«ՍԵՎԱՆԻ Խ.ԱԲՈՎՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ»

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2022

ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ	ՓՈՐՁԱՐԱՐԱԿԱՆ, ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾՈՒՄ
ԱՌԱՐԿԱ	ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ
ՀԵՂԻՆԱԿ	ԱՇՈՏ ԽԵՉՈՅԱՆ
ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ	ԱՂԲԵՐՔԻ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑ

Բովանդակություն

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Տարածված է այն կարծիքը, թե փորձարարական աշխատանքները հատուկ են բնագիտական հետազոտություններին: Փորձնական տվյալների ընդհանրացումը մաթեմատիկայում դեր է ունեցել միայն գիտության ձևավորման նախապատմական շրջանում, իսկ հետագա զարգացման ընթացքում մաթեմատիկան վաղուց է հաղթահարել ճշմարտության բացահայտման հարցում փորձնական ստուգումների միջոցով պնդում ապացուցելու սահմանափակությունը:

Դա իրոք այդպես է, խոսքը վերաբերվում է բուն մաթեմատիկային՝ որպես ճշգրիտ գիտություն, չնայած, եթե դիտենք նոր գաղափարների ծնունդը, որ մաթեմատիկոսները նույնպես տարբեր փորձարկումների կարիք են զգում զանազան վարկածներ առաջադրելու հարցում: Սակայն պատկերը բոլորովին փոխվում է, եթե հարցերը դիտարկում ենք կրթական խնդիրների տեսանկյունից: Ժամանակակից կրթական համակարգում առավել կարևորվում է ոչ թե պատրաստի գիտելիքների հաղորդում, երբ աշակերտին վերապահվում է ընդամենը մատուցվող գիտելիքի ընկալումն ու վերարտադրումը, այլ մասնակցությունը գիտելիքի հայտնաբերման գործընթացի, երբ խթանվում են նրա ստեղծագործական կարողությունները, և նա ստանձնում է հետազոտություն կատարողի դեր: Այս առումով փորձարարական աշխատանքները կարևոր միջոց են օրինաչափություններ բաղահայտելու, վարկածներ առաջադրելում և դրանց հաստատման ուղիները որոնելու գործում:

Փորձարարական-հետազոտական աշխատանքների կատարման միջոցով ուսուցման կազմակերպման մեթոդը, որը Ֆրանսիայի մասնագետների կողմից ստացել է «Ձեռքերը խմորի մեջ» անվանումը, լայն տարածում ունի տարբեր երկրների կրթականհաստատություններում: Այն համապիտանի է նաև մաթեմատիկայի ուսուցման համար:

Տրամաբանության մտածողության ձևավորման հիմնական հիմնախնդիրը

Տրամաբանական մտածողության ձևավորումն ու զարգացումը որպես դաստիարակչական կարևորագույն արժեք:

Հայտնի է, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի դաստիարակչական նպատակներից հիմնականը սովորողների տարաբանական մտածողության ձևավորումն ու զարգացումն է, որին հասնելու հնարավորությունների հարցում մաթեմատիկան շահեկանորեն տարբերվում է մնացած բոլոր հանրակրթական առարկաներից: Միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացի ծրագրի վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ այնտեղ կարևորվում է սովորողների տրամաբանական մտածողության և նրա կարևոր բաղադրիչի՝ ապացուցելու ունակության ձևավորման անհրաժեշտությունը: Մաթեմատիկայի դասընթացը փորձել է լուծել այս կարևորագույն հիմնահարցը, որը մաթեմատիկայի դասընթացի կարևորագույն նպատակի՝ մտածել սովորեցնելու հենքային բաղադրիչներից մեկն է: Այդ հիմնախնդիրը վերագրվել է հիմնականում 7-9 դասարանների երկրաչափության դասընթացին: Օրինակ. ըստ Ա. Վ. Պոգորելովի՝ դասընթացի առաքելությունն է սովորողների տրամաբանական մտածողության ձևավորումը: Հիմնական դպրոցի հանրահաշվի դասընթացները ուղղված էին սովորողների վարժանքաօպերատիվ ունակությունների ձևավորմանը: Մաթեմատիկայի նախկին դասընթացներում ապացույցների ուսուցման հիմնական բեռը դրված էր երկրաչափության դասընթացի վրա: Դա պայմանավորված էր նրանով, որ հանրահաշվի դասընթացները չունեին աքսիոմատիկ կառուցվածք: 20-րդ դարի վերջին սկսվեցին փոփոխությունները ծրագրում:

Այսպիսով ՀՀ միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացները իր մեջ ներառված հստակ ապացուցողական կառույցով և մեթոդներով ուղղված է լուծելու սովորողների մտածողության զարգացման հիմնախնդիրները:

Մաթեմատիկական դատողությունների հիմնական տեսակները

- Աքսիոմներ
- Պոստուլատներ
- Թեորեմներ

1. Բարդ դատողությունների կարևորագույն տեսակներից մեկն աքսիոմն է: Աքսիոմը դատողություն է, որն ընդունվում է առանց ապացուցման: Որոշակի թվով աքսիոմներ կազմում են որևէ գիտական տեսության ելակետային նախնական դրույթների համակարգը, որոնք ընկած են այդ տեսության այլ դրույթների ապացուցման հիմքում, որի սահմաններում էլ

հենց յուրաքանչյուր աքսիոմ ընդունվում է առանց ապացուցման: Աքսիոմները պետք է լինեն.

