև մտահանգումները, երբ տրված մեկ կամ մի քանի դատողություններից բխեցվում է մի նոր դատողություն: Դա զգալիորեն պարզ տեսք ունի անմիջական մտահանգման դեպքում, երբ եզրակացությունը բխեցվում է այնպիսի նախադրյալից, որը 16 կազմված է մեկ պարզ դատողությունից, ի տարբերություն միջնորդավորված մտահանգման, որի նախադրյալում պարունակվում է երկու և ավելի դատողություններ: Նախ ներկայացնենք անմիջական մտահանգման այն տեսակը, որը հայտնի է «շրջում» անունով և նրա համար հատկանշականն այն է, որ եզրակացության սուբյեկտը նախադրյալի պրեդիկատն է, իսկ պրեդիկատը՝ նախադրյալի սուբյեկտը: Շրջումը ընդհանուր-հաստատական դատողության դեքում ունի հետևյալ տեսքը. Բոլոր S-երը P են, հետևաբար, որոշ P-եր S են: Օրինակ: Բոլոր զուգահեռագծերը քառանկյուն են. սա նախադրյալն է, որը շրջելիս ստացվում է. որոշ քառանկյուններ զուգահեռագիծ են: Այն ներկայացնենք բազմությունների հարաբերության տեսքով. S={զուգահեռագիծ}, P={քառանկյուն}, և դրանց համապատասխանող բազմությունները կպատկերվեն ինչպես նկ.3-ում: Այս հարաբերությունը գրառվում է հետևյալ առնչությամբ՝ $S \subset P$, $\forall x\ ((x \in S) \rightarrow (x \in P))$: Այստեղից էլ հետևում է, որ $S \cap P = S \neq \varnothing$, այսինքն՝ $P \mathrm{I} S \neq \varnothing$, կամ որ նույնն է՝ $\exists x((x \in P) \& (x \in S))$, այսինքն՝ որոշ P-եր S են: Համանման ձևով է ներկայացվում մասնավոր-հաստատական դատողության շրջումը. Որոշ S-եր P են, հետևաբար որոշ P-եր S են: Այդ մտահանգումը բազմությունների միջոցով կարող է գրառվել հետևյալ բանաձևի տեսքով՝ $S \cap P = \varnothing$, այսինքն՝ $\exists x((x \in S) \& (x \in P))$, հետևաբար, $P \mathrm{I} S \neq \varnothing$, այսինքն՝ $\exists x((x \in P) \& (x \in S))$: Ավելի պարզ տեսք ունի ընդհանուր-ժխտական դատողության շրջումը. Բոլոր S-երը P չեն, հետևաբար բոլոր P-երը S չեն: Բազմությունների տեսության այբուբենով այդ առնչությունը գրվում է այսպես. $S \cap P = \varnothing$, $\forall x\ ((x \in P) \rightarrow (x \notin S))$, որից բխում է, որ $P \cap S = \varnothing$, այսինքն՝ $\forall x\ ((x \in S) \rightarrow (x \notin P))$: 17 Հատուկ ուշադրության է արժանի մասնավոր-ժխտական դատողության (որոշ S-եր P չեն) շրջման հարցը: Պարզվում է, որ այդ դեպքում որոշակի եզրակացություն անելու հիմքեր չկան, քանի որ S-ի և P-ի հարաբերությունները կարող են տարբեր լինել. Ասվածը առավել պարզ կլինի, երբ քննարկենք այս դատողությունը բազմությունների լեզվով: «Որոշ S-եր P չեն» դատողությունը կարող է պատկերվել այսպես (տես նկ.5).



Նկ. 5

որտեղից P-ի համար կարող է եզրակացվել, որ «Որոշ P-եր S չեն»: Բայց երբ S և P բազմությունների առնչությունը ունենար հետևյալ տեսքը (տես նկ.6).



