



ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ  
ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՆԵՐ

## ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Մասնագիտություն՝ Մաթեմատիկա  
Թեմա՝ <<Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում  
ընդհանրացման մեթոդի որոշ դրվագներ>>  
Կատարող՝ Ղազարյան Միլվա Վարդգեսի  
Ղեկավար՝ Ֆիզմաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր  
Մաթեմատիկայի և նրա դասավանդման  
մեթոդիկայի ամբիոնի վարիչ՝  
Լուսինե Գուրգենի Ղուլղազարյան

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

- Ներածություն.....
- Նպատակը և խնդիրները.....
- Հետազոտության ընթացք.....
- Ամփոփում.....
- Գրականության ցանկ.....
- Հավելված.....

## ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ուսուցման մեթոդ կոչվում է ուսուցչի և սովորողի փոխկապակցված, կարգավորված գործընթացը, որն ուղղված է ուսուցման գործընթացում կրթության, դաստիարակության և զարգացման խնդիրների լուծմանը:

Ուսուցիչն ազատ է մեթոդների ընտրության հարցում, բայց այդ ընտրությունը չի կարող կամայական բնույթ կրել: Մանկավարժական գրականության մեջ առանձնացված են մեթոդների ընտրության վրա ազդող մի շարք գործոններ՝ ուսուցման նյութի թեման և բարդությունը, սովորողների պատրաստվածության մակարդակը և այլն:



Հետազոտական աշխատանքի ուսումնասիրման առարկան է հանդիսացել մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ընդհանրացման (ինդուկտիվ մտածողություն) մեթոդի կիրառումը:

Հետազոտության խնդիրն է բացահայտել ընդհանրացման մեթոդի կիրառման արդյունավետությունը:

Նշված խնդրի իրականացման արդյունքում վեր կհանվի այն առավելությունները, որոնք կդրսևորվեն ընդհանրացման մեթոդի կիրառման արդյունքում՝ նպաստելով սովորողների առաջադիմության բարձրացմանը:

Գաղտնիք չէ, որ մաթեմատիկական կրթության գերակա նպատակը աշակերտների ինտելեկտուալ զարգացումն է, մտածողության այնպիսի որակների ձևավորումը, որոնք հատուկ են մաթեմատիկական գործունեությանը և անհրաժեշտ են մարդկանց հասարակության մեջ լիարժեք անդամ լինելու համար: Երկրաչափության և հանրահաշվի դպրոցական դասընթացն ընդգրկում է մեծ քանակությամբ խնդիրներ, որոնք լուծվում են որոշակի ալգորիթմներով: Օրինակ այն խնդիրները, որոնք ամրապնդում են բանաձևերի իմացությունը և զուտ հաշվողական բնույթի են, չեն կարող ապահովել սովորողների ստեղծագործական մտածողության զարգացումը: Իսկ ոչ ստանդարտ խնդիրը չի կարող լուծվել նախապես հայտնի ալգորիթմով, անհրաժեշտություն է առաջանում սկսել լուծման որոնումը, որը և ենթադրում է մտածողության զարգացում:



Դրա համար աշակերտը պետք է ունենա տեսական գիտելիքների հարուստ պաշար և կարողանա արդեն լուծված խնդիրներում հայտնաբերել կարևոր փաստեր և դրանք ընդհանրացնել: Վերջիններիս իմացությունը և կիրառումը մի շարք խնդիրների լուծում դարձնում է ավելի արդյունավետ և արագ:

Նշված մեթոդը նպատակահարմար է կիրառել նոր նյութի ամրապնդման փուլում:

## ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅԱՆ ԸՆԹԱՑՔ

Որպես ուսումնասիրության առարկա վերցնենք <<Քառակուսային ֆունկցիա>> թեման, մասնավորապես դիտարկենք քառակուսային հավասարման արմատների դասավորվածությունը՝ կախված նրա մեջ մտնող պարամետրի արժեքներից: Տրված խնդրի լուծումը կատարվում է գրաֆիկական մեկնաբանությամբ, ինչը ավելի տեսանելի է դարձնում քառակուսային ֆունկցիայի հատկությունները: Կատարում ենք փաստերի համադրում և ընդհանրացում, որից հետո միայն հանգում վերջնական եզրակացության:

Քննարկենք մի քանի մասնավոր դեպքեր:

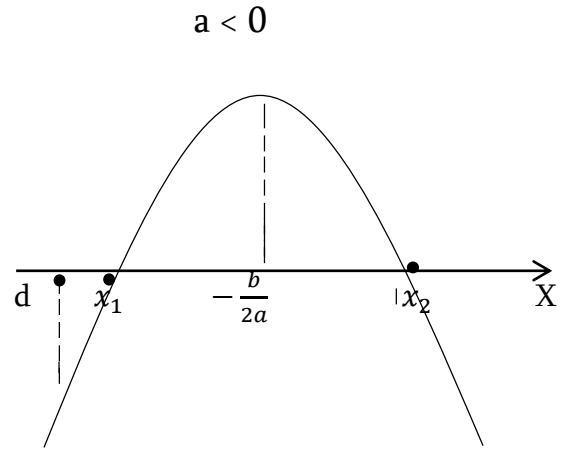
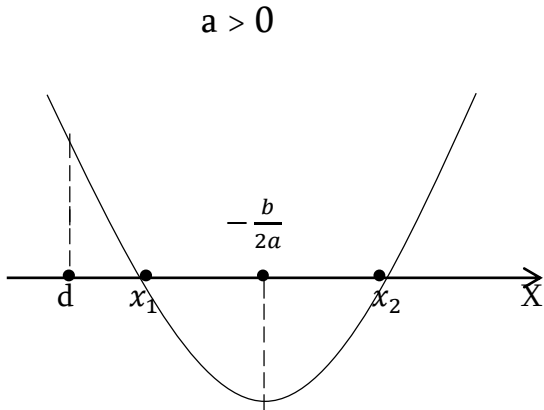
Գտնել  $a$  պարամետրի այն արժեքները, որոնց դեպքում  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  հավասարումն ունի երկու արմատ, որոնց համար տեղի ունեն հետևյալ պայմանները՝

1. Արմատները մեծ են  $d$  թվից:
2. Արմատները փոքր են  $d$  թվից:
3. Արմատներից մեկը մեծ է  $d$  թվից, մյուսը՝ փոքր:
4. Արմատները գտնվում են  $(c, b)$  միջակայքից դուրս:
5. Արմատները գտնվում են  $(c, b)$  միջակայքում:

Հավասարման ձախ մասը դիտարկենք որպես քառակուսային ֆունկցիա և օգտվենք նրա հատկություններից:

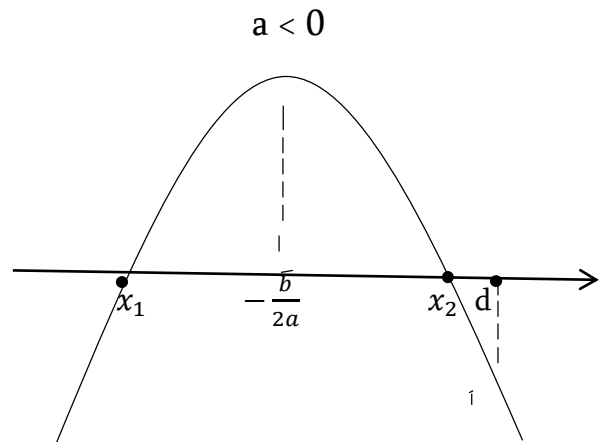
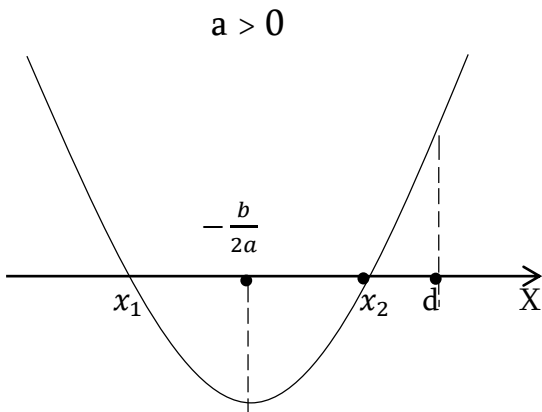
1. Որպեսզի  $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  քառակուսային եռանդամի արմատները մեծ լինեն  $d$  թվից, անհրաժեշտ է և բավարար, որ տեղի ունենան հետևյալ պայմանները.

