«ՍԵՎԱՆԻ Խ.ԱԲՈՎՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ»

ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ 2022

ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ԹԵՄԱ - Մաթեմատիկական ապացույցների ուսուցման մեթոդները միջին դպրոցում

ԱՌԱՐԿԱ - Մաթեմատիկա -

ՀԵՂԻՆԱԿ - Արմինե Լևիկի Վարդանյան -

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒԹՅՈՒՆ - «ՀՀ Գեղարքունիքի մարզի Լճաշեն գյուղի Ա. Տեր-Գրիգորյանի անվան միջնակարգ դպրոց» ՊՈԱԿ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկականն պնդումների ապացուցման ակունքները սկսվում են հին Բաբելոնից և Եգիպտոսից. մ. թ. ա. երրորդ հազարամյակի վերջում:

Ապացուցումը և նրա եղանակները մշտապես եղել են գրեթե բոլոր տրամաբանների , շատ մաթեմատրկոսների և մեթոդիստների ուշադրության կենտորոնում, որովհետև այդ տրամաբանական գործողությունը հսկայական պրակտիկ նշանակություն ունի շրջակա աշխարհի ճանաչման գործընթացում:

Յուրաքանչյուր ոք , ով զբաղվում է մաթեմատիկայով և նրա դասավանդմամբ, մշտապես գործ է ունենում մաթեմատիկական ապացույցների, այսինքն՝ դեդուկտիվ մտահանգումների հետ: Դա կապված է նրա հետ, որ մաթեմատիկան դեդուկտիվ գրտություն է, քանի որ մաթեմատիկայում դատողությունների հիմնավորման հիմնական մեթոդը որոշ դատողությունների արտածումն է մյուսներից: Ընդ որում, նման արտածումը կատարվում է հստակ տրամաբանական կանոններով, որոնք ապահովում են արտածման հավաստիությունը պայմանով, որ ելակետային դատողությունները հավաստի են:

Ապացուցման մեջ պետք է լինեն ելակետային նախադասություններ, նախադասություններ, որոնք իրենց նախորդների հետևանքները չեն: Նման ելակետեյին նախադասություններ կարող են լինել այն մաթեմատիկական տեսության աքսիոմները , որոնց շրջանակներում դիտարկվում է ապացուցումը:Ելակետային կարող են լինել նաև այն նախադասությունները, որոնք տեղի ունեն սահմանումների շնորհիվ:

Ուսուցման մեջ ապացուցման տեղը և նշանակությունը շատ համառոտ և դիպուկ բնութագրել է Ա. Ա. Ստոլյարը: Նա գրել է, որ սովորեցնել ապացուցել նախ և առաջ նշանակում է սովորեցնել դատողություն կատարել, իսկ դա մաթեմատիկայի ուսուցման հիմնական խնդիրներից մեկն է:

ԱՊԱՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՊԱՏՄՈՒԹՅՈՒՆԻՑ

Ապացուցումները միանգամից չեն հայտնվել հունական երկրաչափությունում: Արքիմեդը / 3-րդ դարի մ. թ. ա. / խոսում էր նախկինում ,,գտնված,, , բայց չապացուցված արդյունքների մասին: Մ. թ. ա. 5-րդ դարի փիլիսոփաները՝ Պարմենիդից և նրա աշակերտ Զենոնից սկսած , ամեն ինչով հետևելով հռետորներին, առանձնացնում են մեկ ճշմարիտ մտքից մյուսներին անցնելու տարբեր կանոններ: Պարմենիդը ձևակերպում էր ,,Երրորդի բացառման օրենքը, իսկ Զենոնը օգտագործում էր անհեթեթության հանգեցման մեթոդը: Սակայն այս կանոնները միանգամից չեն, որ թափանցել են մաթեմատիկայի մեջ: Ըստ երևույթին, դեռևս Դեմոկրիտը, որ ապրում էր մ. թ. ա. 5-6-րդ դարերում, աշխատում էր առանց ապացուցումների: Մ. թ. ա. 4-րդ դարում տրամաբանությունը նվաճում է մաթեմատիկան: Անտարակույս է , որ սկզբնական շրջանում ապացուցումը ՝ ոչ ակնհայտ պնդումները անհայտներին կամ արդեն հայտնիներին տրամաբանորեն հանգեցնելն է: Այսպիսով հույները համակարգեցին ապացուցումները: Որանք, հավանաբար սկսվում են Թալես Միլեթացուց, որն ապացուցել է մի շարք երկրաչափական թեորեմներ, որոնք ավանդաբար մտնում են երկրաչափության դպրոցական դասընթաց:

Առաջին անգամ դեդուկցիայի տեսությունը հանգամանալից մշակվել է Արիստոտելի կողմից: Նա պարզեց դեդուկտիվ մտահանգման կազմի մեջ մտնող առանձին մտքեր, որոշեց հասկացությունների նշանակությունը և բացահայտեց դեդուկտիվ մտահամգման որոշ տեսակների կանոնները: Նա տվել է հետևյալ մեկնաբանությունը. ,,Յուրաքանչյուր ճշմարիտ գիտություն ելնում է իր հիմքում ընկած այն ավանդույթներից և սկզբունքներից , որոնցից այն զարգանում է. . . : Էվկլիդեսի մոտ դրանք մի համակարգի բերված սահմանումներն են, պոստուլատներն ու աքսիոմները, ուրիշների մոտ դրանք ձևակերպված են այլ կերպ: Հավանաբար այդպես է վարվել երկրաչափության մեզ հասած առաջին համակարգված աշխատության հեղինակ Հիպոկրատը:

Հունական մաթեմատիկայի խոշորագույն նվաճումներից մեկը Էվկլիդեսի կողմից աքսիոմատիկ մեթոդի հայտնագործումն է: Որի ,,Սկզբունքներ,,-ում ամբողջությամբ լուծվեց երկրաչափության աքսիոմատացման հսկայական ծրագիրը: Ըստ Էվկլիդեսի կանոնների ապացուցումները պետք է լինեն մաքուր տրամաբանական արտածումներաքսիոմներից. . . Այդ ընթացքում Արիստոտելը կատարեց մտահանգման կանոնների ձևականացում / ֆորմալացում/ և ցուցակագրում: Մ. թ. ա. 4-5-րդ դարերի հին հնդկական տրամաբանները առանձնացրեցին ապացուցման հետևյալ բաղադրիչները. առաջադրություն /թեզիս/, հիմք, օրինակ, միանմանություն, տարասեռություն, ընկալում, եզրակացություն:

Այնուամենայնիվ հունական մաթեմատիկոսները ռացիոնալիստներ էին և առաջնությունը տվել էին իրականության ճանաչման հենց տրամաբանական ապացույցի մեթոդին և ոչ թե փորձին, դիտարկմանը:

ԻՆՉՊԵՍ Է ԿԱՌՈՒՑՎԱԾ ԱՊԱՑՈՒՑՈՒՄԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ

Ապացուցման մանրակրկիտ ներկայացման անհրաժեշտությունը՝ նրա առանձին քայլերի բացահայտմամբ, առաջանում է նրա տրամաբանական կառուցվածքի վերլուծության պահանջից:

Այն մեթոդը, որն օգտագործվեց կոնկրետ ապացուցման վերլուծության համար, կոչվում է ձևականացման մեթոդ և մաթեմատիկական տրամաբանության հիմնական ձևերից մեկն է հանդիսանում: Այն առաջադրել է Դ. Հիլբերդը որպես մաթեմատիկական ապացուցումների և մաթեմատիկական տեսությունների ուսումնասիրությունների մեթոդ՝ նպատակ ունենալով ապացուցել այդ տեսությունների անհակասականությունը:

Մաթեմատիկական տրամաբանության մեջ գոյություն ունի ապացուցման հասկացության ճշգրտման երկու ճանապարհ: Առաջին տիպի ճշգրտումները տվել է Հիլբերտը: Դրանք իրենցից ներկայացնում են տրամաբանական աքսիոմատիկ համակարգերում որոշված գծային արտածումներ: Ապացուցման այս ընկալման մեջ, սակայն չի երևում, թե նրանում մասնակցող բանաձևերը իրենց նախորդող որ բանաձևերից են ստացվում արտածման կանոններով: Երկրորդ տիպի ճշգրտումները պատկանում են գերմանացի մաթեմատիկոս Հիլբերտի աշակերտ Գ. Գենցենին և իրենցից ներկայացնում են բնական արտածման համակարգում ծառի տեսքով արտածումներ: Որը վերացնում է այդ թերությունը:

Բնական արտածման համակարգերում ծառի տեսքով արտածման մաթեմատիկական ճշգրտումը մի շարք առավելություններ ունի հիլբերտյան տիպի համակարգերում գծային արտածման համեմատությամբ: Այդ առավելությունների էությունը կայանում է նրանում, որ բնական արտածման ծառերը տալիս են իրական ապացուցման առավել ճշգրիտ նկարագրությունը, իրենցից ներկայացնելով սովորական մաթեմատիկական ապացուցումների առավել բնական մոդելը: Ծառի տեսքով ապացուցումը կարելի է համարել ,,ավելի համոզիչ,, քան համապատասխան գծային ապացուցումը: Ծառի տեսքով ապացուցման մեթոդը աշակերտներին ավելի շատ է դուր գալիս, քանի որ սխեմատիկորեն նրանք տեսնում են , թե ինչից ինչ է բխում, տպավորիչ է, լավ է հիշվում, ներգրավվում են անգամ թույլ աշակերտներին, ապացուցումը չի վանում , այլ գրավում է, վերացնում է վախը սեփական ուժերի հանդեպ, երեխաները ավելի ինքնավստահ են դառնում, զարգանում է լեզվատրամաբանական մտածողությունը, երեխաների մոտ զարգանում է փաստարկումներ կատարելու կարողությունները, պատասխանատվություն են զգում իրենց կատարած ամեն մի քայլի համար, գրտակցում են , որ հատկապես նման ապացույցները նպատակահարմար է կիրառել կրկնողությունների ժամանակ: Սովորողները փաստարկների սյունակում ստիպված են նշել այն պայմանները, հատկությունները, որոնցից օգտվում են տվյալ ապացույցի ընթացքում, ինչը նպաստում է, որ երեխաները կվերհիշեն իրենց անցած նյութը: Ապացուցման կառուցվածքի մասին ամբողջ ասվածը հասցեագրված է մաթեմատիկայի ուսուցչին: Ինչ ծավալով, ինչ ձևով պետք է խոսել աշակերտների հետ գիտի միայն ուսուցիչը:

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ ԱՊԱՑՈՒՑՄԱՆ ԿԱՐՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐԸ

Ապացուցումը տրամաբանական գործողություն է, որի միջոցով ցույց է տրվում որևէ դատողության ճշմարիտ լինելը՝ այն բխեցնելով ուրիշ այնպիսի դատողություններից, որոնց ճշմարտությունն արդեն ընդունված է:

Ապացուցումը լավ ծանոթ է դպրոցականներին մաթեմատիկայից: Բայց ոչ միայն մաթեմատիկան , այլ նաև մյուս գիտությունները շահագրգռված են ցույց տալու իրենց պնդումների ճշմարիտ լինելը: Մաթեմատիկայում, բնագիտության մեջ, պատմության մեջ, առօրյա կյանքում կիրառվող ապացուցումները ունեն իրենց առնաձնահատկությունները: Բայց դրանք ունեն ընդհանրություն իրենց տրամաբանական ձևի տեսակետից: Ամեն մի ապացուցում պետք է ունենա որոշակի կառուցվածք և բավարարի որոշակի կանոնների, որոնք ապահովում են ապացուցման ճշտությունը:

Ապացուցումը կազմված է երեք մասից՝ ապացուցման թեզիս, ապացուցման հիմքեր, ապացուցման եղանակ:

1. Ապացուցման թեզիսը այն դատողությունն է, որի ճշմարտությունը ցույց է տրվում տվյալ ապացուցման մեջ:

2. Ապացուցման հիմքերը այն դատողություններն են, որոնց ճշմարիտ լինելն արդեն ընդունված է և որոնց կապակցությունից բխեցվում է ապացուցվող թեզիսը:

3. Ապացուցման եղանակը, որը կոչվում է նաև փաստարկում կամ դեմոստրացիա, բուն բխեցնումն է, որը կատարվում է մտահանգման կամ մի քանի մտահանգումների կապակցված շարքի միջոցով: Ապացուցման թեզիսը դրանց վերջնական եզրակացությունն է դառնում:

Ապացուցումը լինում է երկու տեսակի՝ ուղղակի և անուղղակի: Ուղղակի կոչվում է այն ապացուցումը, որի մեջ թեզիսի ճշմարիտ լինելը ցույց տալու համար այն բխեցվում է փաստարկներից անմիջականորոն: Բայց երբեմն դժվար է գտնել փաստարկներ, որոնցից թեզիսը բխեր անմիջականորեն, և այդ դեպքում դիմում են անուղղակի ապացուցմանը:

Անուղղակի ապացուցման դեպքում օգտագործվում են թեզիսի նկատմամբ այլընտրական դրույթ կամ դրույթներ, որոնց կեղծ լինելը ցույց տալու միջոցով բխեցվում է թեզիսի ճշմարիտ լինելը:

Իսկ ինչ հասկանալ ապացուցման ուսուցման տակ:

20-րդ դարի 60-ական թվականներին Էվկլիդեսի, Արիստոտելի և Հիլբերդի աշխատություններում ապացուցման ուսուցման տակ կարելի էր հասկանալ միայն մաթեմատիկայի դասագրքերում տեղադրված ապացուցումները անգիր սովորելը և վերարտադրելը, որոնք ապացույցը հանգեցնում էին նրա տրամաբանական ձևին:

Ձ. Ի. Սլեպկան ավելացնում էր նաև ուսուցման ինքնուրույն որոնման ուսուցումը:Ի. Լակատոսի ,,Ապացուցում և հերքում,, գրքում արտահայտվում են կարևոր դրույթներ ապացուցման վերաբերյալ:Նա առանձնացնում էր ապացուցման հետևյալ մակարդակները.

1. պատրաստի ապացույցների հասկացում և վերարտադրություն,

2. պատրաստի ապացույցների ինքնուրույն վերլուծություն,

3. ապացույցների ինքնուրույն իրականացում,

4. առաջարկված ապացույցների հերքում:

Սակայն մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում ապացուցումը հիմնականում կառուցվում է որպես բովանդակային ապացույց, որում օգտագործվում են սովորական դատողություններ, իսկ տրամաբանական հետևության կանոնները չեն ֆիքսվում:

Ապացուցման ուսուցման մեջ առանձնացնենք երկու հիմնական մակարդակներ: Առաջին մակարդակում, 4-7-րդ դասարաններ, ապացուցումների մեջ օգտագործվող տրամաբանական արտածումները երևան չեն բերվում, չեն բացատրվում, հիմնական ուշադրությունը դարձվում է այն բանի պարզաբանմանը, թե ,,ինչ է ապացուցվում. . . , ինչից է այդ բանը բխում. . . , բայց ոչ՝ ,,ինչպես է դա հետևում. . . : Այդ մակարդակում ապացուցումը դիտարկվում է որպես դատողություն, որի միջոցով մի պնդման ճշմարտությունը հաստատվում է այլ պնդումների ճշմարտության հիման վրա:

Երկրորդ մակարդակում, բարձր դասարաններում, սովորողներին կարող են բացատրել պարզագույն արտածման կանոնները և դրա հիման վրա ճշգրտվի ապացուցման հասկացությունը: Այս մակարդակում սովորողներին հասանելի է դառնում ապացուցման վերլուծությունը, նրա տրամաբանական կառուցվածքի հայտնաբերումը, նրանում օգտագործվող արտածման կանոնները, բովանդակային ապացուցման գրառումը տրամաբանական ձևերով:

Երկրաչափության դասընթացի առաջին թեորեմների ուսուցումը, օրինակ, եռանկյունների հավասարության հայտանիշները, նպաստում են սովորողների մոտ անալոգիայի, իսկ խնդիր հետ աշխատելու վերջնական փուլը՝ ընդհանրացման և կոնկրետացման մեթոդների կիրառման կարողությունների ձևավորում:

Փաստերի ինքնուրույն բացահայտման, ձևակերպումների, ապացուցումների կառուցման մեջ աշակերտների մասնակցությունը, բնականաբար, առաջացնում է տարբեր բնույթի սխալներ, այդ պատճառով կարևոր է սեփական աշխատանքի և իր ընկերների աշխատանքների արդյունքները քննադատաբար գնահատելու կարողությունը, որոնք և ձևավորում են առաջարկվող պնդումների ժխտման և ապացուցման գործընթացի մեջ: Ապացուցելու այդ առավել բարձր ուսուցման մակարդակը հիմնավորված է նաև հոգեբանական հետազոտությունների արդյունքներով: Ապացույցի ուսուցման այդ մակարդակը կարելի է իրականացնել 8-9-րդ դասարաններում:

ՈՒսուցչի աշխատանքի մեջ կարևոր է տրամաբանական հիմնավորումների ձևավորման պահանջների իրականացումը: Կարևոր խնդիր է դպրոցականներին սովորեցնել տրամաբանորեն դատելու ունակությունը: Լավ կազմակերպված դասավանդման պայմաններում սովորողները արդեն 7-րդ դասարանում առաջին դասերից տիրապետում են այնպիսի դատողությունների, որոնց հիմքը կազմում են հետևության և ժխտման կանոնները, և հետագայում օգտագործում են այդ կանոնները որպես ճանաչողության գործողություններ կատարելու կողմնորոշիչ հիմք:

Հիմնական դպրոցում հարկավոր է իրականացնել ապացույցի վերլուծություն՝ առանձնացնել նրանում տրամաբանական քայլեր, դիտարկել դեպքեր և այլն:

Բոլորը համաձայն են , որ սովորեցնել առաջին հերթին նշանակում է սովորեցնել մտածել: Պետք է արդյոք ուսուցումը որոշակի փուլում մեր դատողությունները դարձնել ուսուցման առարկա, թե տարբեր առարկաների ուսուցումը բավական է սովորողների մտածողությունը բավարար չափով զարգացնելու համար: Այս հարցում կարծիքները բաժանվում են: Այլ կերպ ասած՝ տրամաբանության ուսուցման խնդրում կարծիքների նման միասնականություն չկա:

Մաթեմատիկային վերագրվում է հատուկ դեր սովորողների տրամաբանական մտածողության ղարգացման խնդրում, քանի որ մաթեմատիկայի ուսումնասիրության և այն սովորելու ընթացքում հարկ է լինում բազմիցս կատարել զանազան տրամաբանական գործողություններ:

Սովորաբար, մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում ձգտում են վերացնել սովորողների կողմից մաթեմատիկական նյութի ընկալման դժվարությունները բացատրությունների կրկնություններով ու նյութի մաթեմատիկական բաղադրիչի մեկնաբանություններով: Դա արվում է նախ այն դեպքում, երբ ընկալման դժվարությունը կապված է նյութի տրամաբանական բաղադրիչի չհասկացման հետ: Նման փորձերը անպտուղ են, քանի որ չեն վերացնում դժվարության պատճառները:

Տրամաբանության տարրերի ներառումը մաթեմատիկայի ուսուցման մեջ չի նշանակում այդ տարրերի հատուկ և առանձնացված ուսուցում: Անհրաժեշտ է, որ տրամաբանության տարրերը դառնան մաթեմատիկայի դասավանդման անբաժան մասը, նրա արդյունավետության բարձրացման և սովորողների տրամաբանական զարգացման կարևոր միջոց:

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑԻ ԱՊԱՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԶԱՐԳԱՑՈՒՄԸ