Նկ. 6

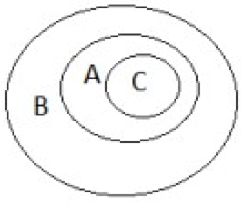
ապա P-ի համար կստացվեր եզրակացություն, ըստ որի՝ «Բոլոր P-երը S են», իսկ դա նշանակում է, որ եզրակացությունը P-ի մասին միանշանակ չէ, և ուրեմն, մասնավոր ժխտական նախադրյալից եզրակացություն բխեցնելու հիմքեր չկան: Նկատենք, որ այսպիսի վերլուծությունը միանգամայն դժվար կլիներ, եթե չդիմեինք տվյալ մտահանգումը բազմությունների միջոցով արտահայտելու մեթոդական հնարին: Դիտարկվում է անմիջական մտահանգման ևս մեկ տեսակ՝ նվազեցումը, որի դեպքում ընդհանուր դատողություն հանդիսացող նախադրյալից բխեցվում է նույն որակով մասնավոր դատողություն: Նվազեցումը դիտարկվում է միայն երկու տեսակի դատողությունների համար: ա) Ընդհանուր-հաստատական՝ բոլոր S-երը P են դատողության նվազեցված դատողությունն է որոշ S-եր P են: Եզրակացությունն ակնհայտ է. եթե $\forall x\ ((x \in S) \rightarrow (x \in P))$, հետևաբար $\exists x\ ((x \in S) \rightarrow (x \in P))$: Ի դեպ՝ այս տեսակի արտածումը որպես ճշմարիտ բանաձև ներառված է պրեդիկատների հաշվի աքսիոմների ցանկում, և դրա հիմքում ընկած է դեռևս Արիստոտելի կողմից ձևակերպված աքսիոմը, ըստ որի՝ այն, ինչ պնդում ենք որևէ դասի նկատմամբ, տարածվում է նաև նրա յուրաքանչյուր ենթադասի նկատմամբ: Սրան անալոգ է նաև մյուս դեպքը՝ ընդհանուր-ժխտական դատողության նվազեցումը: Այժմ դիտարկենք համեմատաբար ավելի բարդ կառուցվածք ունեցող մտահանգումներ, որոնց ամենատարածված տեսակը սիլլոգիզմն է: Սիլլոգիզմը միջնորդավորված, դեդուկտիվ մտահանգում է, որի նախադրյալը կազմված է ընդհանուր տերմին ունեցող երկու պարզ դատողություններից:

Օրինակ 1:

Բոլոր շեղանկյունները զուգահեռագիծ են:
Բոլոր քառակուսիները շեղանկյուն են:

Բոլոր քառակուսիները զուգահեռագիծ են:

Այս դատողությունների համակարգը կարող ենք ներկայացնելբազմությունների և նրանց գործողությունների միջոցով. A={շեղանկյուն}, B={զուգահեռագիծ}, C={քառակուսի}: Առաջին նախադրյալը՝ որպես բազմությունների առնչություն, ներկայացվում է A-ի ներառումը B-ի մեջ, իսկ երկրորդ նախադրյալը՝ C-ի ներառումը A-ի մեջ: Դրանց գծապատկերը շատ ակնառու է դարձնում եզրակացությունը (տես նկ.7)

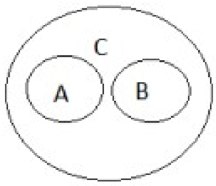


Նկ. 7

Ասվածը կարող ենք արտահայտել բազմությունների տեսության գործողությունների միջոցով:

$$\frac{\begin{array}{c} A \subset B \\ C \subset A \end{array}}{C \subset B}$$

Այստեղ նույնպես պարզորոշ երևում է, որ բազմությունների օգնությամբ մտահանգումն ստանում է ավելի ընկալելի տեսք: Օրինակ 2: Բոլոր շեղանկյունները (A) սեղան (B) չեն: Որոշ քառանկյուններ (C) սեղան (B) են: Որոշ քառանկյուններ (C) շեղանկյուն (A) չեն: Այս պնդումները վերլուծենք՝ համեմատելով բազմությունների տեսության տարրերի հետ: Փոխադրելով բազմությունների տեսության լեզվին՝ ստացվում է հետևյալ պատկերը (տես նկ.8)