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ \frac{-b}{2a} > d \\ af(d) > 0 \end{cases}$$



2. Որպեսզի  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) քառակուսային եռանդամի արմատները փոքր լինեն  $d$  թվից, անհրաժեշտ է և բավարար, որ տեղի ունենան հետևյալ պայմանները.

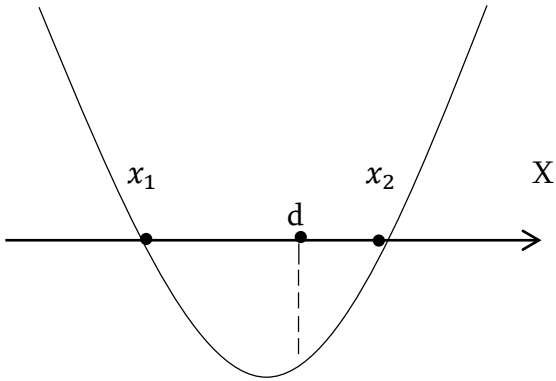
$$\begin{cases} D \geq 0 \\ \frac{-b}{2a} < d \\ af(d) > 0 \end{cases}$$



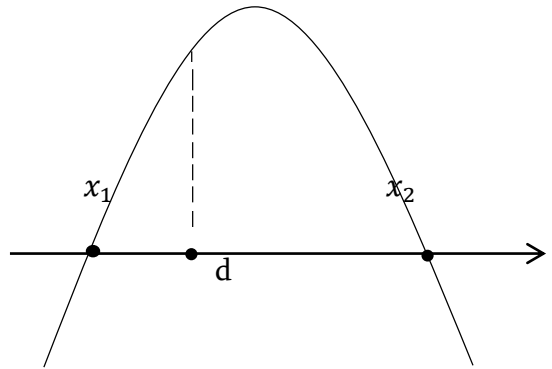
3. Որպեսզի  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) քառակուսային եռանդամի արմատներից մեկը մեծ լինի  $d$  թվից, մյուսը փոքր, անհրաժեշտ է և բավարար, որ տեղի ունենա հետևյալ պայմար.

$$af(d) < 0$$

$a > 0$



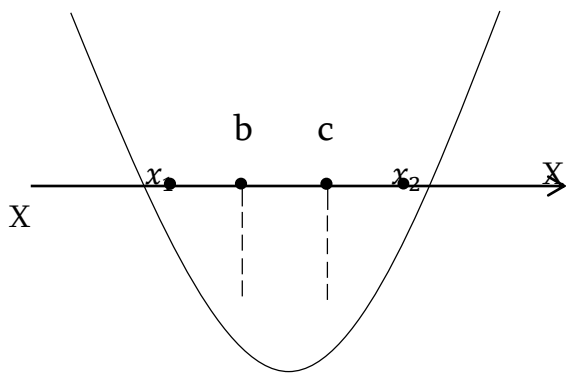
$a < 0$



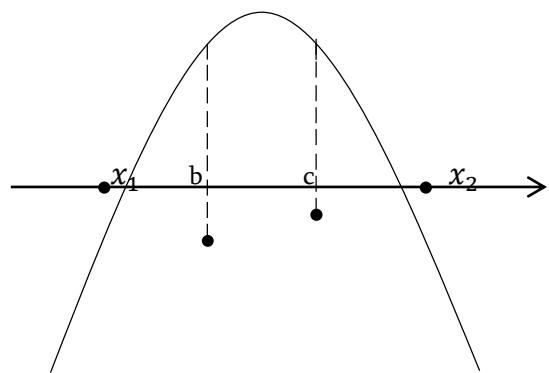
4. Որպեսզի  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) քառակուսային եռանդամի արմատները գտնվեն  $(c, b)$  միջակայքից դուրս, անհրաժեշտ է և բավարար, որ տեղի ունենա հետևյալ պայմանը.

