ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՈՂ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒԹՅՈՒՆ
ՇՈՒՄ Գիտակրթական կենտրոն ՀԿ

ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅԱՆ ԹԵՄԱՆ՝

Կիրառական բնույթի խնդիրների ուսուցումը որպես աշակարետների մեջ ստեղծագործական աշխատանքի հմտություններ մշակելու միջոց

Հետազոտող ուսուցիչ՝ Մելանյա Աղաքարյան

անուն, ազգանուն

Արթիկի թիվ 4 հիմնական դպրոց

Մենթոր ուսուցիչ՝ ԱՍԼԱՆՅԱՆ ՆԱԻՐԱ

անուն, ազգանուն

ԳՅՈՒՄՐԻ- 2022

ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՎՈՂ ՈՒՍՈՒՑՉԻ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Հետազոտության թեման՝ Կիրառական բնույթի խնդիրների ուսուցումը որպես աշակերտների մեջ ստեղծագործական աշխատանքի հմտություններ մշակելու միջոց

Հետազոտող ուսուցիչ՝ Մելանյա Աղաքարյան

Արթիկի թիվ 4 հիմնական դպրոց

ԳՅՈՒՄՐԻ 2022

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Լավագույնը, որ ես կարող եմ անել, դա կիրառական մաթեմատիկայի բնորոշումն է որպես մի կամրջի, որը միացնում է բուն տեսական մաթեմատիկան գիտության և տեխնիկայի հետ: Ես մտադիր եմ այդ կամուրջը բնորոշել որպես կապող օղակ գործունեության երկու բնագավառների միջև, բայց ոչ առաջատար ճանապարհի մեկը մյուսի նկատմամբ, որովհետև այդ կամուրջն ապահովում է երկկողմանի շարժում: Միանգամայն ակներև է նրա նշանակությունը գիտության և տեխնիկայի համար, բայց պակաս կարևոր չէ այն բուն տեսական մաթեմատիկայի համար, որը կդառնար աղքատ և կկորցներ իր այն խթանող շարժառիթները, որոնք կապված են կիրառությունների հետ:

Կիրառական բնույթի խնդիրները լայն հնարավորություն են տալիս աշակերտների ուսուցումը, զարգացումը, դաստիարակումը և աշխատանքի համար նախապատրաստումն իրականացնել մի միասնական պլանով: Այս պահանջներն էական նշանակություն ունեն աճող սերնդի կրթության դաստիարակության գործում:

Դպրոցական ծրագրերն ու դասագրքրը մի շարք դեպքերում ծանրաբեռնված են ավելորդ ինֆորմացիայով և երկրորդական նյութերով, որը խանգարում է սովորողների մեջ ինքնուրույն ստեղծագործական աշխատանքի հմտություններ մշակելուն: Միշտ չէ, որ հետևողականորեն իրկանացվում է ուսուցման և դաստիարակության օրգանական միասնության սկզբունքը:

Կիրառական մաթեմատիկայի՝ գծային ծրագրավորում, խաղերի տեսություն, մաթեմատիկական վիճակագրություն, գրաֆների տեսություն, կոմբինատորական անալիզ, ալգորիթմների տեսություն, մաթեմատիկական տրամաբանություն և այլ տարրերի ուսուցումը հրատապ պահանջ է դարձել դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացի համար, ուստի գործող դասընթացը պետք է հարստացնել կիրառական բնույթի խնդիրներով:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ԲՆՈՒՅԹԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ԱՇԱԿԱՐԵՏՆԵՐԻ ՄԵՋ ՍՏԵՂԾԱԳՈՐԾԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՄՇԱԿԵԼՈՒ ՄԻՋՈՑ

Առաջին հերթին պետք է աշակերտների ուշադրությունը հրավիրել գործնական խնդիրների վրա՝ դրանք դարձնելով ուսումնասիրության առարկա: Այդպիսի խնդիրների առանձնահատկությունն այն է, որ դրանց լուծման ընթացքում անհրաժեշտ է ռեալ իրավիճակից անցնել դրանց մաթեմատիկական նկարագրությանը կամ, ինչպես ասում են, կառուցել դրանց մաթեմատիկական մոդելը: Այդպիսի մոդելները հաճախ անվանում են կիրառական խնդիրներ: Այդ խնդիրների լուծման ժամանակ հատկապես ակներև է դառնում մարդու կողմից օբյեկտիվ աշխարհի ճանաչողության բնութագիրը:

Շատ հաճախ կիրառական խնդիրը լուծելիս մեզ հաջողվում է ուշադիր ուսումնասիրել խնդրի պայմանները (կենդանի հայեցողություն) կառուցել դրա մաթեմատիկական մոդելը, այդ մոդելի վրա իրականացնել խնդրի լուծումը (անցում աբստարկտ մտածողության), իսկ այնուհետև լուծման արդյունքը մեկնաբանել նախնական իրավիճակի լեզվով (հանգել գործնական եզրակացության): Դրանում է բնության օրենքների ճանաչման մաթեմատիկական մեթոդների, նրա կիրառական բնույթի հզորությունը:

Եթե աշակերտները կարողանում են լուծել լիրառական բնույթի խնդիրներ, ապա նշանակում է, որ նրանք ունակ են մաթմատիկան կիրառել գործնականում: Այդ կարևոր ունակությունը անհրաժեշտ է նրանց հետագա աշխատանքային գործունեության համար:

Քննարկենք մի քանի կիրառական բնույթի խնդիրներ և դրանց ուսուցման մեթոդիկայի հարցերը։

1. Երկու գործարան արտադրում են A և B տիպի ավտոմեքենաներ։ Յուրաքանչյուր գործարան այդ աշխատանքը կատարում է շաբաթական ոչ ավելի, քան 30 ժամում։ Առաջին գործարանը A տիպի ավտոմեքենայի համար մասեր է պատրաստում 10 ժամում, իսկ B–ի համար՝ 5 ժամում։ Երկրորդ գործարանը A տիպի ավտոմեքենայի հավաքման համար ծախսում է 5 ժամ, իսկ B-ի համար՝ 10 ժամ։ A տիպի ավտոմեքենայի վաճառելուց ստացած շահույթը հավասար է 200-ի, իսկ B տիպից՝ 300-ի։ Յուրաքանչյուր տիպից շաբաթական քա՞նի ավտոմեքենա պետք է արտադրել, որ ստացվի առավելագույն շահույթ։

Նախ ուսումնասիրեն խնդրի պայմանները։ Շաբաթական արտադրված A և B տիպի ավտոմեքենաների քանակը համապատասխանաբար նշանակենք X և Y։ Խնդրի տվյալները զետեղենք հետևյալ աղյուսակում.

	Գործարաններ		շահույթ	Ավտոմեքենաների քանակը մեկ շաբաթում
	I	II		
A տիպի ավտոմեքենա	10 ժամ	5 ժամ	200	x
B տիպի ավտոմեքենա	5 ժամ	10 ժամ	300	y

Ըստ խնդրի պայմանի՝ A և B տիպի ավտոմեքենաների պատրաստման ժամանակամիջոցը չպետք է գերազանցի 30 ժամին։

Այժմ խնդրի պայմաններն արտահայտենք մաթեմատիկայի լեզվով, կունենանք՝

$$\begin{cases} 10x + 5y \le 30, \\ 5x + 10y \le 30, \qquad (1) \\ x \ge 0,\ y \ge 0: \end{cases}$$

Նկատենք, որ (1) անհավասարությունների համակարգը հանդիսանում է տվյալ իրավիճակի մաթեմատիկական մոդելը: Այն ցույց է տալիս, որ պետք է որոնել x և y փոփոխականների այնպիսի արժեքներ, որոնք բավարարում են (1) համակարգին, այսինքն՝ գտնել

$M_1 = \{(x; y)|\ 10x + 5y \le 30\}$

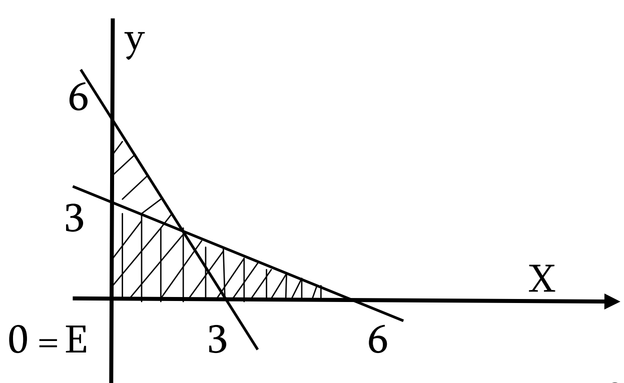
և $M_2 = \{(x; y)|\ 5x + 10y \le 30\}$

բազմությունների հատումը:

Անհավասարությունների (1) համակարգը փոխարինենք իրեն համարժեք ավելի պարզ համակարգով՝

$$\begin{cases} 2x + y \le 6, \\ x + 2y \le 6, \qquad (2) \\ x \ge 0,\ y \ge 0: \end{cases}$$

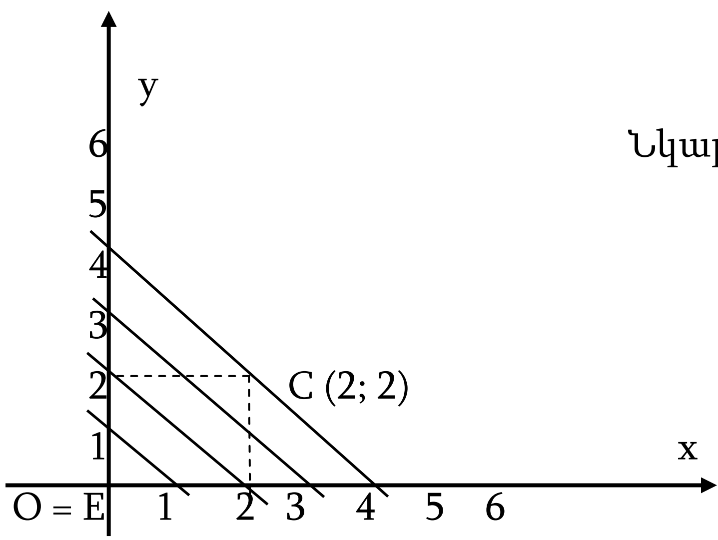
(2) համակարգի լուծումների բազմությունը կլինի EFCD քառանկյուն կետերի բազմությունը (նկար՝ 1): EFCD քառանկյան գագաթներն են՝ E (0; 0), F (0; 3), C (2; 2), D (3; 0)



Նկար՝ 1

Մնում է պարզել, թե քառանկյանը պատկանող որ (x; y) կետի կոորդինատների x + y գումարը կլինի ամենամեծը: Դրա համար միևնույն կոորդինատական համակարգում կառուցենք
x + y = 1, x + y = 2, x + y = 3 և x + y = 4 հավասարումների գրաֆիկները (նկար՝ 2):

Նկար 2-ից երևում է, որ C (2; 2) կետում x + y գումարն ունի ամենամեծ (2 + 2 = 4) արժեքը: EFCD քառանկյան մնացած մյուս բոլոր կետերում EFCD քառանկյան մնացած մյուս բոլոր կետերում x + y արտահայտության արժեքը փոքր է 4-ից (օրինակ՝ FD հատվածի կետերի համար այն հավասար է 3-ի):



Նկար՝ 2

Այսպիսով, ստացվեց, որ տվյալ պայմաններով մեծագույն շահույթ ստանալու համար անհրաժեշտ է յուրաքանչյուր տիպից շաբաթական արտադրել 2 ավտոմեքենա: Այդ դեպքում շահույթը կկազմի՝

200 * 2 + 300 * 2 = 1000:

Այստեղ օգտակար է աշակերտների ուշադրությունը հրավիրել այն փաստի վրա, որ լուծելով տվյալ կիրառական բնույթի խնդիրը, մենք միաժամանակ կարողանում ենք լուծել նաև հետևյալ հետաքրքիր մաթեմատիկական խնդիրը. *Գտնել 200x + 300y արտահայտության ամենամեծ արժեքը, եթե x և y փոփոխականները բավարարում են*

$$\begin{cases} 10x + 5y \le 30, \\ 5x + 10y \le 30, \\ x \ge 0,\ y \ge 0: \end{cases} \qquad (2)$$

պայմանին:

Այսպիսով. կիրառական բնույթի խնդրի լուծումը հաճախ պայմաններ է ստեղծում մաթեմատիկական տեսության զարգացման համար:

Այդպիսի վերլուծությունից հետո աշակերտներին առաջարկվում է ինքնուրույն լուծել հետևյալ խնդիրները.

2. Դիցուկ գործարանը բաց է թողնում C և D երկու տիպի արտադրանք, որի համար օգտագործում է E և F երկու տիպի դազգահներ: C-ի միավոր արտադրանքի համար E դազգահը ծախսում է 2 ժամ, իսկ F-ը՝ 1 ժամ: D-ի միավոր արտադրանքի համար E դազգահը ծախսում է 1 ժամ, իսկ F-ը՝ 2 ժամ: Գործարանը E դազգահը կարող է օգտագործել 10 ժամ, իսկ F-ը՝ 8 ժամ: C-ի միավոր արտադրանքի իրացումից ստացվող շահույթը կազմում է 5 դրամ, իսկ D-ից՝ 4 դրամ: Ի՞նչ քանակությամբ C և D տիպի արտադրանք պետք է թողնել, որպեսզի ա) լիովին օգտագործված լինի երկու դազգահների

ժամանակի ֆոնդը և բ) գործարանն իր արտադրանքի իրացումից ստանա առավելագույն շահույթ:

3. B_1 կայարանից 200տ, B_2 կայարանից 300տ բեռ պետք է տեղափոխել A_1 և A_2 վայրերն այնպես, որ A_1 վայրը տեղափոխվի 280տ, իսկ A_2-ը՝ 220տ բեռ: Որոշել տեղափոխման տրանսպորտային ծախսի նվազագույն չափը, եթե B_1 կայարանից A_1 վայրը 1տ բեռի տեղափոխման տրանսպորտային ծախսը կազմում է 3,2 դրամ, իսկ A_2 վայրը՝ 2 դրամ: Համանման ձևով B_2 կայարանից A_1 վայրը 1տ բեռի տեղափոխման տրանսպորտային ծախսը կազմում է 4,5 դրամ, իսկ A_2 վայրը՝ 2,7 դրամ:

<u>Այժմ քննարկենք հետևյալ խնդիրը</u>:

4. Ինչպիսի՞ կանոնավոր համընկնելի բազմանկյունների միջոցով կարելի է ամբողջությամբ ծածկել հարթությունը (ընդ որում յուրաքանչյուր բազմանկյուն գտնվում է մյուսից դուրս, իսկ հարևան բազմանկյուններն ունեն մի ընդհանուր կողմ):

Դիցուկ n-անկյուն կանոնավոր բազմանկյունների միջոցով կարելի է ծածկել հարթությունը: Ենթադրենք այդ ժամանակ մի գագաթում միակցվում են m անկյուններ:

Օգտվելով բազմանկյան անկյունների մեծությունների գումարի թեորեմից, կարող ենք գտնել կանոնավոր բազմանկյան ներքին մեկ անկյան մեծությունը, այն է՝

$2d(n - 2)$

n :

Քանի որ մի գագաթում միակցվում է են m անկյուններ, ապա կունենանք՝

$$\frac{2d(n-2)}{n} \cdot m = 4d$$

որտեղ m-ը և n-ը բնական թվեր են և n > 2:

Այս հավասարության ձևափոխությունից կստանանք՝

$$m = 2 + \frac{4}{n-2} : \qquad (3)$$

Որպեսզի (3)- ում m–ը ընդունի դրական ամբողջ արժեքներ անհրաժեշտ է, որ $\frac{4}{n-2}$ *կոտորակը լինի դրական ամբողջ թիվ: Դա հնարավոր է n-ի 3, 4 և 6 արժեքների դեպքում:*

Դժվար չէ նկատել, որ այն դեպքում, երբ բազմանկյունների գագաթները մի կետում չեն միակցվում, ապա հարթությունը կծածկվի, եթե տեղի ունենա $m \cdot \frac{2d(n-2)}{n} = 2d$ հավասարությունը: *Նույն ձևով կարելի ցույց տալ, որ այս դեպքում m-ը կընդունի դրական ամբողջ արժեքներ, երբ n = 3 և n = 4:*

<u>Եզրակացություն</u>: Հարությունը կարելի է ծածկել համընկնելի եռանկյուններով, քառանկյուններով և վեցանկյուններով:

Մենք քննարկեցին կանոնավոր n-անկյուն բազմանկյուններով հարթ մակերևույթները ծածկելու խնդիրը: Բնականաբար, հարց է ծագում՝ կարելի՞ է հարթությունը ծածկել անկանոն համընկնելի բազմանկյուններով:

Պատասխանելով այդ հարցին, սովորողները կհայտնաբերեն տարբեր պատկերներով կամ կերամիկական սալիկներով հատակը ծածկելու նոր եղանակներ:

Մարդն իր գործունեության ընթացքում հանդիպում է զանազան խնդիրների, որոնց համար պետք է լուծման որոշում ընդունի՝ ելնելով իր հնարավորություններից: Անշուշտ, այդ հնարավորություններից նա կնախընտրի լավագույնը (բանականը, նպատակահարմարը), որն անվանում են օպտիմալ:

Այսպես, օրինակ, դիցուկ A քաղաքից B քաղաքը ձեռնարկությունը գնացքով կամ ինքնաթիռով որևէ ապրանք է տեղափոխում: Նշված տրանսպորտային միջոցներից որո՞վ է հարմար ուղարկել տվյալ ապրանքը:

Այս խնդրի լուծման որոշումն ընդունելու համար պետք է հաշվի առնել հետևյալ հանգամանքները.

ա) տվյալ ապրանքի փչանալու վտանգը,

բ) հիմնարկության համար այդ ապրանքի շտապ հարկավոր լինելը,

գ) տրանսպորտային ծախսերը վճարեու համար հիմնարկության հնարավորությունները և այլն:

Կոնֆլիկտային պայմաններում խնդիրների օպտիմալ լուծումները գտնելու հարցերով զբաղվում է կիրառական մաթեմատիկայի ճյուղերից մեկը՝ խաղերի տեսությունը:

Մաթեմատիկայի գործող դասընթացի սահմաններում, սկսած ցածր դասարաններից, կարելի է ուսուցանել խաղերի տեսության տարրերին վերաբերող զանազան ուսումնական խնդիրներ։ Քննարկենք դրանցից մի քանիսը, որոնց մի մասի լուծումները կթողնենք ընթերցողին։

5. Խաղում են երկու աշակերտ։ Առաջինն ասում է 1 կամ 2 բնական թիվ։ Երկրորդն իր ցանկությամբ ավելացնելով առաջին աշակերտի ասած թվին 1 կամ 2, ասում է 2, 3 կամ 4 թիվը և այսպես շարունակ։ Հաղթում է նա, ով ասում է 10 թիվը։ Ինչպե՞ս կարելի է սկսել խաղը, որպեսզի անպայման հաղթի խաղն սկսողը։

Հեշտ է նկատել, որ առաջին խաղացողը հաղթելու համար պետք է սկզբում ասի 1 թիվը։ Իրոք, եթե առաջին խաղացողը սկզբում ասում է 1, այնուհետև կարող է ասել 4, 7 և 10 թվերը։

6. Խաղում են երկու մարդ։ Առաջինն ասում է որևէ միանիշ բնական թիվ, երկրորդն այդ թվին ավելացնում է որևէ միանիշ բնական թիվ և բարձրաձայն ասում ստացված գումարը։ Առաջին խաղացողն այդ գումարին ավելացնում է ևս մի ինչ-որ միանիշ բնական թիվ և կրկին բարձրաձայն ասում ստացված գումարը։ Առաջին խաղացողն այդ գումարին ավելացնում է ևս մի ինչ-որ միանիշ բնական թիվ և կրկին բարձրաձայն ասում ստացված գումարը և այդպես շարունակ։ Հաղթում է նա, ով առաջինն է ասում 66 թիվը։ Հաղթելու համար ինչպե՞ս պետք է խաղալ։ Ճիշտ խաղալու դեպքում ո՞վ կհաղթի՝ սկզբից սկսո՞ղը, թե նրա հակառակորդը։

Նկատենք, որ 6, 16, 26, 36, 46, 56, 66 թվերը «հաղթող» թվեր են, քանի որ խաղն սկսողը կհաղթի, եթե նա անմիջապես ասի 6 մինչ թիվը, իսկ այնուհետև անկախ նրա հակառակորդի ընտրած թվերից, միշտ ասի «հաղթող» թվեր: Նա կարող է պարտվել, եթե գոնը մեկ անգամ անտեսի այդ կանոնը, որովհետև նրա հակառակորդը կարող է ասել «հաղթող» թիվ:

7. Խաղում են երկու աշակերտ: Թղթի թերթի վրա իրար կողք-կողքի գրված են մի քանի « - » նշաններ: Յուրաքանչյուր խաղացող իրավունք ունի 1 կամ 2 հարևան « - » նշան դարձնել « + »: Հաղթում է նա, ով փոխում է վերջին « - » նշանը: Ճիշտ խաղալու դեպքում ո՞վ կհաղթի՝ խաղն սկզբից սկսո՞ղը, թե նրա հակառակորդը, եթե սկզբում գրված է եղել՝ ա) 7 « - » նշան, բ) 8 « - » նշան, գ) m « - » նշան: Խաղը շահելու համար ինչպե՞ս պետք է խաղալ:

8. Խաղի համար նիրաժեշտ է ուղղանկյունաձև թղթի թերթ ու միանման սիմետրիկ ֆիգուրներ (պատկերներ), օրինակ՝ դոմինոյի քարեր: Այդ ֆիգուրների քանակը պետք է լինի այնքան, որ հնարավոր լինի ծածկել ամբողջ թղթի թերթը: Խաղում են երկու աշակերտ: Նրանք հերթով ֆիգուրները դնում են թղթի թերթի ցանկացած ազատ տեղերում, ցանկացած դիրքերով այնքան ժամանակ, մինչև ֆիգուրները դնելու տեղ չմնա: Ֆիգուրի դիրքի տեղաշարժ չի թույլատրվում: Հաղթում է նա, ով դնում է վերջին ֆիգուրը: Գտեք խաղի համար այն եղանակը, որը խաղն սկսողին բերում է հաղթանակ:

Մի շարք կիրառական բնույթի խնդիրների համար բնորոշ է խնդրի լուծման միջոցների նկատմամբ սահմանափակումներ դնելը (հաճախ լուծողի ձեռքը չենք տալիս անհրաժեշտ գործիքը կամ այնպիսի խոչընդոտներ ենք ստեղծում, որը հնարավորություն չի տալիս նրան օգտագործելու լուծման հայտնի եղանակները): Այդ բնույթի խնդիրների օրինակները կարող դեն հանդիսանալ՝

1. Լրիվ մթության մեջ պարաշյուտիստը վայրէջք է կատարում ճահճի շրջանում (D կետում): Ի՞նչ ուղղությամբ պետք է թռչի ուղղաթիռը C վայրից դեպի պարաշյուտը, եթե a-ն և b-ն լուսարձակների ճառագայթներն են, և նրանց հատման կետը C վայրից տեսանելի չէ:

2. Կառուցել անկյան կիսորդը, եթե նրա գագաթը չի գետեղված գծագրի վրա:

3. Օգտվելով միայն կարկինից՝ գտնել A կետով անցնողև տրված O(R) շրջանագծին շոշափող ուղղի շոշափման կետը:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Իմ կարծիքով, բերված դատողություններն ու օրինակները բավական են, որպեսզի համոզվենք հետևյալ մեթոդական դրույթների ճշտության մեջ.

ա) **Տեսական** և **կիրառական** մաթեմատիկաների միջև անհնար է անցկացնել հստակ սահմանագիծ, բայց մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում պետք է համապատասխան համամասնությամբ ուսուցանել ինչպես տեսական վերացական մաթեմատիկական նյութեր, այնպես էլ դրանց կիրառությունները,

բ) կիրառական մաթեմատիկայի տարրերի ուսուցումը նպաստում է սովորողների ինքնուրույն ստեղծագործական աշխատանքի հմտությունների մշակմանը:

ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. Վ. Ա. Հովհաննիսյան – Կիրառական բնույթի խնդիրների ուսուցումը.
2. Ա. Ա. Սարգսյան – Գործնական բնույթի խնդիրների լուծման հարցեր