Նկ. 8

Այս գծապատկերը համապատասխանում է տվյալ մտահանգմանը, որը բազմությունների հարաբերություններով կարող է ներկայացվել բանաձևային հետևյալ գրառմամբ.

$$\frac{\begin{array}{c} A \cap B = \varnothing : \\ C \cap B \neq \varnothing : \end{array}}{C \setminus A \neq \varnothing :}$$

Օրինակ 2-ի եզրակացությունը համապատասխանում է բանաձևային տեսքին:

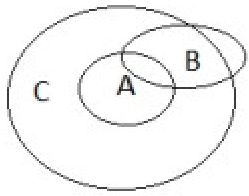
Օրինակ 3:

Որոշ հավասարումներ (A) լուծում ունեն (B):

Բոլոր հավասարումները (A) բանաձև (C) են:

Որոշ բանաձևեր (C) լուծում ունեն (B):

Բազմությունների գծապատկերի միջոցով նախադրյալների միջև եղած կապերը և դրանց ու եզրակացության առնչությունները կարտահայտվեն այսպես (տես նկ.9).

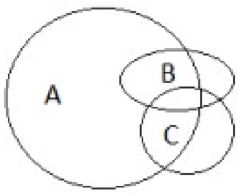


Նկ. 9

Իսկ այդ գծապատկերին համապատասխանող բանաձևային տեսքը հետևյալն է.

$$\frac{\begin{array}{c} A \cap B \neq \varnothing: \\ A \subset C: \end{array}}{C \cap B \neq \varnothing:}$$

21 Նույն եղանակով կարող ենք դիտարկել սիլլոգիզմի մյուս բոլոր դեպքերը (ֆիգուրները և մոդուսները) ևս: Դիտարկումները ցույց են տալիս, որ սիլլոգիզմ հանդիսացող յուրաքանչյուր մտահանգում կարելի է արտահայտել բազմությունների և նրանց հարաբերությունների միջոցով: Մյուս կողմից՝ ունենալով բազմությունների որոշակի հարաբերություն՝ կարող ենք որոշել, թե կա՞ արդյոք դրան համապատասխանող սիլլոգիզմ: Հասկանալի է, որ դրա համար պետք է դիտարկել երեք բազմությունների հարաբերություն, քանի որ սիլլոգիզմն ունի ճիշտ երեք տերմին: Օրինակ 4: Դիցուք տրված են A, B, C բազմություններ, որոնց հարաբերությունները արտահայտվում է հետևյալ գծապատկերով (տես նկ.10)՝



Նկ. 10

այսինքն՝ $A \cap B \neq \varnothing$, $B \cap C \neq \varnothing$, $A \cap C \neq \varnothing$, $A \setminus B \neq \varnothing$, $B \setminus A \neq \varnothing$, $B \setminus C \neq \varnothing$, $C \setminus B \neq \varnothing$, $A \setminus C \neq \varnothing$, $C \setminus A \neq \varnothing$;

Դիտարկելով A, B, C բազմությունների բոլոր զույգերի բոլոր հնարավոր հարաբերությունները՝ տեսնում ենք, որ հնարավոր է կազմել միայն մասնավոր դատողություններ (հաստատական կամ ժխտական).

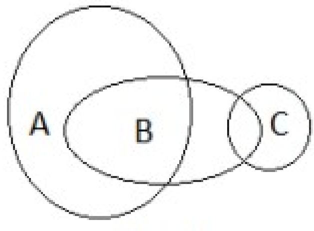
որոշ A-եր B են (չեն),

որոշ A-եր C են (չեն),

որոշ B-եր C են (չեն) և այլն:

Այդ դատողություններից ցանկացած երկուսի՝ որպես նախադրյալի վերցնելու դեպքում եզրակացություն չի բխում (հիշենք, որ ըստ սիլլոգիզմի կանոնների՝ ա) երկու մասնավոր նախադրյալներից եզրակացություն չի բխում, բ) երկու ժխտական նախադրյալներից եզրակացություն չի բխում): Ուրեմն օրինակ 4-ում ներկայացված բազմություններին համապատասխանող ճիշտ սիլլոգիզմ գոյություն չունի:

Օրինակ 5: Դիցուք՝ տրված A, B, C բազմություններն արտահայտվում են հետևյալ գծապատկերով (տես նկ.11).