$$\begin{cases} af(c) < 0 \\ af(b) < 0 \end{cases}$$

$a > 0$

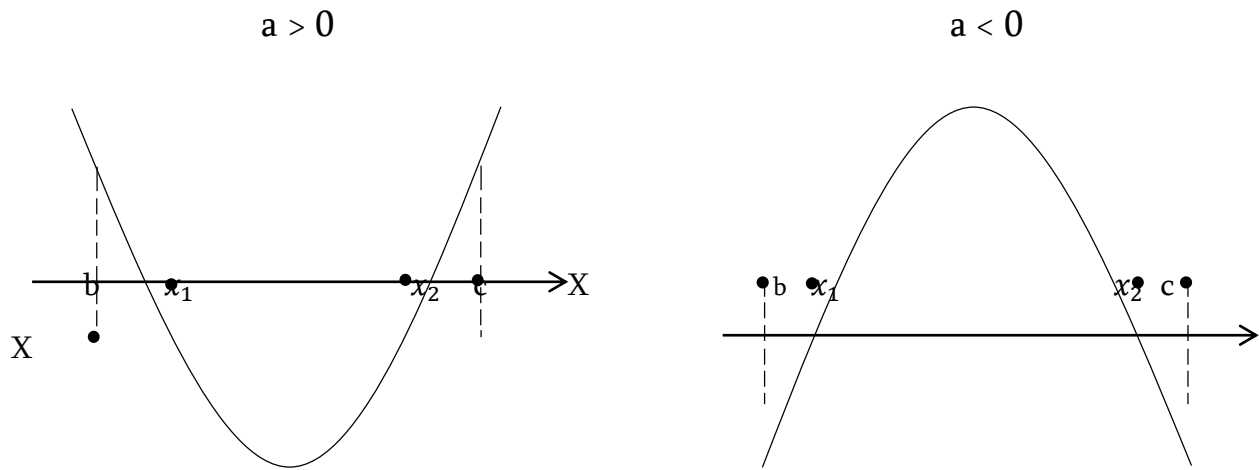


$a < 0$



5. Որպեսզի  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) քառակուսային եռանդամի արմատները գտնվեն  $(c, b)$  միջակայքում, անհրաժեշտ է և բավարար, որ տեղի ունենա հետևյալ պայմանը.

$$\begin{cases} af(c) > 0 \\ af(b) > 0 \\ D > 0 \end{cases}$$



Դիտարկենք մի քանի օրինակներ, որոնց լուծման համար կօգտվենք վերևում նշված պայմաններից:

1.  $a$ -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում  $ax^2 - (2a + 1)x + 3a - 1 = 0$  հավասարման արմատները մեծ են 1-ից:

$f(x) = ax^2 - (2a + 1)x + 3a - 1$  քառակուսային եռանդամի արմատները մեծ են 1-ից:

1)  $a = 0$      $-x - 1 = 0$      $x = -1$  (չի բավարարում խնդրի պայմանին)

2)  $a \neq 0$      $\begin{cases} (2a + 1)^2 - 4a(3a - 1) \geq 0 \\ \frac{2a+1}{2a} > 1 \\ a(a - 2a - 1 + 3a - 1) > 0 \end{cases}$



Լուծելով այս համակարգը, գտնում ենք, որ  $a \in (1; \frac{2+\sqrt{6}}{4}]$

2.  $a$ -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում  $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$  հավասարման արմատները ունեն տարբեր նշաններ և բացարձակ արժեքով փոքր են 4-ից:

$$f(x) = x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1$$

$$\begin{cases} f(-4) > 0 \\ f(4) < 0 \\ f(0) < 0 \end{cases} \quad \text{Այս համակարգը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով} \quad \begin{cases} 10a + 9 > 0 \\ 2a + 1 < 0 \\ -6a + 25 > 0 \end{cases}$$

Լուծելով վերջին համակարգը կստանանք՝  $a \in (-\frac{9}{10}; -\frac{1}{2})$

3. Գտնել  $a$  պարամետրի այն արժեքները, որոնց դեպքում  $ax^2 + (3a + 2)x + 8a + 14 = 0$  հավասարման արմատներից մեկը փոքր է, մյուսը մեծ է 1-ից:

$$f(x) = ax^2 + (3a + 2)x + 8a + 14 \text{ քառակուսային եռանդամի արմատներից մեկը մեծ է 1-ից, մյուսը՝ փոքր: Նկատենք, որ } a \neq 0:$$

Հավասարման լուծումը հանգում է հետևյալ անհավասարման լուծմանը՝  $af(1) < 0$

$$a(a + 3a + 2 + 8a + 14) < 0$$

$$a(12a + 16) < 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{4}{3} \end{cases} \quad a \in (-\frac{4}{3}; 0)$$