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ապացուցման կարողությունների ձևավորման հիմնախնդիրը Հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ուսուցման կարևոր բաղադրամաս է համարվում տրամաբանական արտածման կամ ապացույցի իրականացումը և նրա ներկայացումը: Ապացուցման հիմնախնդիրը վերաբերում է ճանաչողության հիմնական՝ «ինչու՞» հարցադրմանը: Այս հարցադրումը հավանաբար ծագել է մարդկության պատմության վաղնջնական շրջաններից, բայց իր բուռն զարգացումն է ստացել միայն անտիկ Հունաստանում, հասարակական կյանքի կազմակերպման յուրահատուկ պայմաններում: Ճարտասանությունը համարվում էր կարևոր առաքինություն, այն հունական կրթության կարևոր բաղադրիչ էր՝ կրթությունը կազմող յոթ ազատ արվեստներից մեկը: Եվ, բնականաբար, հարցադրման պատասխանի, համոզիչ խոսքի հիմնական արժանիքներից մեկը, թերևս՝ գլխավորը, դրա փաստարկվածությունն էր, հիմնավորվածությունը, ապացուցելիությունը: Նման խոսքի կառուցման առաջին գիտական օրինակները տվեց մաթեմատիկան, որին էլ հաջորդեց Արիստոտելի կողմից տրամաբանության ստեղծումը, որը փաստորեն նաև գիտություն էր ապացուցման մասին:

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացը ներառում էր որոշ մաթեմատիկական տեսությունների (հանրահաշվի, երկրաչափության, մաթ. անալիզի) սկզբնական հատվածներ՝ բովանդակային շարադրանքով: Այդ պատճառով մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում ապացուցումը հիմնականում կառուցվում է որպես բովանդակային ապացույց, որում օգտագործվում են սովորական դատողությունները, իսկ տրամաբանական հետևության կանոնները չեն ֆիքսվում:

Անդրադառնալով ապացուցումների և արտածումների ուսուցման խնդրին՝ նշենք, որ արտածման պարզագույն կանոնների յուրացումը դեռևս չի նշանակում, որ դրանք յուրացնողը անհրաժեշտության դեպքում կարող է եզրակացությունը արտածել տրված նախադրյալներից, մտածել համապատասխան արտածման կանոնի մասին, այնպես, ինչպես քերականական կանոնների յուրացումը դեռևս չի նշանակում, թե այն իմացողը կարող է յուրաքանչյուր անգամ որոշել, թե իր մտքերը շարադրելու համար ի՞նչ կանոն պետք է կիրառել: Ինտուիցիան և առողջ բանականությունը երբեմն բավարար չեն լինում ճիշտ դատելու համար, այնպես, ինչպես իր մտքերը լեզվի միջոցներով ճիշտ շարադրելու համար: Բայց ինտուիցիան՝ ինքը, կարող է մշակվել ու ձեռք բերվել որոշակի կանոններով կատարվող բազմակի փորձերի արդյունքում: Մանկավարժական փորձը ցույց է տալիս, որ արտածման պարզագույն կանոնների ուսուցումը և դրանց կիրառման ուղղությամբ մշակված խնդիրների համակարգը հանգեցնում են ճիշտ կառուցված դատողությունների կազմման ուղղությամբ ինտուիցիայի զարգացմանը: Եվ դրա շնորհիվ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում սովորողների մոտ ձևավորվում ու զարգանում են այնպիսի կարողություններ, որոնք օգնում են կշռադատություններ կատարելիս հանգել հիմնավոր եզրակացությունների ինչպես մաթեմատիկայի և մյուս առարկաների ուսումնառության ընթացքում, այնպես էլ առօրյա կյանքում: Կարևոր է նշել նաև այն հանգամանքը, որ մինչև վերջին տասնամյակները տարածում էր գտել այն տեսակետը, համաձայն որի ապացուցողական կարողությունների զարգացման գործառույթը իրականացվում էր առավելապես երկրաչափության դասընթացում: Եվ ուշագրավ է այն փաստը, որ, ինչպես ցույց են տալիս վերլուծությունները, նոր հայեցակարգի հիման վրա մշակված հանրահաշվի դասընթացի կառույցն ու նրանում գործող տրամաբանական ձևերը նույնիսկ ավելի պարզ և ընկալելի են, քան երկրաչափության մեջ: Ավելին, հանրահաշվի դասընթացի հիմքում ընկած տրամաբանական կառույցը հնարավորություն է տալիս նրա միջոցով իրականացնել սովորողների տրամաբանական մտածողության ձևավորման ու զարգացման ամբողջական ու բացառիկ մի գործառույթ: Ինչպես նշում է Հ.Ս. Միքայելյանը. «Մինչ այդ գործող դասընթացներում կարևորագույն ու նպատակային այս պահանջը ամբողջությամբ մղված էր երկրորդական պլան: Դրանք, ըստ էության, զուրկ էին համակարգված ապացուցողական կառույցից: Չնչին բացառություններով, հանրահաշվական կարևորագույն փաստերը տրվում էին առանց ապացույցի: Մինչդեռ երկրորդական նշանակություն կամ արժեք ունեցող, մեծ մասամբ՝ զանազան վարժություններ, հանգամանորեն լուծվում էին: Հանրակրթական դպրոցում մաթեմատիկական ապացուցումների ներկայացման մասին:

Գիտելիքների հիմնավորման մասին Արիստոտելի ուսմունքը, համաձայն որի «Գիտենալ՝ նշանակում է ապացուցել», նախ և առաջ վերաբերում է մաթեմատիկային, որում ասելիքի բովանդակությունը նույնացվում է նրա ապացուցվածության հետ:

Քսաներորդ դարի սկզբին, փորձելով հաղթահարել մաթեմատիկայում և փիլիսոփայության մեջ ծագած մի շարք լուրջ դժվարություններ, գերմանացի ականավոր մաթեմատիկոս Դ. Հիլբերտը (1862-1943) տվեց մաթեմատիկական ապացուցման հետևյալ սահմանումը, որը կարելի էր հեշտությամբ մոդիֆիկացնել նաև այլ գիտությունների համար: A բանաձևի ապացուցումը բանաձևերի այնպիսի A1 , A2 ,…, An հաջորդականությունն է, որի յուրաքանչյուր անդամ կա՛մ աքսիոմ է, կա՛մ էլ ստացվում է իր նախորդներից՝ արտածման ինչ-որ կանոնով, իսկ վերջին անդամն էլ հենց A-ն է: Թվում է, թե առանձին բացատրության կարիք չունի այս սահմանամն մեջ կիրառվող «աքսիոմ» եզրույթը. Յուրաքանչյուր գիտություն կամ տեսություն ունի աքսիոմների կամ անառարկելի դրույթների իր համակարգը, որոնք որպես ճշմարտություններ ընդունվում են այդ գիտության կամ տեսության շրջանակներում: Այլ է պատկերը մաթեմատիկայում, որտեղ հստակ են թե՛ աքսիոմները, թե՛ արտածման կանոնները: Այդ պատճառով մաթեմատիկական ապացուցումը հավաստի է և դրա արդյունքում ստացված բանաձևի, այսինքն՝ ապացուցված թեորեմի կամ պնդման ճշմարտացիության հարցը կասկածի տակ չի առնվում: Ապացուցմանը տրված Հիլբերտի վերոհիշյալ սահմանման ուսուցումը, սակայն, հարուցում է լուրջ դժվարություններ: Ապացուցման յուրաքանչյուր քայլից, այսինքն՝ հաջորդականության մեկ բանաձևից հաջորդին անցման ընթացքը պահանջում է հիմնավորում. անհրաժեշտ է նշել, թե այդ հաջորդ բանաձևը արդյո՞ք աքսիոմ է, թե՞ ստացվել է իր նախորդներից արտածման ինչ-որ կանոնով: Առաջին դեպքում պետք է նշել համապատասխան աքսիոմը, իսկ երկրորդ դեպքում՝ արտածման կանոնը և այն բանաձևերը, որոնցից ստացվել է տվյալ բանաձևը՝ արտածման այդ կանոնով: Այս արարողությունների ձևակերպումը և ներկայացումը ուսուցչից պահանջում են մեծ հմտություն, մանավանդ, երբ ապացուցումը բավականին երկար է լինում: Ահա այս դժվարությունը հաղթահարելու համար նպատակահարմար է ներմուծել ապացույցի փաստարկման հասկացությունը. ապացուցմանը զուգահեռ նշվող այն աքսիոմների և արտածման կանոնների անվանումների հաջորդականությունը, որոնք կիրառվում են ապացուցման համապատասխան քայլը հիմնավորելու համար: Փաստարկման այս հասկացությունը նոր չէ. մաթեմատիկայի արևմտյան շատ դասագրքերում թեորեմի ապացուցման քայլերին զուգահեռ բերվում են նաև դրանց փաստարկումները: Սակայն պետք է խոստովանել, որ հաջորդականության տեսքով տրված ապացուցումներում կատարվող փաստարկումներում տեխնիկապես դժվար է նշել, թե ապացուցման քայլը կատարելիս հատկապես ո՞ր բանաձևերի նկատմամբ է կիրառվում այս կամ այն արտածման կանոնը: Իսկ եթե նման հստակեցում մտցվի էլ, ապա այն ապացույցին տալիս է շատ ծավալուն տեսք, և պատկերման տեխնիկական բարդությունները հանգեցնում են ապացույցի նկատմամբ հետաքրքրության կտրուկ թուլացման: Ահա այստեղ մեզ օգնում է ապացուցման մեկ այլ եղանակ, որ տվել է Հիլբերտի աշակերտ Հենցենը՝ ապացուցումը ներկայացնելով ծառի տեսքով : Նա այդ ապացուցումը ներկայացնում է հետևյալ «ծառի» տեսքով, նախապես պայմանավորվելով, որ ծառի գագաթներում գրված բանաձևերը աքսիոմներ են, իսկ երկու կամ մի քանի ծառերից ներքև և այդ ծառերին գծերով (ճյուղերով) միացված բանաձևը ստացվում է այդ բանաձևերից արտածման համապատասխան կանոնով, ինչը որպես փաստարկ մենք գրում ենք ապացուցման կողքին բերված փաստարկումների բաժնում՝ որպես այդ քայլի փաստարկում հիմնավորում: Նշենք, որ այդպես է կատարվում ու ներկայացվում ապացուցումը հանրահաշվի 7-9 դասարանների դասագրքերում: Հանրահաշվական թեորեմները և, մանավանդ, դրանց ապացուցումները հաճախ ավելի պարզ տեսք ունեն, քան երկրաչափական մի շարք թեորեմներ՝ իրենց ապացուցումներով: Երկրաչափական օբյեկտները՝ կետը, ուղիղը, հարթությունը, տարածությունը և այլն, չնայած իրենց դիտողական հնարավորություններին, ունեն նաև ընկալման որոշակի բարդություններ՝ կապված անընդհատության և անվերջության հետ:

Հայտնի մեթոդիստ Գ.Ի. Սարանցևը հետևյալ կերպ է ներկայացնում աշակերտների կողմից ապացուցման ուսուցման մակարդակների ընկալունակությունը՝ ելնելով նրանց տարիքային առանձնահատկություններից 5-6-րդ դասարաններ. • տրամաբանական ապացուցումների իրականացման պահանջմունքների ձևավորում, • տրամաբանական արտածումների իրականացման ունակությունների ձևավորում: 6-7-րդ դասարաններ • էվրիստիկական հնարքների և նրանց կիրառության ուսուցում, • տրամաբանական քայլերի շղթայի կատարման ուսուցում: 7-րդ դասարան • պատրաստի ապացուցման ինքնուրույն վերլուծության- /ռազբոռի ուսուցում, • ապացուցման գաղափարի առանձնացման ունակության ձևավորում: 7-8-րդ դասարաններ • ապացուցման գիտական մեթոդի օգտագործման ուսուցում, • ճանաչողության գիտական մեթոդների օգտագործման ուսուցում: 9-րդ դասարան • ապացուցման ենթակա դրույթի հերքման ձևավորում և զարգացում: Ինչպես տեսնում ենք, միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ներմուծումը, այդ ընթացքում նաև աքսիոմատիկ մեթոդի ուղեկցությամբ դասընթացի առանձին հատվածների շարադրանքը լիովին տեղավորվում են Սարանցևի մոտեցումների շրջանակներում: Ավելին, ապացուցման Հենցենյան սխեմաների կիրառումը թույլ է տալիս սովորողին հստակորեն պատկերացնել ապացույցի սխեման, դրանով հնարավորություն ստեղծելով կատարելու դրա կառուցվածքի վերլուծություն՝ ունակություն, ինչին, Սարանցևի տեսակետով, պետք է տիրապետեն արդեն վեցերորդ դասարանի աշակերտները: Ապացուցումների ներկայացման հենցենյան սխեմաները ուսուցման ընթացքում կարող են կատարել բազմաթիվ դիդակտիկական գործառույթներ կամ էլ օգնել մանկավարժական այլ գործառույթների իրականացմանը: Օրինակ, դասավանդվող նյութի կրկնությունների կազմակերպման գործառույթի մեջ դրանք կարող են խաղալ շատ կարևոր և օգտակար դեր, քանի որ ապացուցման «ծառի ճյուղերի» համար փաստարկներ նշելիս շարունակ ակտիվորեն վերարտադրվում է այն ողջ գիտելիքների համակարգը, որը ներառում է նախկինում ուսումնասիրված օրենքները, հատկությունները, բանաձևերը, և միաժամանակ նպաստավոր պայմաններ են ստեղծում դրանց միջև կապերի բացահայտման համար: Այսպիսով, երբ ապացուցումների ուսուցումը կազմակերպվում է հենցենյան ծառի տեսքով, ապա դրանք, մի կողմից աշակերտներին հնարավորություն էին տալիս նորովի մոտենալ ապացուցումներին, ընկալել դրանց հիմքում ընկած մեխանիզմը: Մյուս կողմից, ապացուցմանը զուգահեռ տրված փաստարկուների համակարգը թույլ է տալիս նշել ապացուցման մեջ կիրառվող հատկությունները կամ թեորեմները՝ հնարավորություն տալով վերհիշել դրանք, իսկ հաճախակի կիրառությունը ամրապնդում է դրանց իմացությունը՝ դրանք դարձնելով աշակերտների սեփականությունը: Ընդ որում, ապացուցումների նման ուսուցումը հաճախ հնարավոր է իրականացնել խաղերի միջոցով, ինչը էականորեն բարձրացնում է սովորողների ակտիվությունը, դասին հաղորդում առանձին դինամիկա:: Գիտափորձի ընթացքում հաստատվեց մեր այն կանխատեսումը, որ ապացուցման յուրաքանչյուր քայլի համար փաստարկներ նշելը սովորողների կողմից միանգամից չի կարող կատարվել, այն պահանջում է որոնողական աշխատանք: Դրա համար նրանք պետք է իրենց տիրապետած գիտելիքների շրջանակում գտնեն այն փաստերը (սահմանում, աքսիոմ, թեորեմ, օրենք, կանոն և այլն), որոնց կապակցման շնորհիվ հիմնավորվում է տվյալ քայլը: Հաշվի առնելով այդ գործոնը՝ գիտափորձի ընթացքում դիտարկվող ապացուցման հաջորդ խնդիրները (կամ թեորեմները) առաջարկվում էին աստիճանական բարդացման սկզբունքով: Համեմատաբար պարզ կառուցվածքով ապացուցումները, երբ նրանց սխեմայում ծառն ունենում է 2-3 ճյուղեր, հնարավորություն են տալիս առանց ծանծրանալու կենտրոնանալ փաստարկների որոնման աշխատանքի վրա: Մեր հետապնդած նպատակների տեսակետից դա շատ օգտակար էր, քանի որ այս կամ այն թեորեմի կամ պնդման ապացուցումը դիտարկվում էր ոչ թե որպես դասագրքային պատրաստի ապացուցումների սերտում և յուրացում, այլ որպես հայտնաբերում: Ընդ որում դա արվում էր սովորողների միջոցով, նրանց ակտիվ մասնակցությամբ: Ապացուցումները ծառի տեսքով ներկայացնելու մեթոդի նկատմամբ սովորողների ցուցաբերած հետաքրքրասիրությունը նույնիսկ գերազանցեց մեր նախնական սպասելիքները: Ապացուցման ծառը պատկերելու փորձեր էին անում նաև այն աշակերտները, որոնք, ուսուցիչների վկայությամբ, մաթեմատիկայի դասերին սովորաբար շատ պասիվ են եղել: Պարապմունքների ամփոփման ժամանակ սովորողները հայտնում էին, որ իրենց շատ դուր է եկել ապացուցման այդ եղանակը, քանի որ սխեմատիկորեն տեսնում են, թե ինչը ինչից է բխում, տպավորիչ է, ներգրավվում են անգամ ցածր առաջադիմություն ունեցողները, ապացուցումը չի վանում, այլ գրավում է, վերացնում է վախը սեփական ուժերի նկատմամբ, դառնում են ավելի ինքնավստահ, պատասխանատվություն են զգում իրենց կատարած քայլերի համար, գիտակցում են, որ այն, ինչ գրեցին, պետք է կարողանան հիմնավորել և պետք է կարևորեն հստակ հայերենով ձևակերպել իրենց մտքերը:

Ե Զ Ր Ա Կ Ա Ց Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Մանկավարժական փորձը ցույց է տալիս, որ ապացուցման պարզագույն կանոնների ուսուցումը և դրանց կիրառման ուղղությամբ որոշ վարժվածությունը հանգեցնում են ճիշտ կառուցված դատողությունների կազմման ուղղությամբ ինտուիցիայի զարգացմանը: Մաթեմատիկական մտքերի հետևողական կառուցվածքը, այդ մտքերը շարադրելու ճանապարհները, հնարավորություններ են տալիս դրանց ուսուցման միջոցով զարգացնելու սովորողների տրամաբանական մտածողությունը: Սակայն միայն մաթեմատիկական գործողությունները բավարար չեն սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման խնդրի լիարժեք լուծման, մտածողության օրինաչափությունները ձևավորելու համար, և նշված ծրագրում այդ և որոշ այլ խնդիրների լուծման համար միջին դպրոցի մաթեմատիկայի չափորոշիչներում և ծրագրերում ավելացվել էին տրամաբանության հանրահաշվին նվիրված ամբողջական մի բաժին: Այդ ծրագրի հիման վրա գրվեցին դասագրքերը՝ ողջ դասընթացն ընդգրկող դեդուկտիվ մեթոդի առկայությամբ, ապացուցողական հստակ կառույցով: Մինչ այդ, նման գործառույթ իրականացվում էր միայն երկրաչափության դասընթացում: Սակայն հանրահաշվի դասընթացի կառույցը ցույց է տալիս, որ նրանում գործող տրամաբանական ձևերը ավելի պարզ և ընկալելի են, քան երկրաչափության մեջ: Ավելին՝ դասընթացի հիմքում ընկած տրամաբանական կառույցը հնարավորություն է տալիս նրա միջոցով իրականացնել սովորողների տրամաբանական մտածողության ձևավորման ու զարգացման ամբողջական ու բացառիկ մի գործառույթ:

Գ Ր Ա Կ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

1. Գևորգյան Հ. Ա. , Բաղդասարյան Վ. Խ. , Տրամաբանություն, Երևան, 1994.

2. Մաթեմատիկա. Հանրակրթական հիմնական դպրոցի առարկայական չաթորոշիչ և ծրագիր, Երևան, 2007.

3. Միքայելյան Հ. Ս. , Հանրահաշվի ուսուցման հիմնահարցերը, Երևան, 2003.

4. Մաթեմատիկան դպրոցում.

5. Генцен Г. ,,Математическая теория логического вывода. М.,,1967.

6. Слепкань З.И. ,, Психолого-педагогические основы обучения математике. Метод. Пособие. К.,, 1983.

7. Черкасов Р. С. ,,Столяр А. А. Методика преподавания математики в средней школе,, 1985.