Նկ. 11

Այսինքն՝ $A \cap C = \varnothing$, $A \cap B \neq \varnothing$, $B \cap C \neq \varnothing$: Որպեսզի պարզենք, թե արդյոք հնարավո՞ր է կազմել այդ բազմություններին համապատասխանող սիլլոգիզմ, թե՞ ոչ, վարվում ենք հետևյալ կերպ: B բազմությանը համապատասխանող հասկացությունը չի կարող լինել միջին տերմին, քանի որ այդ դեպքում և՛ մի նախադրյալը (B-ի և A-ի հարաբերությունը), և՛ մյուս նախադրյալը (B-ի և C-ի հարաբերությունը) կլինեին մասնավոր դատողություններ, իսկ երկու մասնավոր նախադրյալներից եզրակացություն չի բխում: Ուրեմն միջին տերմին կարող են լինել A-ն և C-ն: Դիտարկենք այդ դեպքերից մեկը (մյուս դեպքը դրան համանման է, քանի որ A-ն և C-ն «համաչափ են»): Ընդունենք, որ A-ին համապատասխանում է միջին տերմինը: Այդ դեպքում A և C բազմությունների հարաբերությունը արտահայտում է ընդհանուր-ժխտական դատողություն. բոլոր A-երը C չեն (1): 23 Մյուս նախադրյալը B-ի A-ի հարաբերությունն արտահայտող դատողությունն է՝ որոշ B-եր A են (2): (1) և (2) նախադրյալներից բխում է եզրակացությունը՝ որոշ B-եր C չեն: Նկատենք, որ որպես 2-րդ նախադրյալ չէինք կարող վերցնել «Որոշ B-եր A չեն» դատողությունը (չնայած դա ևս համապատասխանում էր B և A բազմությունների հարաբերությանը): Բանն այն է, որ 1-ին նախադրյալը արդեն ժխտական դատողություն էր, ուրեմն՝ որպեսզի եզրակացություն բխեր, այսինքն՝ սիլլոգիզմը ճիշտ լիներ, անհրաժեշտ էր, որ 2-րդ նախադրյալը լիներ հաստատական: Ընդհանրացնելով դիտարկված օրինակները՝ կարող ենք կատարել այսպիսի հետևություն. մտահանգումները բազմությունների միջոցով արտահայտելիս միանգամից տեսանելի է դառնում, թե արդյո՞ք ճիշտ է կատարված մտահանգումը, իսկ սխալ լինելու դեպքում որոշվում է, թե որ՞ քայլում և ինչի՞ հետևանքով է թույլ տրվել այդ սխալը: Իսկ դրա անհրաժեշտությունը առաջանում է շատ հաճախ, հատկապես ապացուցումների ընթացքում, քանի որ այն ներկայացնում է բազմաթիվ մտահանգումների շղթա:

3. Տրամաբանական շաղկապների և բազմությունների միջև առնչությունները մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում

Ինչպես նշել ենք, տրամաբանության և բազմությունների տեսության հիմունքներին վերաբերող հարցերը մաթեմատիկայի դպրոցական ծրագրերում մինչև վերջին տասնամյակները չէին ընդգրկված: Նման հարցերը հարևանցիորեն շոշափվում էին միայն որոշ վարժությունների լուծման ընթացքում, և դա արվում էր հիմնականում տարերայնորեն, առանց համակարգված գիտելիքների: Այդպիսի մոտեցումը ժամանակին խստորեն քննադատվել է հեղինակներից շատերի կողմից : Մաթեմատիկական յուրաքանչյուր դրույթի ձևակերպման մեջ զուտ մաթեմատիկական տերմինների հետ մեկտեղ հանդիպում են «կամ», «և», «եթե, ապա», «ոչ» բառերը, որոնց էության ըմբռնումն անհրաժեշտ է ոչ միայն այս կամ այն տեքստը, այլև ընդհանրապես մաթեմատիկական դրույթները հասկանալու համար: Ա.Ա. Ստոլյարը տարօրինակ է համարում այն փաստը, որ միևնույն նախադասության մեջ որոշ տերմինների (մաթեմատիկական) իմաստը աշակերտներին պարզաբանվում է, իսկ այլ տերմինների (տրամաբանական) իմաստը չի պարզաբանվում, չնայած այդ նախադասությամբ արտահայտված փաստի էությունը հասկանալու համար վերջիններս ոչ պակաս կարևոր նշանակություն ունեն : Ուսուցման նման մեթոդը, ինչպես պնդում է Ա.Ա. Ստոլյարը, դանդաղեցնում է դասընթացի յուրացումը և աշակերտների զարգացումը: «Ակնհայտ է, որ աշակերտների «աչքերը բացել», այսինքն լուսաբանել նրանց կողմից կատարվող տրամաբանական գործողությունների էությունը, նշանակում է նրանց հնարավորություն ընձեռել հաղթահարելու մաթեմատիկական գիտելիքների յուրացման ճանապարհին շատ դժվարություններ» : Ինչպես նշել ենք, այս հանգամանքը հաշվի առնելով՝ վերջին երկու տասնամյակներում հանրակրթական դպրոցի «Մաթեմատիկա» ուսումնական բնագավառի չափորոշիչներում և ծրագրերում նախատեսվել են որոշակի գիտելիքներ տրամաբանության, մասնավորապես «կամ», «և», «եթե..., ապա...» և այլ շաղկապներով արտահայտվող տրամաբանական ձևերի վերաբերյալ : Ուշագրավ է այն փաստը, որ տրամաբանական շաղկապների էության պարզաբանումը և դրանց ներառումը մաթեմատիկական տեքստերի մեջ անմիջականորեն ուղեկցվում են բազմությունների միջև ներմուծված գործողություններով, ընդ 25 որում՝ դա շատ հստակ է ներկայացվում հատկապես հանրահաշվի դասընթացում : Չխորանալով բոլոր մանրամասների մեջ` այստեղ դիտարկենք այն հարցը, թե հանրահաշվի դասընթացում ինչպես է գործածվում տրամաբանության հանրահաշվի բանաձևերի կապը բազմությունների գործողությունների հետ: Նախ նկատենք, որ տրամաբանության հանրահաշվի բանաձևերի համարժեքությունը սահմանվում է դրանց լուծումների բազմությունների հավասարության միջոցով. միևնույն փոփոխականը պարունակող երկու բանաձևերը կոչվում են համարժեք, եթե նրանք ունեն միևնույն լուծումները (այսինքն` նրանց լուծումների բազմությունները համընկնում են):

Նշենք, որ դասընթացում բանաձևերի համախումբ անվանվում է այդ բանաձևերի տրամաբանական գումարը, որն արտահայտվում է «կամ» շաղկապով (դա հենց դիզյունկցիան է), իսկ բանաձևերի համակարգ` այդ բանաձևերի տրամաբանական արտադրյալը, որն արտահայտվում է «և» շաղկապով (դա կոնյունկցիան է): Դասընթացում տրամաբանական շաղկապների կապը բազմությունների գործողությունների հետ դիտարկվում է ոչ միայն տեսական ձևակերպումների մակարդակով, այլև խնդիրների ու վարժությունների` հետևողականորեն մշակված համակարգով: 26 Բերենք հանրահաշվի դասագրքից ընտրված մի քանի տիպական վարժություններ.

1. Լուծել համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{c} x \in (-1;1) \cup (1;2) \\ x \in \{-1;2\} \\ x = 1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{c} x \in [2;3) \\ x \in (3;4] \\ x = 3 \end{array}\right.$ ։

2. Լուծել համակարգը.