Հետազոտական աշխատանքի ընթացքը ցույց տվեց, որ նմանատիպ փաստերի դիտարկումն ու ընդհանրացումը որոշ խնդրիների լուծում կդարձնի ավելի արդյունավետ ու արագ: Հետազոտումը կարելի է անցկացնել խմբային աշխատանքի ընթացքում:

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

<<Դուրս կորզիր քո խնդրից այն,ինչ կարող է պետքական լինել այլ  
Խնդիրների լուծման ժամանակ,տրված կոնկրետ իրադարձությ-  
յան մեջ, ջանքեր գործադրիր նկատել ընդհանուր մեթոդը:>>

Դ. Պոյա

Ամփոփելով հետազոտական աշխատանքի շրջանակներում կատարված ուսումնասիրության արդյունքները՝ կարող ենք անել որոշ եզրահանգումներ: Փաստերի ընդհանրացման մեթոդի էությունը գիտելիքի վերելքն է մասնավոր, առանձին փաստերից մինչև ավելի բարձր կարգի ընդհանրացումներ: Այստեղ գործում է ինդուկցիոն մտածողությունը, որը նպաստում է աշակերտների մոտ.

- 1.ճանաչողական ունակությունների, տրամաբանական և ալգորիթմական մտածողության զարգացմանը
- 2.ինտուիցիայի, ապացուցման հմտությունների ձևավորմանն ու զարգացմանը
- 3.գործնական աշխատանքներ կատարելու համար անհրաժեշտ գիտելիքների և կարողությունների ձևավորմանը
- 4.հետազոտական աշխատանքների կարողության զարգացմանը

## ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոց 12-րդ դաս. դասագիրք (բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար)

Գ. Գ. Գևորգյան, Ա. Ա. Սահակյան:

Երևան <<Տիգրան Մեծ>> հրատարակչություն 2011:

2. Մաթեմատիկայի թեստային առաջադրանքների շտեմարան: Հեղ. խումբ՝ Ս. Ռաֆայելյան, Վ. Փիլիպոսյան, Գ. Միքայելյան, Օ. Միքայելյան, Վ. Ոսկանյան, Կ. Առաքելյան, Ա. Սարգսյան, Ն. Պողոսյան, Բ. Փիլիպոսյան:

Երևան Բարունի ՍՊԸ 2015:

3. Մաթեմատիկայի խնդիրների շտեմարան:

Երևան <<ԱՆՏԱՐԵՍ>> հրատարակչություն 2009:

4. <<Ուուցման արդյունավետ հնարներ>>, Ֆրիդրիխ Էբերտ հիմնադրամ, Երևան 2020

5. Դ. Պոյա՝ <<Ինչպես լուծել մաթեմատիկական խնդիրներ>>

## ՀԱՎԵԼՎԱԾ

### Օրվա դասի պլան /5քայլով/

Դպրոց՝	Կ. Դեմիրճյանի անվան հ139 ավագ դպրոց
Դասարան՝	11 <sup>4</sup> /տնտեսագիտական հոսք/
Առարկա՝	հանրահաշիվ
Ուսուցիչ՝	Սիլվա Ղազարյան
Օր, ամիս՝	20.05.2022թ.
Դասի թեման՝	§12. Ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները:
Դասի նպատակը՝	<u>Կիմանա</u> . ա) Վայերշտրասի թեորեմը : բ) [a;b] միջակայքում ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքներ հաշվելու հաշվեկանոնը: <u>Կկարողանա</u> ա) Գտնել ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները ածանցյալի միջոցով: բ) Օգտագործել դրանք արժեքների տիրույթը գտնելու և գրաֆիկների կառուցման ընթացքում և մեկնաբանել: գ) Ածանցյալի միջոցով ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները գտնելը օգտագործել կիրառական խնդիրներ լուծելիս / երկրաչափության, ֆիզիկայի, տնտեսագիտության, ֆինանսական կրթության մեջ/:

#### 1. Դասի սկիզբ.

Ինտերակտիվ հարցադրումներով ամփոփել անցած թեման

- Ֆունկցիայի մաքսիմումի հայտանիշը
- Ֆունկցիայի մինիմումի հայտանիշը

- Ֆունկցիայի էքստրեմումի պարզեցված հայտանիշը
- Ֆերմայի թեորեմը
- Ֆունկցիայի էքստրեմումի կետերը գտնելու հաշվեկանոնը