- Իրարից անկախ, այսինքն՝ դրանցից որևէ մեկը չպետք է արտածվի մյուսներից
- Անհատական, այսինքն՝ դրանցից չպետք է արտածվի արևէ պնդում, որը հակասում է մինչ այդ ապացուցված որևէ պանդման
- Լրիվ, այսինքն՝ այդ աքսիոմատիկ տեսության ցանկացած ճշմարիտ բանաձև՝ տավտալոգիա, այդ տեսության թեորեմ է

2. Պոստուլատը նշանակում է պահանջ: Պոստուլատը նախադասություն է (պնդում) որում արտահայտում է որոշակի պահանջ, որին պետք է բավարարի որևէ հասկացություն կամ հասկացությունների միջև եղած հարաբերություն: Հաճախ պոստուլատը որևէ հասկացության կամ հասկացությունների համակարգի սահմանման մասն է կազմում:
3. Թեորեմ: Թեորեմների լեզվաքերականական և տրամաբանական կառուցվածքային ձևերը: Մաթեմատիկայի այն նախադասությունը/պնդումը, որի ճշմարտացիությունը հաստատվում է կշռադատման՝ ապացուցման միջոցով, կոչվում է թեորեմ: Ապացուցել թեորեմ նշանակում է տրամաբանական դատողությունների միջոցով ապացուցվելիք պնդման պայմանից գնալ դեպի եզրակացություն, հենվելով այդ ընթացքում նախկինում հաստատված պնդումների վրա: Ամենից առաջ անհրաժեշտ է առանձնացներ թեորեմի պայմանն ու եզրակացությունը: Մաթեմատիկական թեորեմների խնդիրների համար օգտագործվում են հետևյալ ձևակերպումները. «Եթե. . . ապա. . . », «Տրված է. . . »: Ապացուցել (գտնել, հաշվել) կան նաև այնպիսի ձևակերպումներ, որոնցում նման բառեր չկան:

Կառուցման խնդիրներ

Կառուցման խնդիրները լուծելիս սովորաբար օգտվում են հետևյալ ընթացակարգից, որը կազմված է 4 մասից:

1. Խնդրի վերլուծություն (լուծման եղանակի որոնում):

2. Կառուցման կատարում՝ ըստ կազմված պլանի:
3. Ապացուցում, որը կառուցված պատկերի բավարարումն է խնդրի պայմաններին:
4. Խնդրի հետազոտում՝ պարզաբանում այն հարցի, թե արդյո՞ք ցանկացած տվյալների դեպքում խնդիրն ունի լուծում, և եթե այո, ապա քանի լուծում:

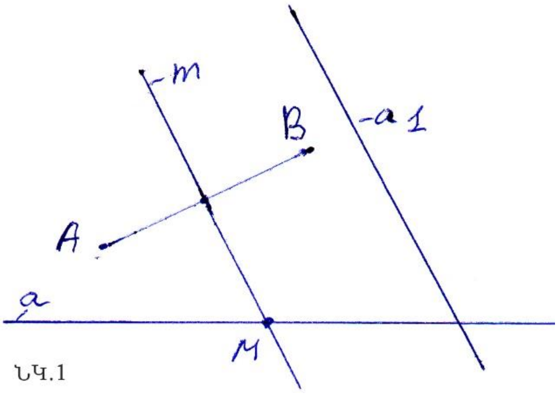
Ա. Հարթ պատկերների կառուցումը

Խնդիր 1 (7-րդ դասարան):

Տրված են a ուղիղը և A և B կետերը: a ուղղի վրա գտնել M կետ, որը հավասար հեռավորության վրա է A և B կետերից:

1. Վերլուծություն

Խնդրի լուծման բանալին գտնելու համար սովորողը պետք է հիշի հատվածի միջնուղղահայացի հատկությունը, և հասկանա, որ որոնելի կետը գտնվում է տրված A և B կետերով անցնող AB հատվածի m միջնուղղահայացի վրա (նկ. 1): Բայց այդ կետը միաժամանակ պետք է գտնվի նաև a ուղղի վրա: Այսպիսով պարզ է դառնում, որ որոնելի m կետը բավարարում է հետևյալ պայմանին՝ M=a||M:



Նկ.1

2.Կառուցում:

Ա) Կառուցենք AB հատվածի m միջնուղղահայացը, գտնենք a և m ուղիների հատման՝ m կետը:

Բ) M կետը որոնելի կետն է, այն հավասարահեռ է A և B կետերից:

3. Ապացուցում: Գտնված M կետը իրոք որոնելի կետն է, քանի որ այն միաժամանակ գտնվում է m և a ուղիղների վրա և համաձայն հատվածի միջնուղղահայացի հատկության հավասարահեռ է A և B կետերից:

4. Հետազոտում: Կառուցումից և գծագրից պարզ է դառնում հետևյալը.

ա) Եթե a և m ուղիղները հատվող են, խնդիրը ունի միակ լուծում:

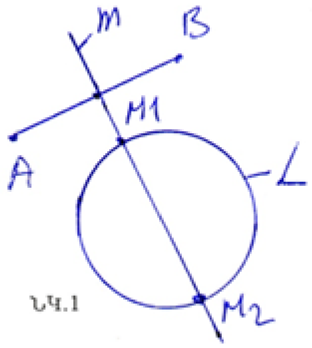
բ) եթե a=m (ուղիղները համընկնում են) ապա խնդիրը կունենա անթիվ բազմությամբ լուծումներ. Ցանկացած ուղղի կետը բավարարում է խնդրի պայմաններին:

Մնում է դիտարկել a և m ուղիղների փոխդասավորության ևս մեկ դեպք, որի դեպքում խնդիրը ընդհանրապես որևէ լուծում չի կարող ունենալ:

գ) եթե a-ն տարբեր է m ուղղից և զուգահեռ է նրան, ապա խնդիրը լուծում չունի, քանի որ a և m ուղիղները չեն հատվում (նկ. 1-ում $a_1 \| m$):

Խնդիր 2 (7-րդ դասարան)

Կառուցել կետ, որը գտնվի տրված շրջանագծի (L) վրա և հավասարահեռ լինի տրված հատվածի (AB) ծայրակետերից: Խնդիրը քանի՞ լուծում կարող է ունենալ:



Նկ.1

Նախորդ խնդրի լուծումից պարզ է դառնում, որ տվյալ դեպքում լուծումը կախված է AB հատվածի m միջնուղղահայացի և L-շրջանագծի փոխդասավորությունից:

<u>Լուծումը.</u>

ա) կառուցենք AB հատվածի m միջնուղղահայացը

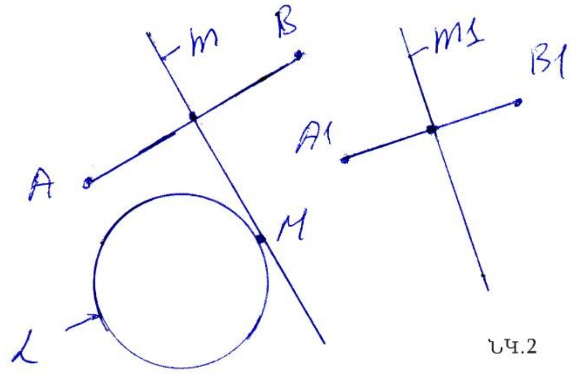
բ) եթե m-ը և L-ը հատվող են, ապա խնդիրը ունի 2 լուծում՝ M_1 և M_2 կետերը – որոնելի կետերն են (նկ.2):

գ) m-ը L շրջանագծի շոշափող ուղիղն է (նկ. 2) Այդ դեպքում խնդիրը կունենա միակ լուծումը

M – շոշափման կետը – որոնելի կետն է:

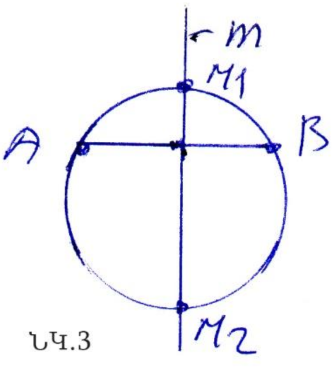
գ) եթե m և L (հատվող չեն),

ապա խնդիրը լուծում չունի (A_1B_1 հատվածը և m_1 միջնուղղահայացը (նկ. 2):



Նկ.2

Սովորողները հեշտությամբ կարող են համոզվել, որ m-ի և L-ի ցանկացած մեկ այլ փոխդասավորության դեպքում, կստացվեն նույն արդյունքները: Օրինակ՝ եթե A և B կետերն ընկած լինեն L-շրջանագծի վրա, ապա խնդիրը կունենա 2 լուծում (նկ. 3):



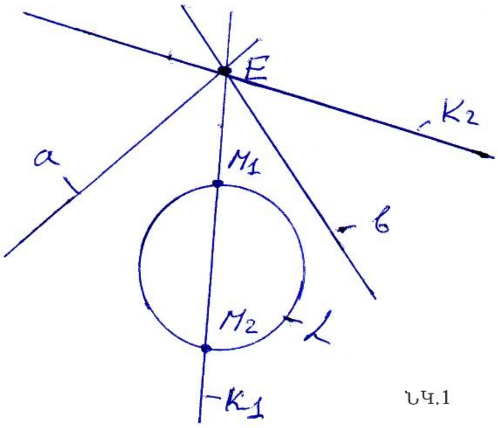
Նկ.3

Խնդիր 3 (7-րդ դասարան)

Տրված L-շրջանագծի վրա կառուցել կետ, որը հավասարահեռ լինի տրված 2 հատվող ուղիղներից (a և b)։ Խնդիրը քանի՞ լուծում կարող է ունենալ։

1. Վերլուծություն։

Օգտվենք անկյան կիսորդի հատկությունից, որն էլ կտա մեզ լուծման բանալին։



ՆԿ.1

2.Կառուցում։

ա) Գտնենք $E = a \cap b$

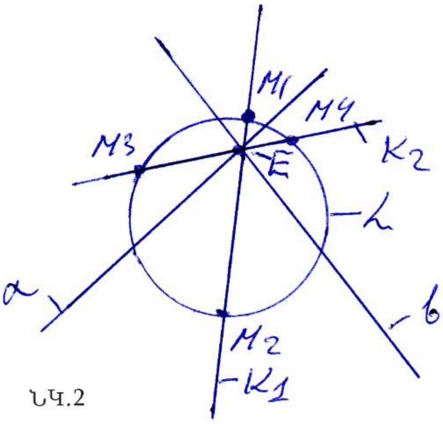
(a և b ուղիղների հատման կետը)

բ) E կետով կառուցենք a և b ուղիղներով կազմված անկյունների կիսուրդները՝ K_1 և K_2 (նկ. 1)

Որոնելի կետը (կամ կետերը) պետք է գտնվի (գտնվեն) միաժամանակ h-շրջանագծի և ստացված անկյան (կամ անկյունների) կիսորդի (կամ կիսորդների) վրա՝ K_1և K_2։ Նկ. 1 դեպքի համար կունենանք 2 լուծում։

$$K_1 \cap L = \{M_1, M_2\}$$

2. Ապացուցում։ M_1, M_2 կետերը -որոնելի կետերն են, քանի որ համաձայն անկյան կիսորդի հատկության, նրանցից յուրաքանչյուրը հավասարահեռ է a և b ուղիղներից և երկուսն էլ գտնվում են K_1 կիսորդի L շրջանագծի վրա։ (նկ. 1)
3. Հետազոտում։ Պարզ է դառնում, որ խնդրի լուծումը կախված է K_1, K_2 կիսորդների և L շրջանագծի փոխդասավորությունից։



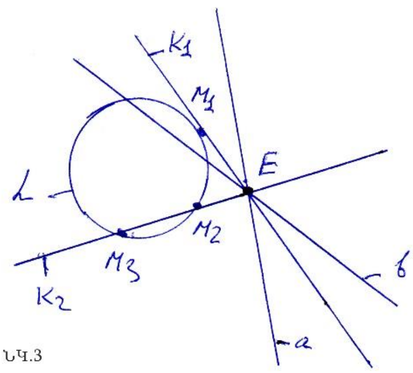
ՆԿ.2

ա) 2 կիսորդներից միայն մեկն է հատում L – շրջանագիծը (նկ. 1)։ Այս դեպքում ունենք 2 լուծում։

բ) 2 կիսորդներն էլ հատում են L – շրջանագիծը

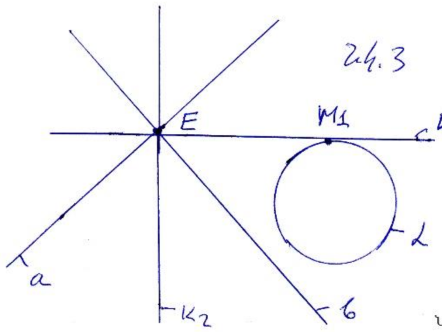
E կետը գտնվում է L – շրջանագծի ներսում, պարզ է, որ այդ դեպքում a և b ուղիղները ևս հատում են շրջանագիծը (նկ. 2)։

Այս դեպքի համար խնդիրը կունենա 4 լուծում՝ M_1, M_2, M_3, M_4 կետերը։



ՆԿ.3

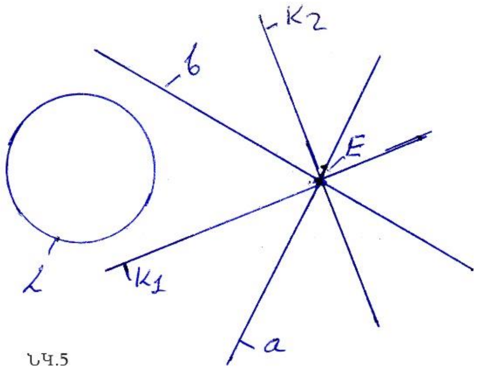
գ) 2 կիսորդներից մեկը L – շրջանագծի շոշափող է, մյուսը՝ հատող (նկ. 3)։ Այս դեպքի համար կունենանք 3 լուրծում՝ M_1, M_2, M_3 կետերը։



Նկ.4

դ) կիսորդներից մեկը՝ K_1 L շրջանագծի շոշոափող է մյուսը՝ K_2 չի հատում L-շրջանագիծը:

Պարզ է, որ լուծումը միակն է՝ M_1 կետը (նկ. 4)



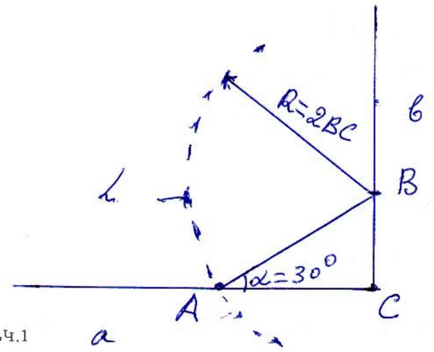
Նկ.5

ե) K_1 և K_2 կիսորդները L-շրջանագծի հետ չեն հատվում (նկ. 5). Այս դեպքում խնդիրը լուծում չունի:

Խնդիր 4 (7-րդ դասարան)

Քանոնի և կարկինի օգնությամբ կառուցել անկյուն, որը հավասար է 30^0:

1. <u>Վերլուծություն:</u> Օգտվենք ուղղանկյուն եռանկյան այն հատկությունից, որի սուր անկյուններից մեկը 30^0 է: Այդ եռանկյուն համար ներքնաձիգը կրկնակի մեծ 30^0 է: Այդ եռանկյան համար ներքնաձիգը կրկնակի մեծ է 30^0 անկյան դիմացի էջից:



Նկ.1

2. <u>Կառուցում:</u>

ա) կառուցենք երկու՝ a և b փոխուղղահայաց ուղիներ (նկ. 1): Այդ ուղիղների հատման C կետից b ուղղի վրա տեղադրենք մի որևէ հատված BC; բ) B-կետից, որպես կենտրոն, կառուցել h-շրջանագծից, որի շառավիղը՝ R= 2BC;

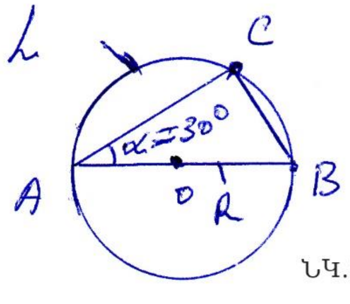
գ) գտնել A= $a \cap L$:

$\angle BAC = \alpha -$ որոնելի անկյունն է $\alpha = 30^0$

Այս խնդիրը 8 դասարանում կարելի է լուծել այլ եղանակով:

1. Վերլուծություն:

Օգտվենք ներգծյան անկյան հատկությունից, եթե ներգծյալ անկյունը հենվում է շրջանագծի տրամագծին, ապա նրա աստիճանային չափը 90^0 է:



Նկ.2

Հաշվի առնենք նաև արդեն օգտագործած ուղղանկյուն եռանկյան 30^0 անկյուն ունեցող հատկությունը:

2. Կառուցում:

ա) Կառուցում:

Կառուցենք որևէ L շրջանագիծ (նկ. 2)

բ) կառուցենք BC հատվածը (լարը), այնպես, որ BC=R:

$$\angle BAC = \alpha = 30^0$$

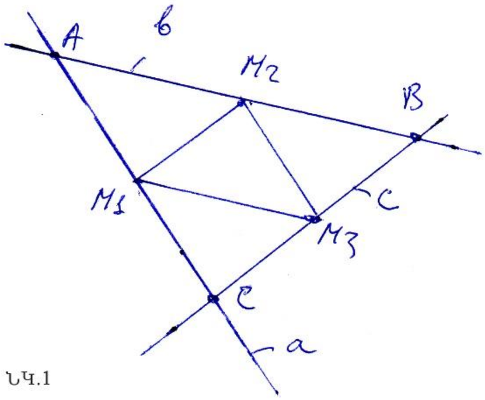
3. Ապացուցում: Կառուցված ABC եռանկյունը ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի ներքնաձիգը AB-ն h-շրջանագծի տրամագիծն է, իսկ BC էջի երկարությունը, հավասար է L -շրջանագծի շառավղին՝ BC=R:
4. Ուրեմն այդ էջի դիմացի անկյունը՝ $\angle BAC = \alpha = 30^0$:

Խնդիր 5 (9-րդ դասարան)

Կառուցել $\triangle ABC$, եթե տրված են նրա կողմերի միջնակետերը՝ M_1, M_2, M_3:

1. Վերլուծություն

Եթե միացնենք հատվածներով M_1, M_2, M_3 կետերը, ապա ստացված հատվածները կլինեն որոնելի ABC եռանկյան միջին գծերը: Սա հուշում է մեզ, որ պետք է օգտվել եռանկյան միջին գծի հայտնի հատկությունից. Եռանկյան միջին գիծը զուգահեռ է նրա կողմերից մեկին և հավասար է այդ կողմի կեսին:



Նկ.1

2.Կառուցում:

ա) տանենք M_1-ով a ուղիղ այնպես, որ a II M_2M_3

M_2-ով b ուղիղ՝ b II M_1M_3, M_3-ով C ուղիղ՝ C II M_1M_2 (նկ. 1)

բ) գտնենք $A = a \cap b$, $B = b \cap c$, $C = a \cap c$

գ) կաուցենք ΔABC, այն որոնելի եռանկյունն է

3. Ապացուցում: Կառուցված ΔABC համար M_1, M_2, M_3 կետերը – միջնակետեր են: Իրոք, $M_1 A M_2 M_3$, $M_1 M_2 B M_3$, $M_1 M_2 M_3 C$ քառանկյունները զուգահեռագծեր են, որոնց հանդիպակաց կողմերը զույգ առ զույգ զուգահեռ և հավասար են, որտեղից էլ հետևում է ծ, որ $M_1A = M_1C$, $M_2A= M_2B$, $M_3B= M_3C$

4. Հետազոտում: Քանի որ եռանկյան միջնակետերով կազմված պատկերը եռանկյուն է, ապա խնդիրը կունենա լուծում (միակ) միայն այն դեպքում, երբ տրված M_1, M_2, M_3 կետերը չեն գտնվում մի ուղղի վրա:

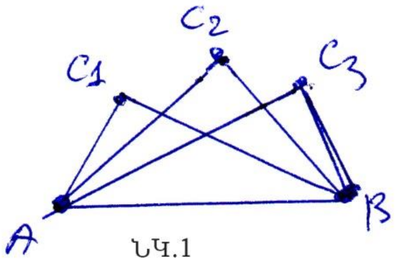
Հակառակ դեպքում, երբ այդ կետերը գտնվում են մի ուղղի վրա, խնդիրը լուծում չի ունենա:

Խնդիր 6 (8-րդ դասարան)

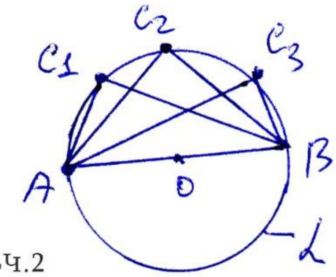
Տրված են երկու A և B կետեր: Գտեք այն C կետերի երկրաչափական տեղը, որոնց համար $AC \perp CB$

1. Վերլուծություն:

   Ենթադրենք թե գտել ենք որևէ C_1 կետի դիրքը: Ուրեմն ըստ խնդրի պայմանի, ստացվում է, որ AC_1B ուղղանկյուն եռանկյուն է՝$\angle AC_1B = 90^0$: Նշանակում է, բոլոր այդպիսի C կետերի համար ստացված եռանկյունները ուղղանկյուն եռանկյուններ են, որոնցում C գագաթով կազմված անկյունները ուղիղ անկյուններ են: Դարձյալ օգտվելով ներգծյալ անկյան հատկությունից, հեշտությամբ գտնում ենք լուծման ուղին:



ՆԿ.1



ՆԿ.2

2. Կառուցում: Կառուցենք AB տրամագծով L շրջանագիծ (նկ. 2): Ցանկացած շրջանագծի C կետը բավարարում է խնդրի պայմանին՝$AC1 \perp BC1$, $AC2 \perp BC2$, $AC3 \perp BC3$ և այլն: Որոնելի C կետերի երկրաչափական տեղը կառուցված L շրջանագիծն է:
3. Ապացուցում: Քանի որ յուրաքանչյուր C գագաթով անկյունը ներգծյալ է և հենվում է AB տրամագծին, ապա այն ուղիղ անկյուն է և իրոք L շրջանագիծը C կետերի որոնելի երկրաչափական տեղն է:

Կառուցման խնդիրների մեջ առանձնահատուկ են տրված երկարությամբ հատվածների կառուցման խնդիրները: Նման խնդիրները լուծելիս հիմնականում օգտվում են Թալեսի թեորեմից և ուղղանկյուն եռանկյան որոշ հատկություններից: Դիտարկենք այդպիսի խնդիրները:

Խնդիր 7 (9-րդ դասարան)

Տրված է a երկարությամբ հատված:

Կառուցել $C = \frac{1}{a}$ երկարությամբ հատված: Այս տիպի խնդիրները կարող են որոշ դժվարություններ առաջացնել սովորողի համար:

1. Վերլուծություն: Պարզ է, որ պետք է օգտվել Թալեսի թեորեմից: Սակայն կա ևս մեկ կարևոր հանգամանք. Խնդիրը լուծելու համար անհրաժեշտ է մի

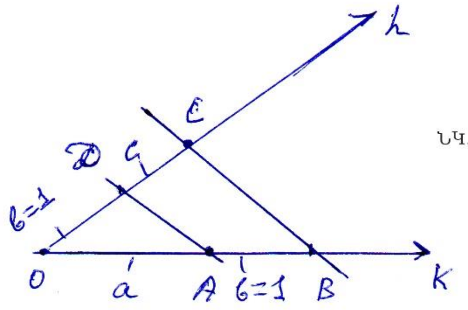
որևէ b հատված, որի երկարությունը կընդունենք որպես հատվածի չափման միավոր, այսինքն կհամարենք, որ b=1:

Դրանից հետո պարզ է դառնում խնդրի լուծումը:

2. Կառուցում:

ա) O կետից տեղադրենք h, K ճառագայթները (նկ. 1)

բ) O-ից hk ճառագայթի վրա հաջորդաբար տեղադրենք OA=a, AB=b=1 իսկ h ճառագայթի վրա՝ OD =b=1



Նկ.1

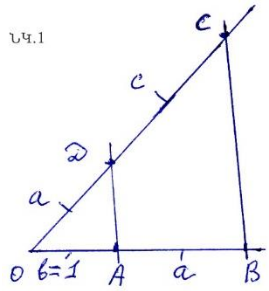
գ) կառուցենք AD ուղիղը և տանենք BC || AD : Ստացված DC հատվածը (DC=c) C-որոնելի հատվածն է՝ $c = \frac{1}{a}$

3. Ապացուցում: Համաձայն Թալեսի թեորեմի կառուցումից (նկ.1) հետևում է, որ $OA: AB = OD: DC \Leftrightarrow a: 1 = 1: c \Rightarrow c = \frac{1}{a}$

Խնդիր 8 (9-րդ դասարան)

Տրված է a-հատվածը: Կառուցել $c = a^2$ երկարությամբ հատված:

Նկ.1



<u>I եղանակ</u>

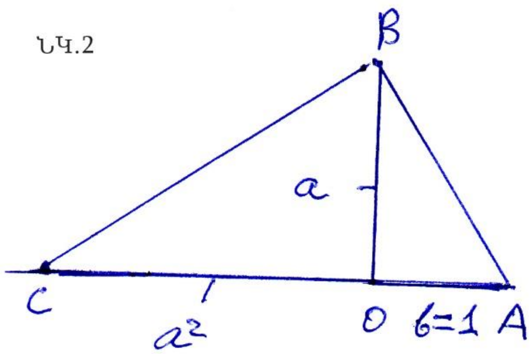
$$c = a^2 \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{a}{1}$$

Օգտվենք Թալեսի թեորեմից:

<u>Կառուցում:</u>

ա) O-անկյան մի կողմի վրա հաջորդաբար տեղադրենք՝ OA=b=1, AB=a հատվածները, իսկ մյուս կողմի վրա՝ OD =a հատվածը (նկ. 1)

Նկ.2



բ) Կառուցենք AD ուղիղը և տանենք BC II AD: DC -որոնելի հատվածն է:

Ապացուցում: Համաձայն Թալեսի Թեորեմի, ինչպես երևում է կառուցումից (նկ. 1), ունենք AB:OA=DC: OD⇔a:1=c : a⇒ c = a^2

II եղանակ (նկ. 2)

ա) կառուցենք OA=b=1, OB =a էջերով ABO ուղղանկյուն եռանկյունը (նկ. 2)

բ) Տանենք $\mathrm{BC} \perp \mathrm{AB}$ (C-ն BC- ուղղահայացի և OA էջի շարունակության հատման կետն է)։ CO- որոնելի հատվածն է։

Ապացուցում. Յամաձայն ուղղանկյուն եռանկյան հատկություն

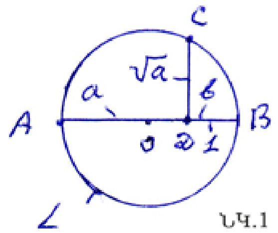
BO= $\sqrt{co \cdot OA} \Leftrightarrow BO^2 = CO \cdot OA \Rightarrow CO \frac{BO^2}{OA} = \frac{a^2}{1} = a^2$

Խնդիր 9 (9-րդ դասարան) Տրված է a հատվածը։ Կառուցել $c = \sqrt{a}$ հատվածը։ Օգտվենք շրջանագծի հատվող լարերի հատկությունից

Կառուցում։

Դարծյալ ընտրեն մի b հատված՝ b=1:

ա) կառուցենք AB=AD+DB=a+b=a+1 – տրամագծով L -շրջանագիծ (նկ.1)։



Նկ.1

բ) կառուցենք DC+AB ($C \in \alpha$)։

CD հատվածը որոնելի հատվածն է։

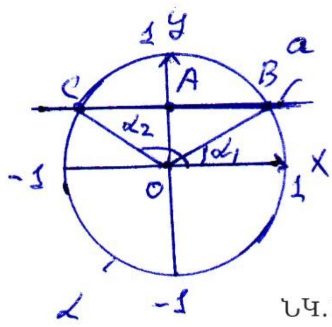
<u>Ապացուցում:</u> Յամաձայն վերը նշված շրջանագծի հատվող լարերի հատկության $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a \cdot 1} = \sqrt{a}$

Լուծենք խնդիրներ, կապված եռանկյունաչափական ֆունկցիաների հետ։

Խնդիր 10 (9-րդ դասարան) կառուցել α -անկյունը, եթե ա) $sin\,\alpha = \frac{1}{2}$, բ) $cos\,\alpha = -\frac{2}{3}$, գ) $tg\alpha = \frac{3}{4}$

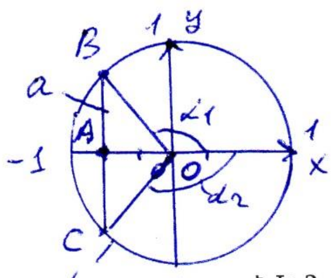
ա) կառուցենք միավոր L -շրջանագծի (նկ.1); OY առանցքի վրա կառուցենք A կետը՝ $OA = \frac{1}{2}$; A-ով տանենք OX առանցքին զուգահեռ a ուղիղը և գտնենք L -շրջանագծի հետ և այդ a ուղղի հատման կետերը՝ B-ն և C-ն (նկ.1);

- տանենք OB և OC ճառագայթները։ $\alpha_1 =< (OX, OB)$, $\alpha_2 =< (OX, OC)$ - որոնելի անկյուններն են՝ sinα_1= sinα_2=$\frac{1}{2}$։ Այսպիսով խնդիրն ունի 2 լուծում։



Նկ.1

բ) – կառուցենք միավոր α -շրջանագծի OX առանցքի բացասական կիսաառանցքի վրա A կետը՝ $OA = -\frac{2}{3}$ (նկ.2):



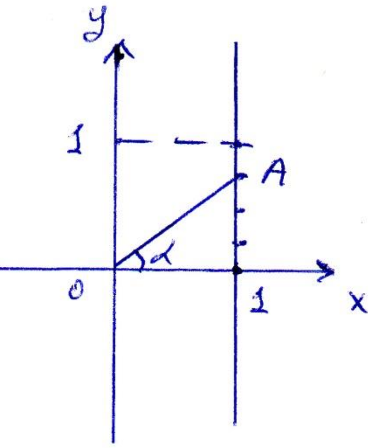
Նկ.2

- A-ով տանենք α ուղիղը՝ $a \parallel OY$ և գտնենք $a \cap \alpha = \{B,C\}$; -տանենք OB և OC ճառագայթները: $\alpha_1 =< (OX, OB)$, $\alpha_2 =< (OX, OC)$-որոնելի անկյուններն են $cos\,\alpha_1 = cos\,\alpha_2 = -\frac{2}{3}$:

գ) խնդիրը լուծելու համար օգտվենք այսպես կոչված տանգենսների առանցքից: Կորդինատային հարթության վրա դա այն ուղիղն է, որի հավասարումն է. x=1:

- կառուցենք տանգենսների առանցքըև նրա վրա նշենք A կետը, որի հեռավորությունը OX-ից ¾ է;

- տանենք OA ճառագայթը: $\alpha =< (OA, OX)$- որոնելի անկյունն է $tg\alpha_1 = \frac{3}{4}$: Կառուցումից պարզ է, որ խնդիրն ունի մեկ լուծում



Նկ.2

Բ. Տարածաչափական կառուցման խնդիրներ

Այս տիպի խնդիրների լուծումը ևս օգտակար է սովորողների համար: Դա նպաստում է սովորողի տարածական պատկերացումների զարգացմանը:

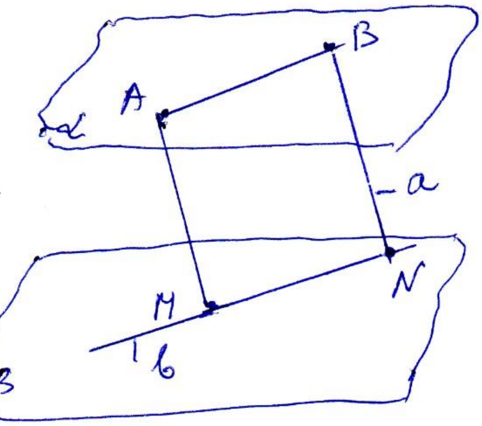
Խնդիր 1 (10-րդ դասարան)

αևβ հարթությունները զուգահեռ են՝ $\alpha \parallel \beta$: $AB \subset \alpha$, $M \subset \beta$ (նկ.1):

Կառուցել ԱՄԲ և β հարթությունների հատման գիծը՝ b=$AMB \cap \beta$

1. <u>Վերլուծություն:</u>
Օգտվելով երկու զուգահեռ հարթությունների 3-րդով հատելիս համապատասխան թեորեմից և դրա հետևանքից, հեշտությամբ գտնում ենք լուծման բանալին:

Նկ.1

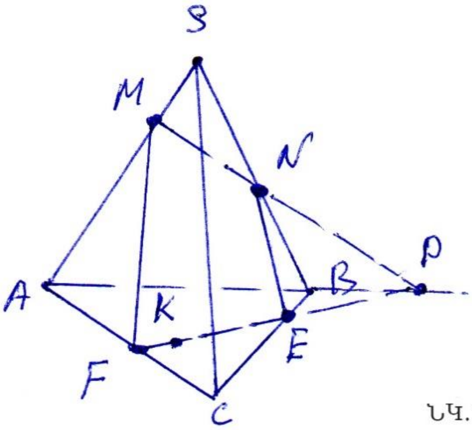


2. <u>Կառուցում:</u> ա) կառուցենք AM-ը (նկ.1); բ) B-ով տանենք a-ուղիղը. $a \parallel AM$և կառուցենք ABNM զուգահեռագիծը: b=MN – ուղիղը – որոնելի ուղիղն է:
3. Ապացուցում: Համաձայն վերը նշված թեորեմի և դրանից բխող հետևանքի b-ն պետք է զուգահեռ լինի AB-ին և AM=BN ($N \in B$), որից էլ հետևում է, որ ABNM պատկերը զուգահեռագիծ է:

Խնդիր 2 (10-րդ դասարան)

Կառուցել SABC քառանիստի հատույթն այն հարթությամբ, որն անցնում է տրված՝ M, N, K կետերով ($K \in ABC$) (նկ. 1):

1. <u>Վերլուծություն:</u> Օգտվենք Այսպես կոչված հետքերի մեթոդից: Հետքերը հատող հարթություն և բազմանիստի նիստերի հատման գծերն են ընդգրկված բազմանիստի համապատասխան նիստերի մեջ: Բոլոր կառուցումները կատարվում են հարթության վրա՝ բազմանիստի (տվյալ դեպքում քառանիստի) գծապատկերի վրա (նկ.1):



Նկ.1

2. Կառուցում:_Փաստորեն մենք արդեն ունենք հատույթի (կամ հատող հարթության) երոկւ հետքերը՝ $MN \in ASB$և $MF \in ASC$:
ա) շարունակենք MN-ը մինչև նրա AB-ի հետ հատվելը և նշենք հատման կետը՝ P=$MN \cap AB$;
բ) տանենք PK ուղիղը $P \subset ABC$և գընենք $PK \cap BC = E$; $PK \cap AC = F$; EF-ը հատույթի հերթական հետքն է ($EF \in ABC$);

գ) միացնենք հավածներով F, M, N, E կետերը: FMNE պատկերը – քառանիստի որոնելի հատույթն է (նկ.1):

3. Ապացուցում: Կառուցումից երևում է, որ բոլոր չորս F, M, N, E կետերը գտնվում են SABC քառանիստի կողերի վրա, հետևաբար FMNE-պատկերը
SABC քառանիստի հատույթն է (նկ.1):

4. Հետազոտում: Քանի որ քառանիստն ունի 4 նիստ, պարզ է դառնում, որ նրա հատույթը կարող է լինել քառանկյուն կամ եռանկյուն:

Խնդիր 3 (10-րդ դասարան):

Կառուցել $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ուղղանկյունանիստի հատույթն այն հարթությամբ, որն անցնում է տրված K, L, M կետերով (նկ.1):

1. Վերլուծություն: Դարձյալ օգտվենք հատույթի հետքերի մեթոդից: Kα հետքը մեզ արդնե հայտնի է (նկ.1):

2. Կառուցում.

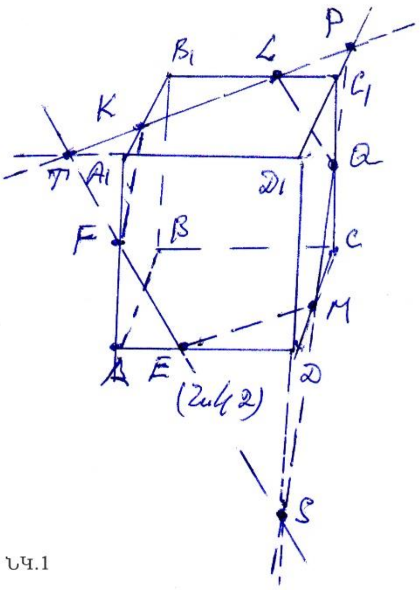
ա) շարունակենք KL -ը և գտնենք $T = KL \cap A_1D_1$, $K\alpha \cap D_1C_1 = P$;

բ) տանենք PM-ը և գտնենք $Q = PM \cap CC_1$ (շեշտենք, որ $PM \subset DD_1C_1C$)

գ) շարունակելով PM-ը գտնենք՝ $PM \cap DD_1 = S$;

դ) տանենք TS-ը ($TS \subset AA_1D_1D$) և գտնենք՝ $TS \cap AA_1 = F$;

ե) հատվածներով միացնենք E, F, K, α, Q, M կետերը:



Նկ.1

Ստացված պատկերը՝ EFKLQM-ը-ուղղանկյունանիստի հատույթն է (նկ.1):

3. Ապացուցում: Կառուցումից (նկ.1) երևում է, որ E, F, K, L, Q, M – կետերը գտնվում են ուղղանկյունանիստի կողերի վրա, ուրեմն EFKLQM-ը իրոք $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ուղղանկյունանիստի հատույթն է:

4. Հետազոտում: Կառուցված EFKLQM պատկերը վեցանկյուն է: Քանի որ ուղղանկյունանիստի նիստերը վեցն են, ուրեմն նրա հատույթը կարող է լինել վեցանկյուն, հնգանկյուն, քառանկյուն, եռանկյուն:

Հավելված

Որոշ տեղեկություններ երկրաչափական պատկերների մասին

Կարելի՞ է արդյոք քանոնի և կարկինի օգնությամբ տրված անկյունը բաժանել 2 հավասար անկյունների: Խնդիրը լուծելի է. բավական է կառուցել այդ անկյան կիսորդը: Այդպես կիսելով կարելի է տրված անկյունը բաժանել 4,8,6,. . . 2n $(n \in N)$ հավասար մասերի: Իսկ կարելի՞ է արդյոք տրված անկյունը բաժանել 3 հավասար անկյունների: Այս խնդիրը («Անկյունների եռատման խնդիր») պարզվել է, որ ոչ բոլոր դեպքերում լուծում ունի. դա ապացուցվել է 19-րդ դարում: Պարզվել է, որ այդպիսի կառուցումը ոչ բոլոր անկյունների համար է հնարավոր:

Տրված կանոնավոր n- բազմանկյունով (n>2) կարելի է կառուցել կանոնավոր 2n, 4n, 8n,…2^k n-անկյուն: Սակայն, պարզում է, որ ոչ բոլոր կանոնավոր բազմանկյունների համար է հնարավոր քանոնով և կարկինով այսպիսի կառուցում: Օրինակ, այդ եղանակով չի կարող կառուցվել կանոնավոր 7-անկյուն: Ուշագրավ է, որ այդպիսի կառուցումը հնարավոր է 17-անկյան համար: Դա ապացուցել է հայտնի մաթեմատիկոս Գաուսը, որի գերեզմանաքարին էլ այդ կանոնավոր 17-անկյունն է կառուցված:

Եզրակացություն

Կառուցման խնդիրները անհրաժեշտ է դիտարկել որպես հետաքրքրաշարժ խնդիրներ, և այն սովորողին ճիշտ մատուցելու դեպքում կարող է հետաքրքիր դառնալ: Կառուցման խնդիրների լուծումը սովորողների համար առավել արդյունավետ դարձնելու համար կարելի է կիրառել դասավանդման տարբեր մեթոդներ՝ խմբային աշխատանք, հետազոտական, թիմային առաջադիմություն և այլն:

Արդյունքում՝

- կզարգանան սովորողի ճշգրիտ տրամաբանությունը, պատկերային ընկալումներն ու տարածական պատկերացումները.
- կզարգանան սովորողի կամային հատկանիշները և սեփական ուժեղ ու թույլ կողմերի նկատմամբ քննադատական մտածողությունը.
- տեղի կունենա սովորողների ընդհանուր մակարդակի և ինտելեկտուալ հմտությունների զարգացում:

Օգտագործված գրականություն

- Լ. Ա. Աթանասյան, Վ. Ֆ. Բուտուսով,. . Երկրաչափություն 7,8,9, Երևան «Զանգակ» - 2012
- Ս. Է. Հակոբյան Երկրաչափություն (Հանրակրթական դպրոցի ընդհանուր 10 և հումանիտար հոսքերի համար) «Տիգրան Մեծ» 2009