ա. $\begin{cases} \left[\begin{array}{c} x > 1 \\ x \in \{-2;\} \end{array}\right. \\ x \in \{-2;1;2\} \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \left[\begin{array}{c} x \neq 1 \\ x \in \{3\} \end{array}\right. \\ x \in \{0;1;3\} \end{cases}$ ։

3. Արդյո՞ք ճշմարիտ է.

ա. ($x \in (1;2)$ և $x \in Z) \Leftrightarrow x \in \varnothing$,

բ. ($x \in (0;4]$ և $x \in Z) \Leftrightarrow (x \in (0;4]$ և $x \in N)$,

գ. ($x \in [2;7)$ և $x \in Z) \Leftrightarrow x \in \{2;3;4\}$,

դ. $x \in [1;2) \Leftrightarrow (x \geq 1$ և $x < 2) \Leftrightarrow 1 \leq x < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x < 2 \end{cases}$,

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Սովորողների տրամաբանական մտածողության և դրա հետ շաղկապված լեզվական կարողությունների զարգացման խնդիրը ընդհանուր հարցադրումների և նպատակադրումների մակարդակից փոխադրվում է կոնկրետ առարկայական դաշտ: Եվ դա իրականացվում է այն մոտեցման շնորհիվ, ըստ որի տրամաբանության հիմունքներից ընտրված որոշակի գիտելիքները կրթության բովանդակության մեջ բացորոշ ձևով ներառելուն զուգընթաց, միաժամանակ, մեթոդական համակարգը հարստացվում է այնպիսի բաղադրիչներով, որոնցում առավել ամբողջական ու լիարժեք են արտացոլվում կրթության նորացված բովանդակության առանձնահատկությունները: Դրա արդյունքում բավարար լուծում են ստանում մեթոդամանկավարժական, մասնավորապես նաև մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի արդիական մի քանի հիմնահարցեր: ա. Տրամաբանական կառուցվածքային ձևերին (հասկացություն, դատողություն, մտահանգում) և դրանց առնչություններին վերաբերող ուսումնական խնդիրները զուտ վերացական ընկալումների մակարդակից փոխադրվում են նաև պատկերային ընկալումների մակարդակ: Եվ դա արվում է այն բանի շնորհիվ, որ տրամաբանական ձևերն արտահայտվում են բազմությունների և դրանց գործողությունների միջոցով, որոնք ներկայացվում են Էյլերյան շրջանակներով, ինչը ակնառու և տեսանելի է դարձնում դիտարկվող առնչությունները: բ. Տրամաբանության և բազմությունների տեսության տարրերի միջև խորքային կապերի բացահայտումը նոր հեռանկարներ է ստեղծում ժամանակակից մանկավարժության հայեցակետից արդյունավետ համարվող բազմառարկայական ինտեգրված ուսուցման համար: Դա պայմանավորված է այն կարևոր հանգա- 95 մանքով, որ բազմությունները և տրամաբանության հիմունքները համընդգրկուն կիրառություններ ունեն ոչ միայն մաթեմատիկայում, այլև ուսումնական մյուս բնագավառներում: գ. Բազմակողմանիորեն քննարկվում է մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի համար առանցքային նշանակություն ունեցող մի հիմնահարց, որը վերաբերում է ապացուցման կարողությունների զարգացմանը: Այդ կապակցությամբ կատարված դիտարկումների հիման վրա լուսաբանվում է ապացուցումների համար մշակված մի այնպիսի եղանակ, որում «ծառի» տեսքով պատկերավոր և ընկալելի ներկայացվում են ապացուցման քայլերն ու դրանց հիմնավորումները: Դրա շնորհիվ ոչ միայն զգալիորեն բարձրանում է մաթեմատիկայի ուսուցման արդյունավետությունը, այլև այն բարերար ազդեցություն ունի տրամաբանական և լեզվական-արտահայտչական մշակույթի զարգացման վրա: դ. Մաթեմատիկայի հանրակրթական դասընթացներում տրամաբանության տարրերի ներառման կապակցությամբ բարձրացվում է մաթեմատիկայի ուսուցիչների պատրաստման և վերապատրաստման համակարգերում համարժեք բարելավումներ կատարելու հիմնահարց և առաջարկվում լուծման որոշակի ուղիներ: Ուսուցիչների տրամաբանական պատրաստվածության մակարդակի բարձրացման խնդրի տեսանկյունից առանձնահատուկ կարևորություն է ստանում ուսուցման մեթոդների կատարելագործման հիմնահարցի լուծումը: Այդ նպատակով հստակեցվում, պարզաբանվում և մաթեմատիկայի ուսուցման համար հարմարեցվում են ժամանակակից այն մեթոդներն ու մեթոդական հնարները, որոնց կիրառությունը արդյունավետ է սովորողների տրամաբանական և լեզվական կարողությունների խթանման ու զարգացման առումով: Ավելին, այդ մեթոդների հմտորեն գործածության շնորհիվ ուսուցման գործընթացը սովորողների համար դառնում է մատչելի, հետաքրքիր և գրավիչ: 96 Այսպիսով, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում տրամաբանության տարրերի ներառման և ժամանակակից մեթոդների արդյունավետ կիրառման շնորհիվ ուսումնական բնագավառների համակարգում զգալիորեն մեծանում է մաթեմատիկայի հանրակրթական ներուժը, և արդյունքում՝ մաթեմատիկան «ընտրյալների համար նախատեսված» առարկայից վերածվում է բոլորի համար հասանելի առարկայի:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ………………………………………………………………… 2

1.Հասկացությունների դատողությունների արտահայտումը բազմությունների միջոցով…………………………………3

2. Մտահանգումների արտահայտումը բազմությունների միջոցով………………………………………………………………7

3. Տրամաբանական շաղկապների և բազմությունների միջև առնչությունները մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում……………………………………11

4. Եզրակացություն…………………………………………………………………………………13

Գրականության ցանկ

1. Այվազյան Է.Ի., Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդաբանական հիմունքները, Եր., Էդիթ Պրինտ, 2007 թ.,

2. Աստվածատրյան Մ., և ուրիշներ, Ինտեգրված թեմատիկ միավորներ, Եր., ԱՅՐԵՔՍ, 2003թ.,

3. Արնաուդյան Ա. և ուրիշներ, Մասնագիտական զարգացման ձեռնարկ ուսուցիչների համար, ԿԱԻ, Եր., 2004թ

4. Բրուտյան Գ.Ա., Տրամաբանության դասընթաց, Եր., ԵՊՀ հրատարակչություն, 1976 թ.,

5. Բրուտյան Գ.Ա., Տրամաբանություն, Ուսումնական ձեռնարկ հանրակրթական դպրոցի 9-10-րդ դասարանների համար, Եր., ՀՀ ԳԱԱ Գիտություն, 1998 թ.,

6. Գևորգյան Գ.Գ., Սահակյան Ա.Ա., Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր. դասագիրք հանրակրթ. դպր. 12-րդ դասարանի (ընդհանուր և հումանիտար հոսքերի համար), Եր., Էդիթ Պրինտ, 2009 թ., :

7. Գևորգյան Հ.Ա., Բաղդասարյան Վ.Խ., Տրամաբանություն, Եր., Լույս 1994 թ.,

8. Գևորգյան Հ.Ա., Դասական ձևական տրամաբանության հարաբերությունը ժամանակակից տրամաբանական ուսմունքների և մաթեմատիկական տրամաբանության հետ// Գիտության և մշակույթի փիլիսոփայության և մեթոդաբանության հարցեր, Եր., ՀՀ ԳԱԱ, Էդիթ Պրինտ, 2013 թ.,

9. Հակոբյան Ս.Է., Դեդուկցիայի և ինդուկցիայի մասին ավանդական պատկերացումների վերանայումը մաթեմատիկական կրթության հայեցակետից// Գիտության և մշակույթի փիլիսոփայության և մեթոդաբանության հարցեր, ԳԱԱ, Եր., Էդիթ Պրինտ, 2013 թ.,