## 2. Նոր նյութի հաղորդում.

Ֆրոնտալ հարցադրումներով պարզել ֆունկցիայի մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքների հնարավոր երեք դեպք՝

1. Ֆունկցիան միջակայքում մեծագույն (փոքրագույն) արժեք չունի:
2. Ֆունկցիան իր մեծագույն (փոքրագույն) արժեքն ընդունում է միջակայքի ծայրակետում:
3. Ֆունկցիան իր մեծագույն (փոքրագույն) արժեքն ընդունում է միջակայքի ներքին կետում:

Յուրաքանչյուր դեպքի համար կատարել համապատասխան գծագիր:

Ձևակերպել ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները գտնելու հաշվեկանոնը՝

- Գտնել ֆունկցիայի կրիտիկական կետերը:
- Այդ կետերից ընտրել այն  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  կետերը, որոնք պատկանում են  $[a; b]$  միջակայքին:
- Հաշվել ֆունկցիայի արժեքները տրված կետերում և միջակայքի ծայրակետերում:
- Ստացված արժեքներից ամենամեծը կլինի ֆունկցիայի մեծագույն, իսկ ամենափոքրը՝ ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքը:

Օգտագործելով հետազոտման քայլերը՝ գտնել տրված ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները տրված միջակայքում՝

$$ա) y = x^3 + 3x^2 - 9x + 7$$

$$բ) y = \frac{x-1}{x^2+8}$$

### 3. Ուղղորդված աշխատանք.

Նյութի ամրապնդման նպատակով հետազոտել ֆունկցիաները վերևում նշված հաշվեկանոնով՝

$$ա) y = x^4 - 2x^2 - 3, \quad բ) y = \sqrt{5 - x^2 + 4x} :$$

### 4. Ինքնուրույն աշխատանք.

Աշակերտներին, ըստ կարողությունների, առաջադրել ֆունկցիաներ, որոնք պետք է հետազոտել ու գտնել  $\max$  և  $\min$  արժեքները, որով էլ կորոշվի, թե որքանով են նոր դասը յուրացրել.

- **Ա մակարդակ** - պարզագույն դեպքում կարողանա ածանցյալի միջոցով գտնել ֆունկցիայի կրիտիկական կետերը/առաջ.535,536ա,բ/:
- **Բ մակարդակ** – Կարողանա ածանցյալի միջոցով հետազոտել /կրիտիկական կետեր, մոնոտոնություն, էքստրեմումի կետեր /538,539.540ա,բ/:
- **Գ մակարդակ** - Կարողանա ածանցյալի միջոցով ֆունկցիայի հետազոտումն օգտագործել կիրառական խնդիրներ լուծելիս
- /Գտնել 2ք պարագիծ ունեցող այն հավասարասրուն եռանկյան սրունքը, որն ունի ամենամեծ մակերեսը/

## 5. Դասի ավարտ.

- Դասարանը բաժանել երկու խմբի և հետևյալ օրինակով ամրապնդել ֆունկցիայի  $\max$  և  $\min$  արժեքները գտնելու հետազոտման քայլերն ու կիրառումը 2 դեպքով.
  - ❖ I խումբ՝  $y = (2x + 3)^{14} - 28x$
  - ❖ II խումբ – Ածանցյալի միջոցով որոշել  $\Delta$ -ի շտ են, թե՞ սխալ նշված պնդումները
  - ❖ Տրված է  $f(x) = x^2 - 4x - 5$  ֆունկցիան:
    - Ֆունկցիան վերևից սահմանափակ է:
    - $x = 2$  – ը ֆունկցիայի կրիտիկական կետ է:
    - $(2; -9)$  կետում ֆունկցիայի գրաֆիկին տարված շոշափողը զուգահեռ է  $OY$  առանցքին:
    - Եթե  $x \in (-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$ , ապա  $F(x) \neq 0$ :
    - $Y = F(x+2)$  ֆունկցիայի գրաֆիկը համաչափ է  $OY$  առանցքի նկատմամբ:
    - $(-1; 0)$  միջակայքում  $g(x) = F(|x|)$  ֆունկցիան աճող է:
- Գնահատում:
- Տնային հանձնարարություն /դաս§12 և առաջ. 535բ, դ, 534ա,գ, 537ա,գ 565ա/: