ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՈՂ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒԹՅՈՒՆ

<<Գյումրու N 38 հիմնական դպրոց>> ՊՈԱԿ

Ավարտական հետազոտական աշխատանք

Թեմա՝ ԳՐԱՖՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԴՊՐՈՑՈՒՄ

Կատարող՝ Արմինե Միշայի Հովհաննիսյան

/անուն, հայրանուն, ազգանուն /

<<Գյումրու N 4 հիմնական դպրոց>> ՊՈԱԿ , մաթեմատիկա

/դպրոց մասնագիտություն, ըստ վերապատրաստման խմբի/

Ղեկավար՝ Կարինե Ալեքսանյան

/անուն,ազգանուն /

ԳՅՈՒՄՐԻ 2022թ.

Բովանդակություն

Ներածություն

Ժամանակակից գիտության և տեխնիկայի զարգացման մակարդակը, տնտեսական գործնունեության գիտական կազմակերպման անհրաժեշտությունը այսօր պահանջում են մաթեմատիկական հիմնարար գիտելիքների և մեթոդների իմացություն: Այսօր արդիական են դպրոցական մաթեմատիկայի բովանդակության հարստացման և ճշտման, նրա կիրառական ուղղվածության զարգացման, այլ առարկաների հետ կապն ուժեղացնելու խնդիրները:

Դրա հետ մեկտեղ անհրաժեշտ է, որպեսզի ամբողջ գիտական վերազինման հետ այն մնա ընդհանուր հասանելի: Նոր հասկացողությունները պետք է ներդրվեն դպրոցական կրթության մեջ այն դեպքում, եթե նրանք թույլ են տալիս սովորողներին տեսնել հայտնին և էապես կարևորը, այն ավելի հստակ և ճիշտ լուսաբանել: <Ճանաչումը ենթադրում է ստացված գիտելիքների օգտագործումը գործնականում, այսինքն՝ լայնորեն հասկանալով որպես մարդկության գիտական և արտադրատեխնիկական գործունեության ընդհանրություն>>:

Որոշակի դեր այս խնդիրների լուծման գործում կարող է խաղալ դպրոցական մաթեմատիկական կրթության մեջ գրաֆների տեսության տարրերի ներմուծումը: Գրաֆների տեսությունը՝ որպես մաթեմատիայի ինքնուրույն բաժին, իր լեզվով և մեթոդներով օգնում է լուծելու մի շարք կիրառական խնդիրներ: Գրաֆների լեզուն կարող է մի շարք առարկաների շարադրումը դարձնել ավելի դիտողական, հասանելի, պարզեցնել հաշվարկները:

ԳՐԱՖՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԴՊՐՈՑՈՒՄ

Գրաֆների տեսության հեղինակավոր մասնագետ Ա. Ա. Զիկովի խոսքերով. <<Այսօր ամենաբազմազան բովանդակության և ամենատարբեր բարդության գործնական և տեսական խնդիրների քանակը, որոնք հանգում են մաքուր գրաֆների տեսության խնդիրներին, աճում է այնքան արագ, որ տնային մեթոդներով կամ սրամիտ և անհատական հնարներով դրանց <<մանրածախ>> լուծման համար որակյալ մասնագետ արդեն չի բավարարում>>:

<<Գրաֆ>> հասկացողությունը կապված է դպրոցական մաթեմատիկայի շատ հիմնական հասկացողությունների հետ: Մասնավորապես <<երկուական հարաբերում>> հասկացությունը, որն իր հերթին ներառում է այնպիսի ընդհանուր հասկացություններ, ինչպիսին են նույնության, կոնգրուենտության, հավասարամեծության, համարժեքության, զուգահեռության, ուղղազծության, բաժանելիության և այլ հասկացությունները:

Գրաֆների տեսության լեզվի առանձնահատկությունների վերլուծությունը թույլ է տալիս առաջ քաշել հետևյալ վարկածը. գրաֆների տեսության տարրերը մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթաց ներառելու, ինչը թույլ կտա սովորողներին հասանելի մակարդակում հարստացնել նրա բովանդակությունն առանց ծավալի մեծացման:

Հայտնի է, որ մաթեմատիկական, հետազոտության օբյեկտ ունենալով մոդելի հետազոտությունները, այսինքն՝ իրական աշխարհի մտավոր կառուցվածքները, առաջարկում է գիտելիքների մյուս ճյուղերին մոդելների ընդհանրություն, որոնք ունեն մեծ կիրառություն և ամփոփում:

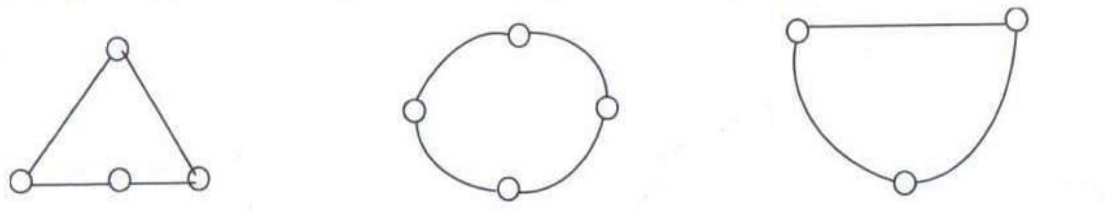
Գրաֆների տեսությունն առաջարկում է մոդելներ կրկնակի (բինար) հարաբերությունների ցանկացած համակարգի համար: Եթե ուսումնասիրվող երևույթում առանձնացնենք ինչ-որ տարրերի ոչ դատարկ բազմություն, և առաջին բազմությունում տրված է կրկնակի հարաբերությունների բազմություն, ապա հենց որ հաջողվի բանականորեն հարաբերել գրաֆի գագաթներին մեզ հետաքրքրող օբյեկտները, իսկ կողերին՝ նրանց միջև հարաբերությունները, ստացված գրաֆը դառնում է ուսումասիրվող երևույթի մաթեմատիկական մոդել, իսկ գրաֆի հատկություններն արտահայտում են այդ երևույթի կառուցվածքային հատկությունները: Եթե այդ ընթացքում առաջին բազմությունը բաժանվում է մի քանի ենթաբազմության, ստանում ենք այսպես կոչված <<գունավոր>> գագաթներով գրաֆ: Եթե առաջին բազմության բոլոր տարրերի համար կարևոր է տարրերի կարգը զույգում, ստանում ենք կողմնորոշված կողերով գրաֆ, հակառակ դեպքում ստանում ենք խառը կամ չկողմնորոշված գրաֆ: Հենց այն պատճառով, որ յուրաքանչյուր կառուցվածքում կարելի է առանձնացնել տարրերի ոչ դատարկ բազմություն և կրկնակի հարաբերությունների բազմություն:

Այժմ դիտարկենք գրաֆների՝ բնույթով ոչ խոսքային, լեզվի առանձնահատկությունները, որոնք թույլ են տալիս քննարկել նրա արժանիքները հանրակրթական դպրոցում ուսումնասիրելու հարցը քննարկելիս.

ա) Նախ և առաջ այդ լեզուն տարբերվում է <<այբուբենի>> պարզությամբ: Նրա այբուբենը պարունակում է երկու հիմնական տարր, նշանների երկու տեսակ՝ շրջանակններով, որոնք կարող են լինել աննշան փոքր (գրաֆի տեսության օգնության դիտարկվող երկրաչափական և տեղագրական խնդիրներում) կամ բավական մեծ, երբ շրջանակի մեջ գրվում են նրա նշանակությունը խոսքերով (կառավաման խնդիրներ) պատկերվող գրաֆի <<գագաթները>>:

Գրաֆների նշանների երկրորդ տեսակը նրա երկու կողերն են կամ կորերը, որոնք նշանակում են գծերի հատվածներով կամ համապատասխան սլաքներով (եթե կողերը կողմնորոշված են): Օժանդակ ցուցիչները կամ քաշերը, գրված գրաֆի կողերին կամ գագաթներին, հաճախ նշանակում են համապատասխան գագաթները կամ կողերը գունավոր պատկերելու միջոցով: Հետևաբար, բազմազանության համար դիտարկվող խնդիրներում մտցվում է լրացուցիչ գույն:

Ի տարբերություն Մորզեյի այբուբենի՝ որտեղ նույնպես երկու հիմնական տարր կա (կետ և գիծ), բայց 33 տառ, այստեղ գործնականում համարյա ոչինչ հիշել պետք չէ: Նկատենք, որ մի շարք խնդիրներում դիտարկվում է նաև այսպես կոչված վաճակների տարածությունը, <<տարածության>> դերը կատարում է ոչ թե հարթությունը կամ երեք չափերի տարածությունը, այլ գրաֆի գագաթների ընդհանրությունը: Այդպիսի մոտեցումը բնորոշ է սխեմաների լեզվի համար:



Նկ.1

բ) Գրաֆների լեզվի <<քերականությունը>> նույնպես շատ պարզ է: Քերականության առաջին կանոնն այն , որ կողերից յուրաքանչյուրի ցանկացած ծայր պատկանում է որևէ գագաթի: Երկրորդ կանոնն է՝ պատկերում երևացող կողերի բոլոր հատումները համարվում են գագաթներ, եթե հակառակը չի նշվում շրջանակով կամ հատուկ չի պայմանավորվում: Երրորդ կանոնը գրաֆի տեսություն ներառում է համարժեքության տեղագրական տեսակ՝ գեմեոմորֆիզմը:

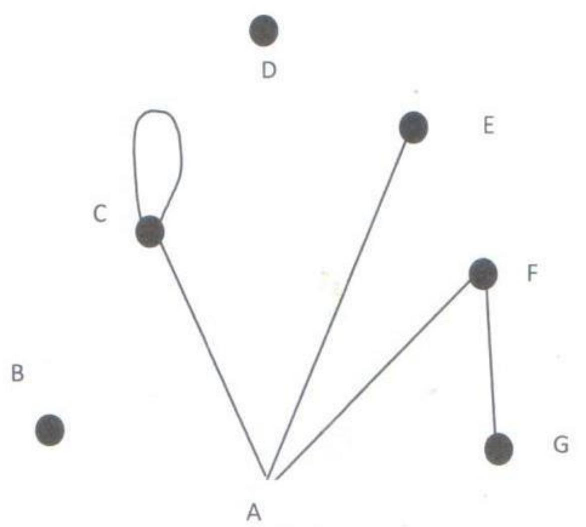
Գրաֆի պատկերման ժամանակ ազատ է պատկերի հարթությունում կետերի պատկերման միջոցը. կարևոր չէ, միացած են երկու կետերը ուղիղ հատվածով կամ կոր հատվածով (ընտրվում է ավելի հարմար տեսակը), չեն դիտարկվում անկյունները, նշանակություն չունի կետերի միջև տարածությունը: Դրա հետևանքով նկ. 1-ում պատկերված գրաֆները նույնատիպ են, չտարբերվող, այսինքն՝ կարող են նույն իրավունքով համարվել միևնույն օբյեկտի կամ միևնույն համակարգի մոդել: Այդ պատճառով մեթոդական նպատակներով գրաֆների լեզվի տարրերի ուսումնասիրման սկզբում, որպեսզի սովորողները սովորեն տարբերել երկրաչափական գծագրերը գրաֆի պատկերներից, գրաֆների կողերը նպատակահարմար է նշանակել ուղղագիծ և կորագիծ հատվածներով:

Գրաֆների տեսության պատկերման լեզվում չափերի բացակայությունը մոտեցնում է գրաֆների տեսությունը տեղագրությանը, իսկ գործնականում այդ լեզուն ավելի ճկուն է դարձնում: Դա ավելացնում է գրաֆների պատկերները որպես դիտողականության միջոց օգտագործելու հնարավորություններ, այսինքն՝ գտնել այնպիսի պատկերներ, որոնք կընդգծեն գլխավորը կոնկրետ դեպքում: Պակաս կարևոր նշանակություն չունի մեթոդական տեսակետից այն փաստը, որ գրաֆի պատկերը ավելի հեշտ և արագ է կատարվում ձեռքով գրատախտակին կամ տետրում, քան ասենք երկրաչափական ծրագիրը, որը պահանջում է պատկերման որոշակի ճշտություն:

գ) Գրաֆի պատկերի տարբերիչ գիծ է ոչ միայն նրա պարզությունը, այլև պատկերման միջոցների տնտեսումը: Գրաֆի պատկերում չկա ոչ մի ավելորդություն, նրա բոլոր բաղադրամասերն աշխատում են: Կետերը համապատասխանում են օբյեկտներին (բազմության տարրերին), հատվածները՝ օբյեկտների միջև հարաբերություններին, եթե գույնով առանձնացվել են որևէ կողեր կամ գագաթներ, գույնը նույնպես կրում է որոշակի լրացուցիչ իմաստ:

դ) Գրաֆների տեսության լեզվի առանձնահատկություններին է վերաբերում նաև այն, որ գրաֆի պատկերները նկարագրության <<մեռած>> սխեմա չեն, նրանք ապրում են, դրանք կարելի է ձևափոխել: Սովորողներին հնա- րավորություն է տրվում փորձարկելու, գրաֆների պատկերների ձևափոխումը հրապուրում է սովորողներին, գրաֆների պատկերավոր լեզվի օգտագործումը թույլ է տալիս դասի մեջ մտցնել խաղի տարրեր:

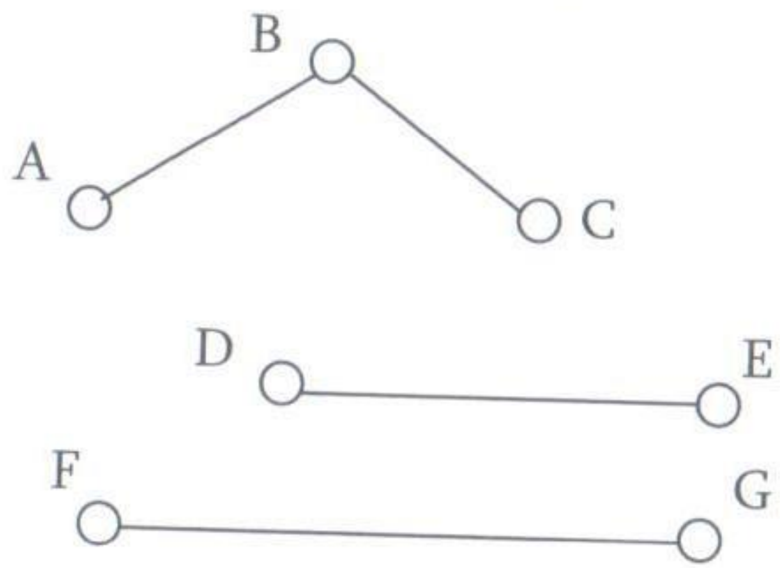
Եվ ահա այսքան պարզ, նույնիսկ առաջին հայացքից պարզագույն լեզուն (ի դեպ, դրանում է ոչ թե նրա թերությունը, այլ արժանիքը, քանի որ այդ լեզուն հարկավոր է զուտ հատուկ նպատակների համար) թույլ է տալիս լուծել դիսկրետ մաթեմատիկայի բազմաթիվ և բազմապիսի խնդիրներ: Տեղին օգտագործված գրաֆների տեսության լեզուն համեմատելի է հանրահաշվի լեզվի հետ, որը շատ բանում պարզեցնում է ձևափոխումների անցկացումը: Նույնիսկ դժվար է պատկերացնել, թե ինչպես գործնականում կդժվարանար հանրահաշվական ձևափոխումների նկարագրությունը, եթե այն անցկացնենք խոսքերով: Գրաֆի պատկերը, նման ծայրահեղ պարզեցված հանրահաշվական արտահայտությանը, չի պարունակում ոչ մի ավելորդ բան:



Նկ.2

Պարունակելով գծապատկերային պայմանականություն, գրաֆի պատկերները շահավետ տարբերվում են ծայրահեղ ձևականացված հանրահաշվական արտահայտություններից, որոնք չեն պարունակում << ինչու՞>> հարցը, ցույց չեն տալիս ձևափոխման շղթան,այլ ցույց են տալիս ձևափոխումների միայն միջանկյալ կամ վերջնական արդյունքը: Ինչպես հայտնի է, գրաֆի պատկերները հաջողությամբ կարող են պատկերել ձևափոխումների ալգորիթմի սխեմաները, ցուցադրել միաժամանակ ձևափոխումների մի քանի քայլ: Դրա շնորհիվ գրաֆների տեսության կիրառումը թույլ է տալիս մի շարք դեպքերում կրճատել խոսքային տեքստը և այն դարձնել ավելի հասանելի և ըմբռնելի: Գրաֆների տեսությունում պատկերների օգտագործման համեմատաբար բարձր արդյունավետությունը բացատրվում է նրանով, որ տարրական նշանների միջոցով հաջողվում է արտահայտել այդ տեսության շատ հասկացողություններ, այսինքն՝ կառուցել նրանց հենակետային կերպարները:

ե) Դրա հետ մեկտեղ գրաֆների տեսության հիմունքները մանկավարժական տեսանկյունից շահավետ տարբերվում է եզրույթաբանության պարզությունը: Պատմականորեն այնպես է ստացվել, որ այս տեսության ստեղծման ժամանակ (երբ կուտակված ցաք ու ցրիվ փաստերը միացվել են և ամփոփվել, մշակվել են նոր ուղղություններ) գրաֆների տեսության հիմնախնդիրները հիմնական հասկացություններին տվել են բնական <<անուններ>>, որոնք լավ են համաձայնեցվում համապատասխան նկարների և դպրոցականների կենսական փորձի հետ:

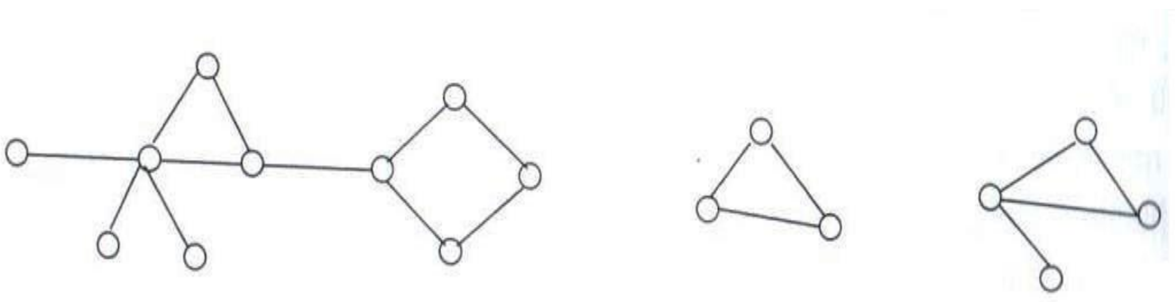


Նկ.3

Դիտարկենք գրաֆի պատկերը (նկ. 2): Եթե գրաֆի գագաթների մեջ անհրաժեշտ է առանձնացնել <<մեկուսացված գագաթներ>>, սովորողները միանգամից անվանում են B և D գագաթները: Այնուհետև, նայելով պատկերին, ինքնուրույն նրանք տալիս են մեկուսացված գագաթի սահմանումը: Եթե մտցվում է <<գագաթի աստիճան>> հասկացողությունը, բնական է գագաթի աստիճան անվանել գրաֆի կողերի քանակը, որոնց գագաթը պատկանում է:

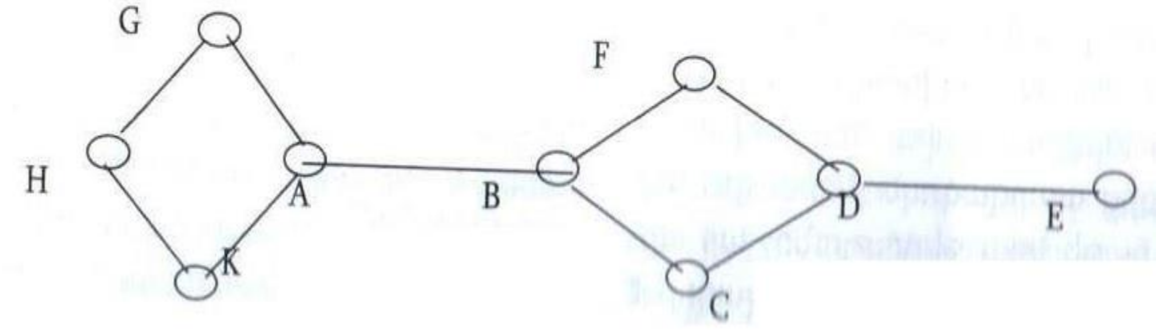
Տվյալ դեպքում A=4, B=0, C=2 և այլն: Բնական է A, F և G գագաթները պարունակող ենթագրաֆն անվանել ցիկլ: Իսկ կողը, որի երկու ծայրերը C գագաթում են, օղակ: Բնական և պարզ են նաև գրաֆների տեսության համար այնպիսի կարևոր հասկացողությունները, ինչպիսին են <<լրիվ գրաֆը>>, <<ոչ լրիվ գրաֆը>>, գրաֆում գագաթից գագաթ <<ուղին>>, <<ուղու երկարությունը>>, <<կապված գագաթները>>, <<չկապված գագաթները>>, <<կապված գրաֆը>>, <<չկապված գրաֆը >>: Եթե, օրինակ, նկար 3-ում որոշ գրաֆին անհրաժեշտ է տարբերել կապված և չկապված գագաթները, լրիվ բնական է կապված համարել այնպիսի գագաթները, ինչպիսին են, օրինակ, A և B, A և C, A և D, քանի որ գոյություն ունեն ուղիներ, որոնք կապում են այդ գագաթները, իսկ չկապված համարել A և F, B և F գագաթները, քանի որ գրաֆում չկան ուղիներ, որոնք կապում են դրանք:

Եթե պահանջվում է տարբերել կապված և չկապված գրաֆները, նկ. 4-ում պատկերված երկու գրաֆներից կապված են անվանում ձախը, իսկ չկապվածը՝ աջը:



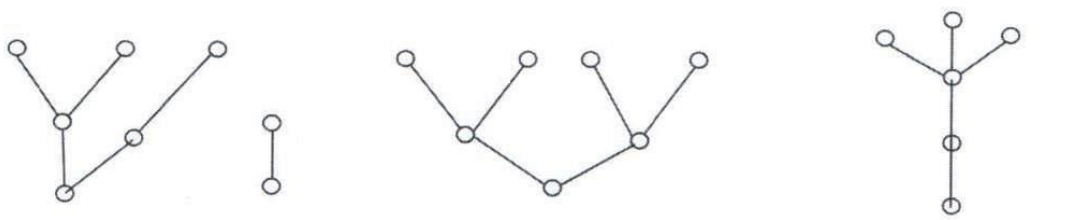
Նկ. 4

Սովորողների կողմից բնական են ընկալվում գրաֆների տեսության համար այնպիսի հասկացությունները, ինչպիսին են <<կամուրջը>>, <<ծառը>>, <<անտառը>>:



Նկ.5

Եթե նկ. 5-ի գրաֆի կողերից պահանջվում է ընտրել նրանք, որոնց համար կլիներ <<կամուրջ>> անվանումը, ընտրում են A, B և D, E կողերը: Իսկ ցանկացած գրաֆ, որը հանդիսանում է <<ծառ>>, միշտ կարելի է պատկերել իրոք <<ծառ>>, հիշեցնող նկարով: Նկ. 6-ում պատկերված է այսպես կոչված անտառը՝ բաղկացած չորս ծառերից:



Նկ.6

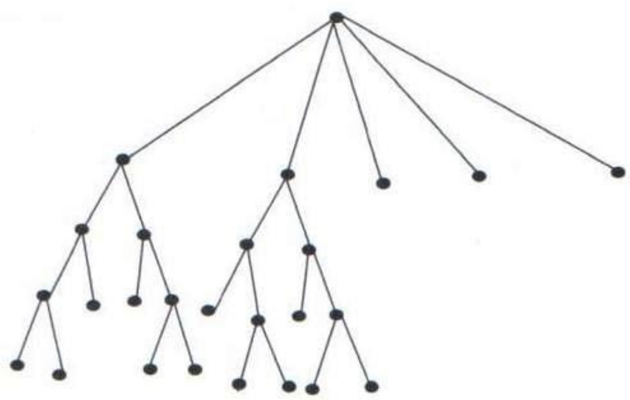
Նկատենք՝ գրաֆների տեսության լայն կիրառելիության պատճառով նրա հիմունքների և մեթոդների ուսումնասիրումը կարող է և պետք է տեղի ունենա մաթեմատիկայի հիմնական դասընթացի ուսումնասիրման ընթացքում, գրաֆների տեսության լեզվի օգտագործման ընթացքում երկրաչափություն ուսուցանելիս: Գրաֆների լեզուն պետք է ներառվի միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի հիմնական դասընթացը՝ սկսած տարրական դասարաններից: Այն կզարգացնի սովորողների պատկերավոր մտածողությունը:

Գրաֆների պատկերների օգտագործումը թույլ է տալիս որոշակի տեղեկության մասը տեղափոխել այդ պատկերներին, տեղեկության մի մասը, որը մինչև այդ սովորողները ստանում էին գրքի խոսքային տեքստի կամ ուսուցչի խոսքի միջոցով, հիշելու համար ավելի հարմար տեսքով: Գրաֆների պատկերների օգտագործումը ավելացնում է տեղեկության գծապատկերային ներկայացման մասնաբաժինը մաթեմատիկայի դասընթացում և թույլ է տալիս մի շարք դեպքերում կրճատել բացատրական տեքստը:

Գրաֆների պատկերավոր լեզվի կիրառումը խնդիրների լուծման, տրամաբանական եզրահանգումների անցկացման ժամանակ կարելի է ցույց տալ այսպես կոչված տրամաբանական խնդիրների լուծման օրինակով, որոնք հաճախ վերաբերում են գլուխկոտրուկների շարքին: Տրամաբանական խնդիրներ լուծելիս սովորաբար բավական դժվար է լինում հիշողությունում պահել բազմաթիվ փաստեր, տվյալներ, հաստատել կապը նրանց միջև, արտահայտել վարկածներ, մասնավոր եզրակացություններ անել, հիշել դրանք և օգտվել դրանցից:

Ներկայացնենք՝ ինչպես գրաֆների նկարների օգտագործումը խնդիրները հասանելի են դարձնում 5-րդ դասարանի սովորողների համար:

Խնդիր: Տիգրանը հայրիկի հետ գնաց << ՏԻՐ >>: Նրանք ունեին հետևյալ պայմանավորվածությունը: Տիգրանը պետք է 5 կրակոց աներ, և եթե կրակոցը դիպչում էր նպատակակետին, ապա ճիշտ կրակոցի դեպքում նա իրավունք ուներ կրակել ևս 2 կրակոց: Տիգրանը կրակեց 25 անգամ: Քանի՞ ճիշտ կրակոց արեց Տիգրանը:



Նկ.7

Լուծում: Տիգրանի կրակոցը կարելի է ներկայացնել որպես գրաֆային ծառ, որը համարվում է արմատավոր ծառ: Այդ ծառի բոլոր գագաթները բացի վերևինից համընկնում է կրակոցներին: Եթե նպատակակետին հասավ, ապա համապատասխան գագաթի աստիճանը հավասար է 3-ի: Իսկ եթե վրիպել է, ապա՝ 1: Բարձր աստիճանի գագաթը 5 է: Ծառն ունի 26 գագաթ և 25 կող: n-ը նշանակետին դիպած կրակոցների քանակն է: Այս դեպքում գրաֆն ունի 3 աստիճանի n գագաթ և 1 աստիճանի (25-n) ՝ գագաթ և 1 գագաթ՝ 5 աստիճանի:

Օգտվենք ձեռքսեղման լեմմայից.

3. n+1x (25-n)+ 5= 2 x 25

Լուծելով այս հավասարությունը՝ կստանանք n = 10:

Այսինքն՝ Տիգրանը նշանակետին դիպել է 10անգամ:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Այսպիսով՝ գրաֆների ուսումնասիրումը դպրոցում հնարավորություն է տալիս մաթեմատիկական խնդիրները առավել հեշտ և պատկերավոր ներկայացնելու գործնական, պրակտիկ կյանքի իրողությունները մոդելավորելիս: Այս ամենը զարգացնում է սովորողների պատկերավոր մտածողությունը, ընդգրկում է մաթեմատիկայի պրակտիկությունը մեր կյանքում:

Օգտագործված գրականություն

1. Նիկողոսյան Ժ. Գ., Դիսկրետ մաթեմատիկա, ուսումնական ձեռնարկ, Գյումրի, 2007, 334 էջ:
2. Зыков А. А., Теория конечных графов, Издательство Наука, Сибирское отделение, 1969, 554ст.